

六十自述

Autobiography

黎景辉

1 去年的十二月,在全国数论会议 结束的那一天, 我被邀谈谈我的经验 及联想,以下是这次谈话的一个影像。

我是1948年生于香港,在香港长大。念了六年小学,六年中学,然后在香港政府工作。没有上大学念本科,1970年到美国耶鲁大学(Yale University)念研究所,在Langlands指导下于1973年完成博士论文,翌

年在 MIT 跟 Artin 学代数几何,1974年毕业,开始工作。曾在香港、台湾、德国、法国、美国、加拿大及澳洲工作。 虽然年青时候喜欢流浪,但六十岁后便想回到说广东话的地方生活,在2008年,我决定退休回到我成长的地方——香港。

2 六十年代是代数数论的再生期,

可惜我年轻时没去法国学习,错过了著名的 Cartan-Chevalley-Serre-Grothendieck Seminar。 不 过, 我还算幸运,在美国碰上了一些名家如 Tamagawa, Ono, Shimura, Satake, Bailey, Lang, Langlands, Stark, Artin, Tate, Mumford, Mazur, Messing, Wiles, Weil, Borel, Harish, Chandra, Selberg等,今天就说两个他们的故事。



1971年(从左至右)杨天成、唐有民、黎景辉、庄志达于耶鲁大学

有一次我问 Langlands 一个问题, 他建议我去找 Selberg。Selberg 是个好 心人, 他建议我每周的周三去他的研 究室找他, 他教我积分方程在他的数 论研究里的方法和思想。 他是真的好 心,从他自己怎样学积分方程,念过 哪一本书开始跟我慢慢地讲。只怪我 自己学问疏浅,没有跟他学筛法和黎 曼 Zeta 函数。

另一个是 Weil 的故事。有一年 Weil 常在我房间的门外经过,有些时 候,他去研究所后的小林散步时会邀 我同行,这实在是给了我一个很好的 闲聊的机会去问一些关于数学,但不 是数学的问题,比如:我们谈到甚么 是"好"的数学,哪些是值得做的数学。 这时他刚写好一本数论史的书, 陈省 身先生为他在书前提字:老马识途。 我问他:为甚么他的数论史停在高斯 之前? 他的答案很简单, 从高斯开始, 数论便进入现代数论,现代数论发展 得很快, 所以从高斯开始的数论历史, 要留给将来的数学家写了。

3 国内经过了十年停顿,在1978年 我应梁之舜教授的邀请到广州中山大 学主持一个代数学教学训练班, 目的 是帮助一群回校接受任务, 肩负重建 代数教学的勇敢的老师们学会教代数。 对于到来参加的老师,这是一个很大 的考验。一是众人已很久没有上课, 而且其中很多老师不是学代数的:再 者,在过去几年代数是被认为是抽象 的坏思想,受到很大的冲击。那个时 候没有人可以想象没有代数方法便没 有编码与密码,那也就没有今天常见 的数码电视, 无线电话通讯, 以至信 用卡等电子用品。第三方面, 也是历 史的原因, 五十年代国内派了好些学 子留学苏联, 所以国内的代数颇受苏 联学派的影响。但是六十年代的欧美 在 Grothendieck 的思想主导下,代数、 交换代数、代数几何、代数数论出现 了本质上的突变, 无论所用的语言、 工具和想法都不同了,"范畴"更深深 的进入了每一个命题。反观国内的数 学发展, 六、七十年代又正是国内大 停顿的时代, 所以在代数学上的脱节 比其他的数学领域更为深峻。

就是在这样的背景下, 我开始帮 助一批来自全国各地的年若四、五十 岁的人学习教代数学。我是早上讲三 个小时课,晚上讲两个小时习题课, 这般的课程安排是希望让老师们回到 工作单位时, 可以讲课也可以作习题。 所讲的内容的一个特色,是把交换图 和正合序列带到基础代数里。三十年 后,目前在纽约哥伦比亚大学任教的 张寿武教授告诉我, 他年轻时也念过 当时我所写的讲义。

那时候刚复原,中山大学的条件 谈不上好, 很多建筑物的窗户都有火 烧过的痕迹,校园里有很多地下坑洞。 学校内没有自来水,那一段时间来上 课的老师组织了一个挑水团,每日为 我挑我的用水。我的米粮是一位外籍 英语教师分给我的。每天早上,一壶 黑茶,一块米糕。午饭和晚饭都是菜 心汤。三餐都是在厨房里吃的。我是 不知道来上课的老师们的粮食是怎样 安排的了。

4 在 1979 年的冬天, 我应曹锡华教 授的邀请到今天的上海华东师范大学 讲代数群论。在一个寒冷的黑夜,曹 先生带着几位老师在上海机场接我。 这一回, 也是讲了一个月。每天早上 讲三小时, 从代数簇开始讲到闭代数 域上的半单代数群分类。在曹先生领 导下, 听课的都在课前课后作好学习, 我佩服他们的努力。上海复兴得很快, 我跟来到华东师大的外国学生住在一 起,吃饭没有问题。我讲完后,推荐 我的学长 Humphreys 和 Parshall 到华 东师大讲学, 他们对华东师大的代数 群团队的建立起了重要的作用。

曹锡华先生是一位非常优秀的 科学领导人,他以广博的数学知识, 整体的把握现代数学的发展, 找定方 向之后,他是坚定不移,全心全意, 以他卓越的组织能力把团队建立起 来。所以他不是教一两个研究生,而 是建立一个可以持续发展的科学基 地。华东师大的代数群团队是一代教 一代,如曹先生教时俭益,时俭益教 席南华院士等。今日华东师大的代数 组出成果,长人材,成为国内领先国际知名的研究教学团队,曹先生是功不可没的。

在华东师大我认识了朱福祖先生,他在浙大受学于曾炯之先生,曾先生是我国最早在国际有名的代数数学家之一,他留学德国哥廷根时是Noether 女士的学生,如果追根溯源,朱先生的学生如徐飞,江迪华等人可以说是师承 Noether 女士了。

在上海这一个月里,我也为上海师院(即今日现在的上海师范大学)的孔仲文老师讲了同调代数,他们油印了我为他们写的一份讲议,这时我在上海遇见了南京的周伯勋教授,我给了他这一份讲议,也跟他谈过同调代数的教学问题。

在上海时,我曾想过去拜访复旦 大学数学系。我念过他们老师所写的《数学分析》、《常微分方程》、《数学物 理方程》、《实变函数论与泛函分析》 和《齐性空间微分几何学》,受益良多。 可惜在复旦没有相识的人,所以始终 没有成行。

5 八零年代初,北京大学的数学系主任丁石孙教授请我去讲学一个月,还是天天早上讲三小时。这次的题目是:2×2 矩阵群上的自守表示。我讲的是自守形式的分析理论,从实表示的代数理论讲到迹公式。内容比较接近调和分析,对来听讲的代数老师来说是有点奇怪的。

事实上,到了七十年代,富立叶分析里的李群无限维表示论,代数里的代数几何、代数群、同调代数都已被吸入了代数数论的骨肉里,对重拾旧路的数论学家们来说全是陌路人,有点相逢不相识的感觉。

这一回到北大也体会了他们的困难。有一天,丁老师决定请我吃饭。我们一行几个老师在丁先生带领下,跑到北大附近一带公路上的一个饭馆。饭馆没有门,坐下来眼前都是公路上



1986 年黎景辉、黄毅青于中文大学

奔驰的大卡车,沙尘飞扬。我们坐下,老师们便从他们带来的黑色小包里拿出果汁、啤酒、让各人分用。物资供应紧张,这些都是难得的东西,这样吃了一顿宾主尽欢的午饭。

这次在北京,我很高兴遇到万哲 先先生和刘绍学先生,我念过万先生 的《李代数》,《典型群论》和刘先生 从俄文翻译过来的《泛代数》。

6 这三次所介绍的部分内容都是第一次在国内出现的,我每次都把所讲的理论给了详细的证明。

在中山大学所讲的材料没有发表(我在这时写了一本关于模型式理论的书交由中山大学出版社出版。他们并没有出版这本书,原稿也不知下落了)。同调代数讲义也没有发表。在北大所讲的部份内容分别写成《拓扑群引论》(科学出版社,1991年初版)、《二阶矩阵群的表示与自守形式》(北京大学出版社,1989初版)。在华东师大的演讲则在多年后由科学出版社出版为《代数群引论》,2006年初版。我在此特别向我的合作作者冯绪宁、蓝以中、陈志杰、赵春来几位教授深表谢意,没

有他们的努力和王元先生、万哲先先生、丁石孙先生、曹锡华先生、冯克 勤先生的支持,这几乎不可能出版成 功的!

这三次去国内教学时,我在香港 中文大学工作,我觉得到国内教学是 不受校方支持的。

7 在 1983 年杨振宁先生在广州中山 大学建立一个研究所, 支持理论物理, 数学和考古的研究。他的构思是这样 的,一方面像美国的国家科学基金般 运作,中山的教授可以向这个研究所 申请科研经费,另一方面,希望把这 个研究所办得像普林斯顿的高等研究 院一样, 中山的研究所将有一座好的 研究大楼,有良好的研究室以及有关 的研究设备。 我参加了这个研究所的 筹划,建立和运作,就当时国内形势, 这是一个新的尝试。譬如说,对教授 们来说,是怎样申请科研基金呢?对 研究所来说,是怎样组织评审呢?我 们要讲怎样建立一个在国外是常规, 在国内是全新的机制。当然,今日国 家有国家自然科学基金,科学院有晨 兴研究中心,中山研究所的制度开创 任务亦已成功完成。

在这几年, 因工作上有机会见到 杨振宁先生,有一次他请我为他讲几 课量子群。

我在 1984 年,又参加了陈省身先 生的南开研究所的建立。我跟先生是 我在耶鲁大学当研究生时认识的。我 在南开有两个工作,一方面参加学术 委员会, 当时陈先生指派的任务是以 最快的速度去训练一批研究生去美国 留学, 我是负责组织代数、交换代数、 代数几何、代数拓扑的研究生短期训 练班。另一方面的工作是比较特别的。 一个研究所的筹办,必须要广为人知, 才能吸引各方资源, 所以我安排陈先 生在电台接受访问以宣传他在南开的 工作。香港《明报月刊》当时的主编 董桥先生是我的朋友, 我请他为陈先 生做了一个专访,发表在《明报月刊》。 我也帮忙处理南开研究所建所时期在 香港的一些财务。陈先生认为要学生 和老师去南开参加数学活动, 便需要 一个便宜的住宿的地方, 所以陈先生 在校内建一个旅店,新建的旅店自然 需要修建卫浴设备,大概当时全国都

在复兴,就如 厕所马桶的有 关装配有供应 困难, 在天津 比较难买得 到,我便在香 港处理这个问 题。南开研究 所很快便步入 正常运作。

多年后, 在 2003 年, 陈先生请我到 他家吃午饭,

他谈到两件事。第一件事是从他夫妇 俩和我吃鱼说起,我的感觉是他对夫 人的早逝感到非常悲痛。第二件事, 他是这么说的:"我们不能继续把学生 送出国念博士, 我们要加强自己的博 士生的培训, 我们要发展自我开发的 数学,人家知道的不会白白的告诉你。" 我听到他这番话, 当下是有点儿吃惊 的, 因为这是跟多年前在南开起步时 的指令是相当不同的。经历了二十年 的光景, 陈先生对中国数学的发展方 略有新的想法。这令我想起了那天跟

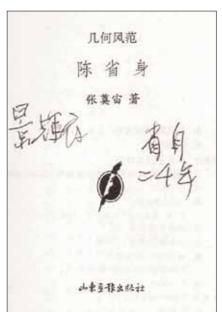


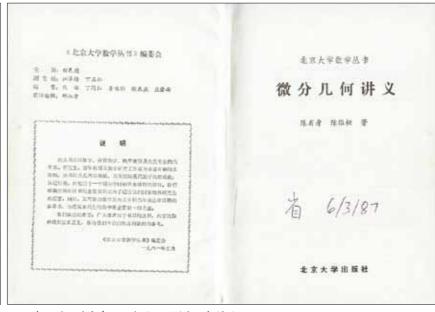
黎景辉与陈省身在中文大学演讲

陈先生的会面之后的几个月, 我在普 林斯顿与志村先生的谈话,我深悟到 中美学术交流的蜜月期已结束。

我念过严志达先生所写的两本非 常好的书,《李群与微分几何》,《半单 纯李代数表示论》。我几次到南开都去 找严先生,可惜都碰不上。

3 我在中文大学的时候碰上华罗庚 先生常到访的时期。 我们多次谈话都 是关于模型式理论, 华先生熟识德国 学派的 Klein, Hurwitz, Fricke, Hilbert,





左图: 《几何风范: 陈省身》; 右图: 《微分几何讲义》





Walter Baily 和黎景辉于悉尼

Brian Parshall 和黎景辉于悉尼

Courant 等人的书。这些书不是容易见 得到, 我刚好念研究所时, 学校有个 好的图书馆, 所以知道这些书籍。我 也念过华先生的《数论导引》和《多 复变量函数论中的曲型域的调和分 析》,于是和华先生谈得也高兴。除了 数学之外, 华先生还讲及数学传播, 他相信只要有数学书, 便会有人学数 学, 所以他认为只要有机会, 便当写 些数学教科书。这一个看法我非常同 意。虽然今日有了互联网, 文章易找, 但学问难寻, 比较先进的学问在网上 还不是容易找到的:而且,外国的好书, 不一定是适合我们的学生, 所以我们 还是可以写一些适合我国学生学习背 景先进的数学书。

也许会有人问我怎会有机会看到 这些发行量不高的书呢,让我在这里 说个小故事。我念高中时候的某一天, 我的同学邓植唐带来了一本不知从哪 里借来的《数论导引》,我们在《人民 画报》看过介绍华先生的文章,我们 相信《数论导引》是一本重要的书, 以我们当时自学微积分和线性代数的 水平,只能看懂这本书的一个小部分, 由于书是要还给人家的,那时没有复印机又没有电子书,我们决定分工把书抄下来,这便是我在一知半解之下第一次看《数论导引》。那个时代在国内出版的科技书总有一些会流传到香港。在香港有一小书店,老板是身穿短袖内衣和短裤,一双泥脚踏着拖鞋的胡先生,卖的却是最先进的科学技术工程书籍,只要你说出书名,新版的,二手的,无论怎样印行的,他都会为你想想办法,我猜五十年代到八十年代,在香港学科学的人,很多都会到过这个书店。胡先生早已辞世。

今日回想到有幸遇上杨、陈、华 三位先生,可惜错过了跟他们学习, 没有和他们写份文章,只好说是没有 福气。

1976年,我在香港理工学院教书,这是有趣的一年。上课早上八时到晚上九时,一周五天都如是,下班回到家的时候已经很疲累了。这时有些教室是很有趣的,在很大的空间里,在地板上划线,这便分成几个教室,因为没有"墙"把"教室"分隔开,一

班的同学随时可以跟"隔班"的同学拉拉手,一位老师可以一面上课,也可以同时听"隔班"的课,要是"隔班"的老师是嗓门特大的"大声公",你就不用上课了。那时候,去上课要经过一个建筑工地,早上经过时还是好端端的路,晚上已经变成了一个大洞。因为没有电灯照明,黑黑的,有一次,有个老师掉进洞里,等到天明才被发现,工人把他救出来。这时的理工学院是没有研究室让老师开研究班,没有图书设备,领导只求管治,不甚支持研究的。

我在香港工作时,各数学系的同事的经历可分为二,一组是大学本科生毕业留校任教,另一组是在外国念完博士归来的。虽然学历不同,但是大家都很用心教书。在这个时代念数学毕业的学生,有些在香港当上教授,有些在香港以外的地方做教授,然而,大部分的毕业生是在香港的中学任教。从六零年代到两千年,这四十年,这些同事都是尽了力,做好教学的任务。

在香港因为我没有同事是研究代



2007 年 Gerardin 与黎景辉

数数论或李群表示论的, 所以我只好 组织讨论班讲他们的专业课题。现在 想起, 当时的讲题包括: 二次可积估 计(和陈振华、邝文锦办), 微分几 何与 Yamabe 问题(和王斌、陆庆桑 办), P 可除群(和梁鉴添、萧文强办), 高维代数 K 群 (和林兆波办)。这些 讨论班是训练了一些研究生, 增强了 他们日后学习的基础。

在这里,我想起一个和几位国内 的数学家常谈到的一个问题: 为甚么 像美国普林斯顿或法国常出优秀的数 论家呢?我猜有以下的两个理由。

首先是人才密集的问题, 让我举 一个例子,在1984年,生活在普林 斯顿,有数论工作的教授有 Bombieri (1974年菲尔兹奖), Borel (1992年 Balzan 奖), Deligne (1978 年菲尔兹奖, 2008年沃尔夫奖), Dwork (1962年 Cole 奖), Iwasawa (1962年 Cole 奖), Katz, Langlands(1982年 Cole 奖, 1996年沃尔夫奖, 2005年 Steele 奖, 2007 年邵逸夫奖), Selberg (1950 年菲 尔兹奖, 1986年沃尔夫奖), Shimura (1976年 Cole 奖, 1996年 Steele 奖),

Weil (1979 年沃尔夫奖) 和 Wiles (1995 年费马奖, 1995年沃尔夫奖, 1997年 Cole 奖, 2005 年邵逸夫奖), 这些都是 二十世纪最有创见的数学家了。

在巴黎法国,单是在巴黎的六、 七大就有250多个活跃的数学家,所 以学生天天都有机会听闻数学, 耳濡 目染,容易进步,再者,巴黎是大家 都愿意去小住的城市, 庞卡莱研究所 (Institut Henri Poincaré) 经常举办专题 教学班,把一个专题当时最前沿的人 物集合在巴黎三个月, 把题目从浅入 深的讲给研究生听。北京、杭州还没 有这样的条件。还有一个特别的原因, 就是过去百年来, 法国数学家与政治 界都有交往。 也许是这样, 政府有些 领导人比较同情数学,数学在法国是 颇受政府重视的, 所以才有这样的资 源使人才密集。

相对而言, 七十年代, 我刚到香 港中文大学的时候,香港当年的大学 教育资助委员会是没有提供科研经费 的,港大和中大这两所大学的数学系 共有两位教授, 三十多位讲师, 毕业 不到五年刚回来的博士不到五位。 大

家所学的不同。 用今天的标准, 试想 一个人从整数同余教到 Kisin 的 Serre 猜想的证明,即使你愿意教,数学系亦 不愿意让你开这么多小时的课, 谁教 微积分?如果当时有几个「同行」的人, 每人教一门,问题便解决了。

没有足够的老师讲相关的学问是 有一个不良的副作用,就是一个学生 所学的一切都是单一个老师教的,另 一方面,老师亦时间有限,只好"立 竿见影",一挥笔便到论文。这样,学 生学得太专太窄,这不利学习那些依 靠多门学问生存的理论, 亦不利于跨 领域完全创新。

我在耶鲁当研究生时, 几乎所有 的老师和研究生每周都参加一小时的 讲座(colloquium), 把课室挤得满满, 非常有气氛。 老师不鼓励把数学分成 一片片,没有说本周讲几何,学代数 的不用去, 既没有签名, 也没有学分的, 大家都是想知道最新消息, 所以便去 听讲座。 这是很好的学风。

以上是第一理由。

第二个理由是学生的起步点高。 Kisin 来找我的时候,他已自学了 Iwasawa 的局部数域论, 肖亮到 MIT 时已在北大学过椭圆曲线数域论,刚 几何,刚上同调论。 像普林斯顿这样 的学校,他们每年是向全球搜罗,录取 最好的十几个学生。所以他们的学生 起步点高。 入学时通常他们会对一门 学问已有一定水平。 把这些学生放在 一起, 互相竞争, 很快便从只懂一门 变成懂得多门, 进而走出一条新的路!

如此说来,我是在讲「临界质量」, 要达到相当的数量才会产生作用!要 搞好一门学问如代数数论, 要有几位 接触前线的老师, 又要有足够多的好 学生,同在一起,便会有机会了!

11 在丁石孙先生支持下,我和赵春 来在北大自 2001 年到 2003 年办了三 年冬季代数数论课程,这个课程有李 克正、徐飞和冯克勤大力协助才成功 的。我们办了这样的课程:群概形, 有限平坦群概形(SGA3)(黎景辉): 椭圆曲线与 Abel 概形 (赵春来); 类 域论(田青春);经典自守形式的志村 理论(王福正);晶体上同调理论(李 克正):变形方法在费马大定理之应用 (美国史丹福大学 Brian Conrad); p-adic 群表示论(法国巴黎大学 Gerardin); p-adic Hilbert 模型式 (美国 UCLA Haruzo Hida); 刚几何 (德国 Münster 大学 Strauch): 刚上同调理论(法国 Rennes 大学 Le Sturm)。 2008年, 赵 春来和田青春又邀请了 Berthelot (法 国 Rennes 大学)来讲算术 D 模。 这 些课程都是第一次在国内开办。我和 赵春来把我们的讲义写成《模曲线引 论》,由北京大学出版社出版。Hida 的讲义由牛津大学出版, Le Stusm 的 讲义由剑桥大学出版。从这两本书, 国外的学者可以看到北大的数论教育 是站在国际前沿的。

我们把这次的数论活动向全国开放,不过,远路而来的学生们的交通费是不少的,再者,最难为的是在中关村为学生找便宜的短期住宿,所以当时听课的学生大部分来自北京地区的学校与单位。上过这些课的学生后来有小部份出国,大部份还是在国内原校毕业,从北大毕业的几位所写的论文应该算是北大在代数数论领域中的最先进的博士论文了。

几十年后,也许参加过这些活动的同学中有人成为院士或将军,想起年青时的学习,也许会在心中给我们送个"劳动奖"。目前,只好谢谢丁石孙先生多番热心推动代数数论。

科学管理人员、党委和教授都要 面对成果报告的压力。可惜有些学问 比较难立竿见影,所以他们要支持这 方面的研究是比较费力,是需要耐心 等候的。一方面要有成果,另一方面 要做深刻的、有影响力的研究是每个 研究工作者都面对的选择,像丁先生



黎景辉教授在西湾讲座颁奖典礼上

那样不怕难的是鲜有的了。Kisin 从他第一次走进我的研究室到他当上了哈佛的教授是走了二十年的光景。当吴宝珠来澳洲找我的时候,他与我都没有想到在 2010 年, 他会得菲尔兹奖的。

数论有两难:难学、难活。第 一难学, 因为研究数论的历史长, 数 论家甚么方法都用, 所以学数论要求 的背景知识多,学习期长。你若从 网上下载关于 Beilinson conjecture, Tamagawa number conjecture, automorphic motive 的文章, 你便知 道我所说难学的意思了。第二难活, 数论文章难写,做数论的人文章太少, 加上以数论为专业的教授在任何一个 系内是少数(相对而言,譬如,做方 程的,他们人就多了!),所以数论很 难得到支持,新毕业的博士很难找到 工作,干数论很难活下去。当然北京 首都师大的李庆忠教授是稀有的例外, 他勇敢的支持数论在首师建立团队。 山东大学的数论基地则有潘承洞先生 的几十年经营,潘先生的老师是闵嗣 鹤先生, 闵先生在英国牛津大学的博 士导师是 Titchmarsh, 而他是哈代的学 生,这样,潘先生的学生如展涛和刘 建亚的学问便可以缘溯到二十世纪英 国的解析数论大师哈代了。

目前我知道国内有比较全面先进 的数论团队只有首师大和山东大学, 其他地方如数学所、北大、清大、川大、 南京大学、南京师大、交大、苏州大学、 肇庆学院等有少量的人刻苦地干活。

在外国, 欧、美、俄 已是很好了, 不用谈。在我国周边, 日本是在一百 多年前开始的数论强国, 高木贞治留 学德国哥廷根 (Göttingen), 回国后是 东京帝国大学教授, 非常受重视, 建 立了今日日本数论"超级大国"的地 位。他们代代相传,没有问:有甚么 用,可以拿甚么奖,没有要求"立竿 见影",一切都是耐心的鼓励,默默的 耕耘,于是人才辈出,成就非常惊人。 高木贞治着的《代数数论讲义》(岩波 出版),是我见过最好的类域论解析理 论的教科书。这个理论是高木发明的, 因为这个发现, 日本数论走到世界前 沿, 日本数论家视此为他们历代学习 的秘籍, 我希望我们把这本书给翻译 讨来!

从五十年代,印度数论家得到富商 TATA 家族的支持在为物理学家建立的 TATA 研究所成立数论基地,一开始就得到德国学派的帮忙,出了几



2008 年 Berthelot 与黎景辉

位非常优秀的代数几何家,一代教一 代到今天是个代数数论的强国。

几年前只有几十篇数学论文的韩 国,今日以数学文章量计为世界的第 八强, 获得下一届世界数学家大会的 主办权。在数论方面, 自从大韩高等 学术研究所(KIAS)成立,他们不断 增加经费, 吸纳留学回国的年轻人, 派在职教授出国深造,用巨资连续举 办国际数学会议,这都表示韩国的教 育家和工业家对基础科学的大力支持 的坚定信心。韩国在数论上的成就是 指目可待的。

在越南,吴宝珠在得奖前后都获 越南政府的支持,加上巴黎学派的援 助,已经有出色的成绩。

所以说,纵使我们不去跟大国比 拼, 单是周边的国家的发展, 对国内 的数论的进展已有很大的压力了。

今日我们有不到一百人来参加 "全国"数论会议,以十多亿人口的国 家来说,这是一个很小的数目,以目 前数论在科技及工程的广泛应用来说, 这是不成比例的。这个会议没有收到 任何资助,参加的人是自付或研究费 资助的, 其余是肇庆学院慷慨捐助。 希望将来数论得到国家、工业家或富

在基本引理证明之前, Langlands 在他的 Beyond Endoscopy 文章中说: 数论过去太注重代数方法, 我们多加 使用解析方法。在基本引理证明之后, 他又回到参加吴宝珠的代数方法的工 作去,可见数论没有一定要分家,都 是数论。

对我们干数论的人来说, 我是呼 吁大家要团结,不要分开甚么解析数 论、代数数论……总之,数论是一家, 大家合力, 互相支持。

我做过以下与数论有关的工作, 我证明了数域上似裂代数群 Weil 的 Tamagawa 数猜想,这是目前 Weil 猜 想的证明必经的一点。自守表示有两 种迹公式,一种是 Selberg-Arthur 迹公 式,另一种是首先由 Jacquet 和我所开 发的迹公式。类似 Hodge 猜想, Tate 提出代数簇的代数链的秩的猜想, 我 证明了紧志村面的 Tate 猜想。Lang 有

一个关于椭圆曲线整数点个数的猜想, 我做了目前的最佳估值。此外,我证 明了函数域上的 Iwasawa 主定理, 研 究过高维局部域的互反律的显式, p-进对称空间的模型式, 刚几何及 p-进 模型式。现在的工作是关于 p- 进微分 方程与 p- 进空间上的表示。

每一个念书, 教书的人, 多多少 少都会买下一些书籍, 我退休时, 我 决定把我的数学书赠送出去。 我先把 第一批送到北京师范大学, 说好了请 他们存放在图书馆内, 让学生可以用 上多年,后来他们说图书馆没有空间 放置,书就按他们的安排处理。 余下 的几百部书是跟自守型式有关的,包 括一些大概已经绝版,很多现在买不 到的了。 我很高兴澳门大学的金小庆 教授安排把书放置在他们的图书馆里。 连同多年前送给广州中山大学的十几 箱书,也就把我藏的数学书全都送出 去了。希望总有学生有机会念这些书。 我想起一个故事,我在香港中文大学 的时候,有一天,一个学生跟我说: 他刚从广州回来, 在广州的旧书店里 买了一本书,有我的藏书印,跟着他 把书捎来让我看,我说:"很好,这是 我送给广州中山的书, 今天还是回到 想看这本书的人的手里,很好。"

回顾过去,我是幸运的,我有住 的地方,有饭吃,有衣服穿,可付起 医药费。希望将来也如是。

最后, 谨祝大家身体健康, 学业 进步。

> 黎景辉 辛卯年元月初六于高雄