

数学家与音乐

(下)

蒋迅 王淑红

10 门德尔松的妹夫狄利克雷

门德尔松 (Felix Mendelssohn) 的妹夫狄利克雷 (Johann Dirichlet) 是德国数学家, 创立了现代函数的正式定义, 对数论、数学分析和数学物理有突出贡献, 是解析数论的创始人之一。1863 年, 他撰写了《数论讲义》, 对高斯划时代的著作《算术研究》作了明晰的解释并有创见, 使高斯的思想得以广泛传播。

狄利克雷亦是天生具有音乐细胞, 音乐赋予他很多灵感和启发。据说, “狄利克雷单位定理” 就是他在教堂里听音乐时突发灵感而得以证明的。在这一点上, 他与拉格朗日很相像。在他从巴黎到柏林后, 由洪堡引荐, 加入著名作曲家门德尔松的音乐沙龙, 有机会结识门德尔松的小妹瑞贝卡 (Rebecka), 彼此相爱, 喜结连理, 从此瑞贝卡深深地影响其一生, 特别是, 在哥廷根大学协助狄利克雷和黎曼形成良好的音乐氛围, 是哥廷根大学历史上浪漫温馨的一笔。



狄利克雷 (1805-1859)



狄利克雷的妻子、门德尔松之妹瑞贝卡

11 两位全才数学家的不同音乐际遇



希尔伯特 (1862-1943)

1900年在巴黎举行的第2届国际数学家大会上提出著名的23个问题的德国数学家希尔伯特 (David Hilbert)，是一位少有的数学全才，是19世纪末和20世纪初最具影响力的数学家之一。他的艺术水准同样炉火纯青，不仅会跳优美的交际舞，而且是出色的业余钢琴家。有一则故事说，一次有人见他在钢琴上弹奏平均律，遂好奇地寻问他在哪个音乐学院学习。他自然地答道：“我没有在音乐学院学习过，只是年轻时祖母强迫我弹巴赫的曲子。”他喜欢教书，喜欢与学生共处。据说，在学生眼中，他不像克莱因 (Felix Klein, 1849-1925) 那样是远在云端的神，而像是一位穿杂色衣服的风笛手，用甜蜜的笛声引诱一大群老鼠跟着他走进数学的深河。这种形象的比喻也许在刻画他吸引学生的同时，还在不自觉地唱和希尔伯特对音乐的喜爱之情吧。



希尔伯特墓碑



哥廷根数学所

但另一位有数学全才之称的法国数学家庞加莱（Jules Henri Poincaré）却未如希尔伯特这般在艺术上受到上苍的眷顾。他上中学时因视力很差，所以在音乐和体育方面并不擅长。但是先天条件的不足并没有减弱他学习和喜爱音乐的热情，他在巴黎综合理工学院学习时，曾经试图学习钢琴，但是没有成功。不过，休闲时最喜欢听高雅音乐的习惯伴随了他整整一生，表露了他内心对音乐的渴求从未减少。

与庞加莱生活在同一时代的法国土木工程师、业余数学家和音乐家勒穆瓦纳（Emile Lemoine）是一位小号演奏家，出于对音乐的迷恋，在巴黎综合理工学院上学时参与组建了

了一个室内乐团“小号”。他在自己家

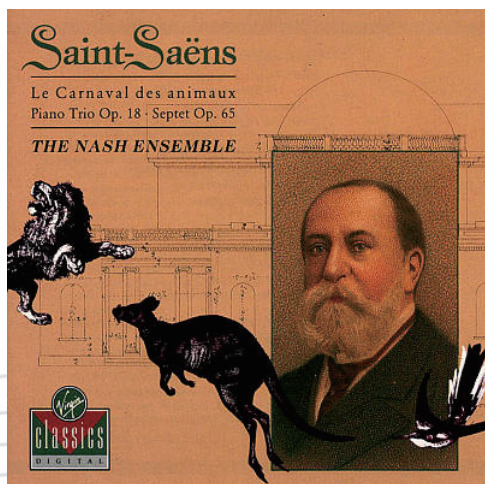
中举办室内乐演出达半个世纪之久，就连大作曲家圣桑（Camille Saint-Saens, 1835-1921）也难违其盛情为乐队作曲几首。可见勒穆瓦纳的面子有多大！能有这么大面子的数学家应该也不多。勒穆瓦纳甚至给圣桑命题作曲，请其作一首把小号混入小提琴和钢琴的曲子。为此，圣桑几乎使出浑身解数才得以圆满完成任务。不可否认，这个乐团对巴黎的音乐生活产生了深远影响，也许庞加莱就是受其影响的人之一吧。



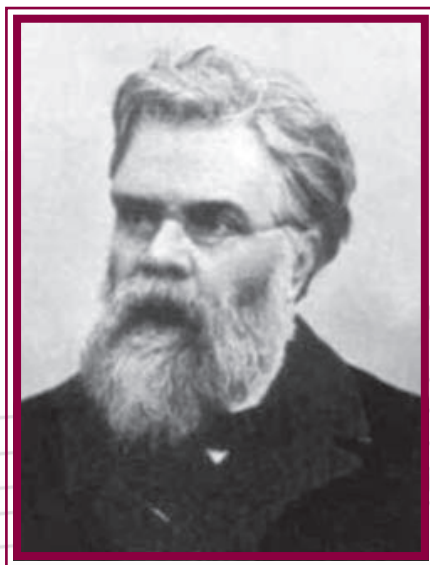
庞加莱（1854-1912）



蒙帕纳斯公墓的庞加莱家族坟墓



为勒穆瓦纳而作的圣桑《七重奏》



勒穆瓦纳（1840-1912）

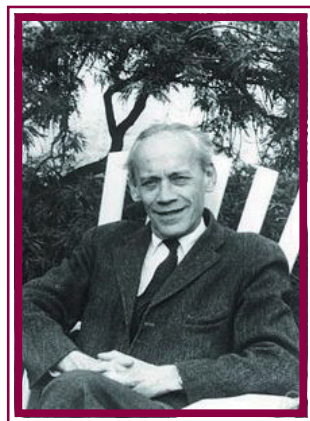
12 埃米·诺特、库朗和阿廷的数学音乐聚会



埃米·诺特 (1882-1935)



库朗 (1888-1972)



阿廷 (1898-1962)

无论是狄利克雷还是希尔伯特，都有着浓郁的哥廷根传统，他们对音乐的共同执着似乎也在预示着哥廷根大学的良好音乐氛围。在 20 世纪初的哥廷根大学，数学家们经常集会，研讨数学，演奏和倾听音乐，在数学和音乐的交融中碰撞着智慧的火花，其中也包括埃米·诺特 (Emmy Noether)、库朗 (Richard Courant) 和阿廷 (Emil Artin) 等人。

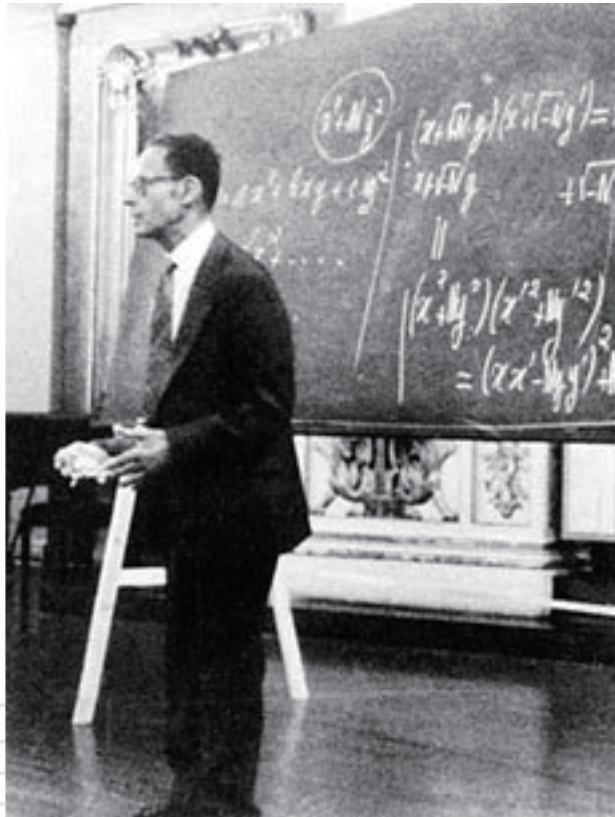
埃米·诺特是一位女数学家，被誉为抽象代数之母。她自感没有耐心成为一个好妻子和好母亲，所以终生未婚。虽然她的钢琴弹奏技能不是很好而且她也不喜欢弹钢琴，但因其母亲是富有天赋的钢琴家，她多少受到了音乐的熏陶，学习了钢琴，因此，经常参加库朗在其住处举办的音乐会。说到库朗，他不但是一位杰出的数学家，而且具



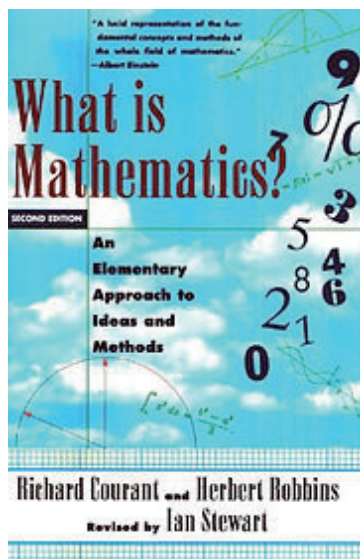
1932 年，埃米·诺特 (右五)、阿廷 (右六)、外尔 (右八)、曾炯 (右二) 等在哥廷根大学

有优秀的组织能力，是美国库朗数学科学研究所的创建者，加之他对音乐的喜爱，那么他热衷于组织音乐会也就不足为奇啦！

这个音乐会是哥廷根数学学派的非正式研究活动。有人曾这样描述它：1925年的夏日，哥廷根数学研究所是那么令人神往。埃米·诺特常常组织代数拓扑讨论会。大家快乐地集聚在一起，共同度过了许多美好的午后和夜晚，时而在莱茵河泛舟，时而在泳池畅游。虽然按规定泳池只对男性开放，但是埃米·诺特和库朗这些人对此视而不见，在游泳、泛舟和散步的同时激情洋溢地讨论数学。在音乐晚会中，数学元素则更多。随着库朗和其他几个人在钢琴等不同乐器上的演奏，时间飞快地滑过夜空，数学家们的热情持续热烈和高涨。虽然库朗仅仅弹出百分之七十五的乐谱，但是他对自己的疏漏毫不担心，因为别人注意不到。而埃米·诺特认为没有必要证明她的钢琴技艺，弹“快乐的农夫”不太适合，另外她有很多数学问题需要讨论。另外值得一提的是，库朗对音乐的浓厚热情感染了他的女儿莱奥诺（Leonore），莱奥诺最终成了专业音乐家，嫁给了数学家杰罗姆·博考维茨（Jerome Berkowitz, 1928-1998）。



阿廷正在演讲



库朗的《数学是什么》

阿廷是上个世纪最伟大的代数学家之一，被誉为布尔巴基学派的先驱，与埃米·诺特一起引领抽象代数学走向成熟，但是他与埃米·诺特不同的是，他的钢琴演奏水平极高，而且特别严格，严格得一如他所做的代数。他也是一位杰出的长笛演奏家，尤其热爱巴赫的音乐，在哥廷根大学时，每每应邀参加库朗举办的音乐会时，都会尽兴弹奏几乎所有的键盘乐器，有着一种不醉不休的架势。

由此看来，哥廷根大学是数学的圣地，是艺术的殿堂，数学家们乐于倾听音乐，陶醉于音乐，也许正是这种数学和音乐的交融，才使得哥廷根在某些方面有了不一样的辉煌。

13 伯克霍夫研究“音乐测度”

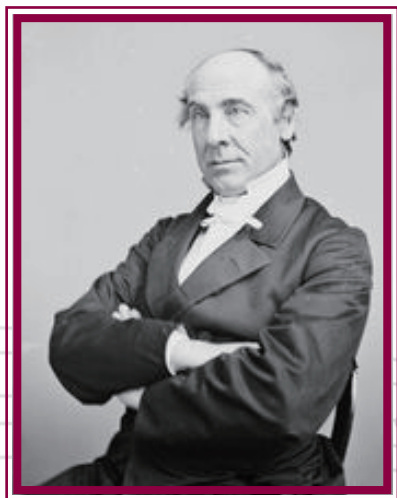


伯克霍夫 (1884-1944)

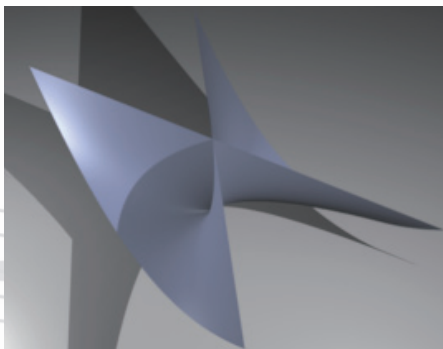
乔治·大卫·伯克霍夫 (George David Birkhoff) 是第二次世界大战期间美国数学界公认的领袖人物，为美国数学的发展作了许多组织工作，在国内外享有盛誉，其重要的工作是在动力系统方面，遍历理论的抽象形式就是由他给出的。他的儿子也是一位数学家。

伯克霍夫兴趣广泛，曾花许多时间研究“音乐测度”，写过几篇相关学术论文。他曾设想更大范围的美学测度，其中音乐测度是其中的一部分。美学测度的核心是一个看似简单的数学公式： $M = O/C$ ，其中 M 是美学测度， O 是美学度， C 是复杂度。他认为自然界只有在数学中才能得到和谐的理解，因此曾建议一位专业音乐家研究数学。

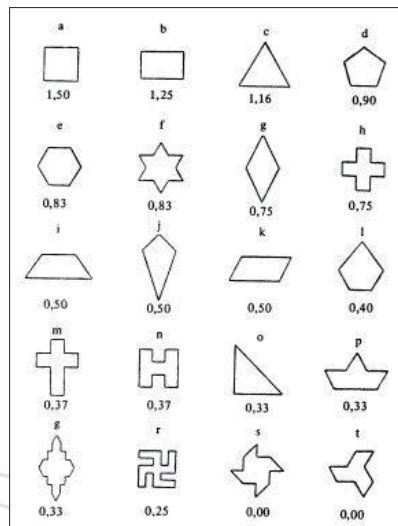
与伯克霍夫相比，另一位美国数学家哈斯勒·惠特尼 (Hassler Whitney) 虽然于 1982 年获得沃尔夫奖，并以研究图论、拓扑和微分几何见长，但是大学时的专业却是物理和音乐。他儿时并不喜欢数学，先是在 1928 年取得物理学的学士学位，后继续专攻音乐，1929 年取得音乐学士学位。他一生热爱音乐，音乐才情极高，会弹奏钢琴，演奏小提琴、中提琴、双簧管等乐器，曾担任普林斯顿交响乐团首席小提琴手。



哈斯勒·惠特尼 (1907-1989)



以惠特尼命名的惠特尼伞

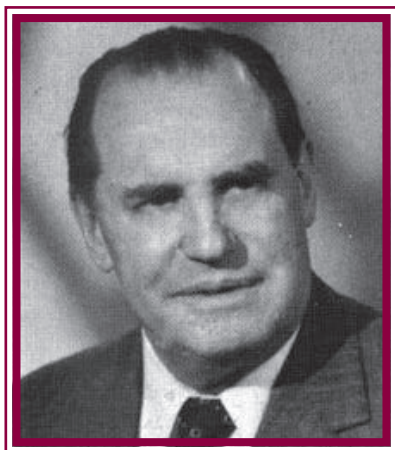


根据伯克霍夫美学测度研究几何形状

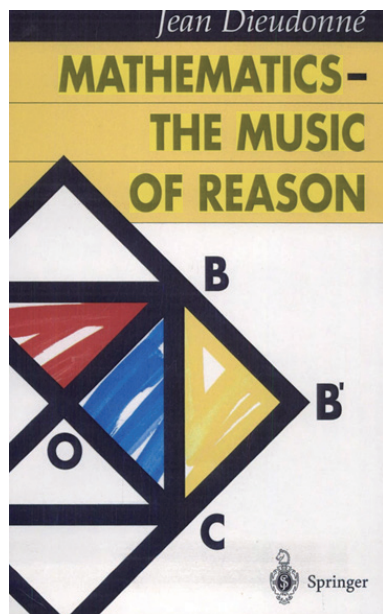
14 乐队的演奏漏了一个音符

法国布尔巴基学派的创始人之一迪厄多内 (Jean Dieudonné) 的研究领域十分广阔, 涉及一般拓扑学、抽象代数、典型群、形式群、泛函分析、复分析、代数几何以及数学史等领域。由于布尔巴基学派刻意保密, 一度在数学界被误认是一个人。著名的《数学原本》就是这个学派的杰作, 其中迪厄多内是最重要的笔杆子。

迪厄多内是业余钢琴家, 记忆超群, 能记住数百上千页的乐谱。有趣的是, 在为布尔巴基写书之前, 他常常会弹奏一个小时钢琴。他去听音乐会时也会手捧乐谱, 时而会听到他喃喃自语: “乐队的演奏漏了一个音符……。”他写过专著《数学——推理的音乐》, 似乎在中国并不为人所知。在其生命的最后半年, 他毅然结束其数学工作, 安心回到家里, 静听音乐, 捧读乐谱。能够以这种心态和方式度过人生的最后历程堪称完美。



迪厄多内 (1906-1992)

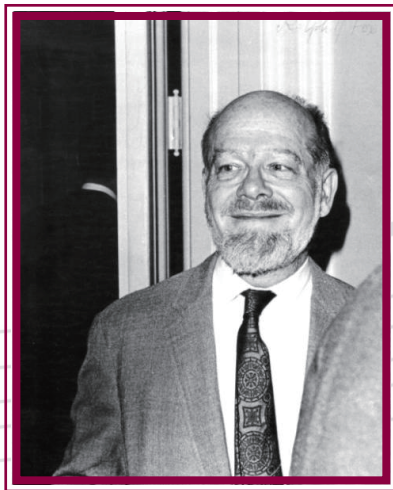


迪厄多内的《数学——推理的音乐》

15 聆听无声之声

美国拓扑学家拉尔夫·福克斯 (Ralph Fox) 在 20 世纪 60 年代异常有名, 提到他就相当于提到低维拓扑。他在纽结理论的最后形成中扮演了重要角色, 提出了“福克斯上色”方法、“福克斯-阿廷弧”和“福克斯导数”概念, 发现了函数空间里紧致开拓扑与同伦的关系。

福克斯从小就表现出音乐天赋, 特别是在学习弹奏钢琴方面更为突出。在斯沃斯莫尔学院学习的两年里, 他同时在费城的一家音乐学校上课。他的小提琴演奏水平相当专业, 还有着幽默风趣的性格。据说, 有一次他和日本数学家小平邦彦共同参加音乐会, 台上的演奏不是很顺畅, 时不时停顿, 而且有声音的时间少于没有声音的时间。小平邦彦感到特别不好听, 福克斯叹息道: “这是



福克斯 (1913-1973)