



英国石油公司租用的“深海地平线”钻井平台发生爆炸并引发火灾。左图：灭火及营救现场。右图：泄漏的浮油污染了墨西哥湾海面。

幽遐诡伏，靡所不入

——反问题在石油勘探中的应用

张宇

从墨西哥湾的漏油事件谈起

2010年4月20日晚，在距美国路易斯安那州61公里的墨西哥湾海面上，由BP（英国石油公司）租用的“深海地平线”（Deepwater Horizon）钻井平台在从事Macondo油田开发作业时发生爆炸，并引发火灾，11名工作人员遇难。经过约36个小时的剧烈燃烧，“深海地平线”于22日沉入海底。两天后，在事故地点出现了严重的石油泄漏，破裂的油井管道每天向墨西哥湾海域倾倒5-10万桶原油（约8000-16000立方米），历时近三个月，造成了极为严重的环境污染。直至7月15日，油井才被成功封堵。这是美国历史上迄今最严重的海上石油泄漏事件，也是本年度的重要焦点新闻。这次事件将对美国以至世界的能源开发、环境保护和生产安全管理政策产生深远的影响。

当关注的焦点聚集到英国石油公司时，我们发现这家公司在墨西哥湾地区寻找油气藏方面取得了巨大的成功。按

照公布的数据，出事的Macondo油田约有可供开发的原油5千万桶（约8百万立方米）。它的名字“Macondo”来自名著《百年孤独》中那个不幸的小镇，中文译为“马孔多”。实际上，在英国石油公司的开发版图上，“马孔多”只是一个小油田。2009年9月2日，英国石油公司宣布在墨西哥湾距休斯顿市东南400公里处发现了巨型油田Tiber。外界估计其总储量可达40-60亿桶，相当于约100个“马孔多”！英国石油公司的官方网站上例举了他们近几年在墨西哥湾深海地区开发的重要油田，预测产量都在1.5亿桶至6亿桶之间，包括Horn Mountain（2002年），Na Kika（2003年），Holstein（2004年），Mad Dog（2005年），Atlantis（2007年），Thunder Horse（2008年），等等，可谓硕果累累！

人们不禁会问：石油巨头们是怎样在墨西哥湾找到这些大油田的？以Tiber油田为例，此处的水深达到1200米，

油藏深埋在 1 万米以下！据古书《西游记》记载，孙悟空在皈依佛门之前曾闯入过建在海底的东海龙宫，取走了龙王的定海神针作为打斗兵器（又名如意金箍棒）。但是至今还没有可靠的证据显示任何人或神仙曾经达到过龙宫以下深 9 千米的地方。另一方面，深海石油开采的费用高得惊人，即使从事深海石油开发的公司拥有雄厚的资本和先进的技术，也不可能茫茫无际的墨西哥湾到处打井窥测。以已经开发的 Thunder Horse 油田为例：它的水上钻井平台有 3 个足球场大，建筑在海水深度约为 1800 米的海面上。据估计英国石油公司等公司投入该项目的建造费用高达 50 亿美元！投资的高风险要求对资源的定位和估算有一套较准确的科学方法，尽量减少决策失误。所以深海寻宝既是与大自然的经济博弈，也是极具诱惑力的智力挑战。

秘密就在回声中

数学物理史上有这样一个有趣的问题：不用眼睛来看，仅仅通过聆听鼓的声音能否判断出鼓的形状？即所谓的“盲人听鼓”问题。该问题于 1910 年由丹麦著名物理学家劳伦兹 (Lorentz) 在哥廷根的系列讲演“物理学中的新、旧问题”中提出。它的背景来自于射线理论。

我们知道，当物体的材料确定后，它的音色和其形状密切相关。在数学上，一个物体的音色可以由一串谱

$\lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \dots$ 来确定，它们对应着物体的固有频率。“盲人听鼓”即是要求通过已知的谱来确定一个鼓面的形状。

劳伦兹在他的讲演中猜测鼓的面积可以由下面的公式确定

$$\text{鼓面积} = 2\pi \lim_{\lambda \rightarrow \infty} \frac{\text{小于 } \lambda \text{ 的谱的数目}}{\lambda}$$

据说，当初大数学家希尔伯特认为在他的有生之年不可能看到这个公式的严格证明。但是一代宗师希尔伯特这次作出了错误的预测。不到两年时间，鼓面积的公式就被他的得意门生外尔 (Weyl) 证明了。而且证明方法采用的正是希尔伯特此前不久修炼出的独门绝技——积分理论。1954 年，Pleijel 证明了从鼓声中可以“听”出鼓的周长。1967 年，McKean 和 Singer 证明了从鼓声中可以“听”出鼓的内部是否有洞、有几个洞。直到 1992 年，Gordon 等人构造出了两面奇怪的“同声鼓”（图 1）：它们的形状不同，却有着相同的音色，单凭耳朵无法鉴别！

所以严格说来，“盲人听鼓”问题的答案是否定的。但是，对这个问题的研究启发了我们。当不能用眼睛直接观测时，以耳代目也能够获得关于物体形状的很多有用信息。举一个生活中的例子，夏天人们挑西瓜，总是把瓜放在耳边，用手拍一拍，有经验的人就知道瓜瓤熟不熟。深海区的石油探测

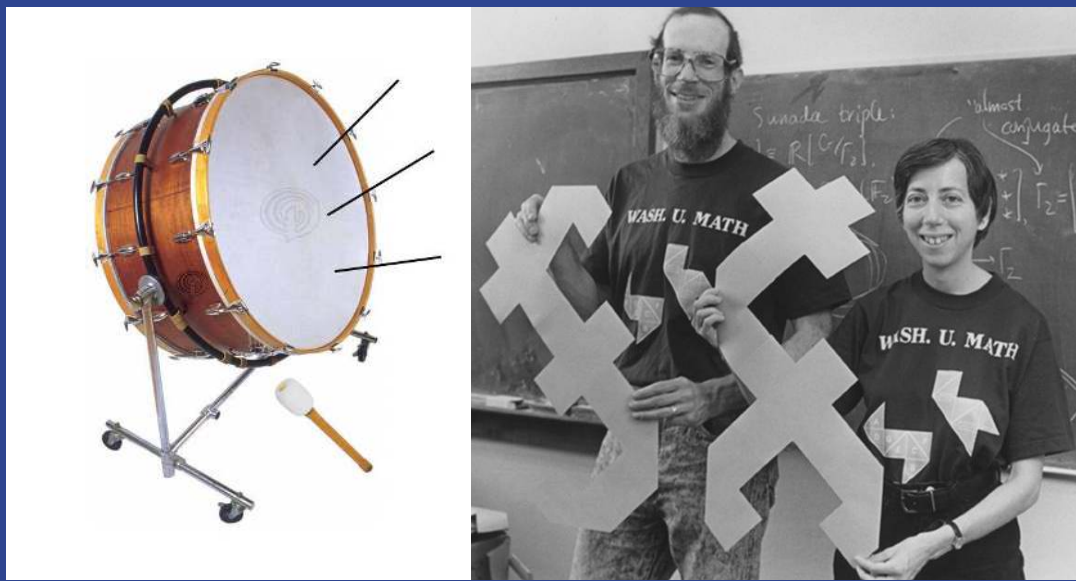


图 1. 左图：能否以耳代目，“听出”鼓的形状？右图：1992 年，数学家 Gordon, Webb 和 Wolpert 找到了两面形状不同的“同声鼓”。

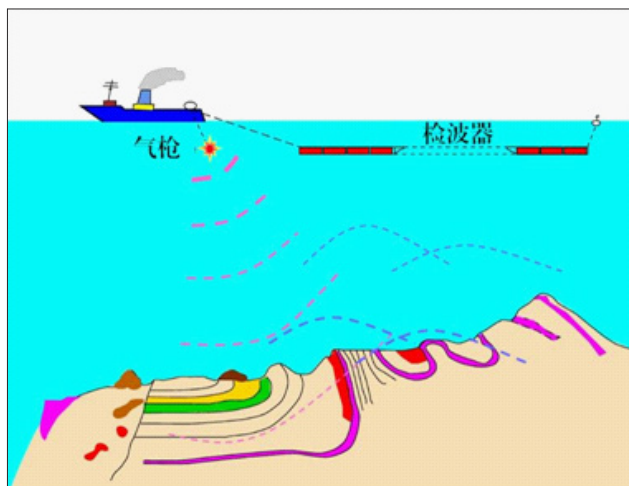


图 2. 海上人工地震数据的采集

就是应用了类似的原理。勘探地球物理学家希望能够叩问地球，用耳朵“听”出地下的地质构造，从而判断出油藏的准确位置和产量。

图 2 是海上石油勘探方法的示意图：数据采集船上带有气枪。当压缩空气被突然释放时，气枪会产生剧烈的爆炸声波。声波向地下传播，遇到构造变化会产生反射、散射和折射。这些回声中携带了地下的地质信息，被海面采集船拖带的检波器接收，记录为地震数据。海底宝藏的秘密就隐藏在数据里。

这是一个什么样的数学问题呢？

我们脚下的地球可以用三维坐标 (x, y, z) 来标定，其中 z 表示海平面下的深度。气枪的在海面的某个位置 $(x_s, y_s, 0)$ 爆破，产生的声波按照速度 $v(x, y, z)$ 在地下传播，满足波动方程

$$\left(\frac{1}{v^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \Delta\right) p(x, y, z; t) = 0$$

在海面的 $(x_r, y_r, 0)$ 处，检波器接收到了气枪产生的回声数据 $D(x_r, y_r; x_s, y_s; t)$ 。我们勘探的目的是要从采集到的地震数据 D 中猜出代表地质构造的函数 v 。

举一个最简单的例子，假设深度为 Z 米的地方有一个平房，声波传播速度是 V 米/秒。如果把气枪和检波器放在海面的 $(x_0, y_0, 0)$ 处，气枪发射后经过时间 T_0 秒我们听到回声，那么很容易知道

$$T_0 = \frac{2Z}{V}$$

上面的公式里有两个未知数， Z 和 V ，是不可解的。如果我们再做一次实验，将气枪和检波器分别放在 $(x_0 - X, y_0, 0)$ 和 $(x_0 + X, y_0, 0)$ 处（图 3），这时听到回声的时间延长至 T_1 秒，而且回声来自同一个地下反射点。根据勾股定理

$$T_1 = \frac{2\sqrt{Z^2 + X^2}}{V}$$

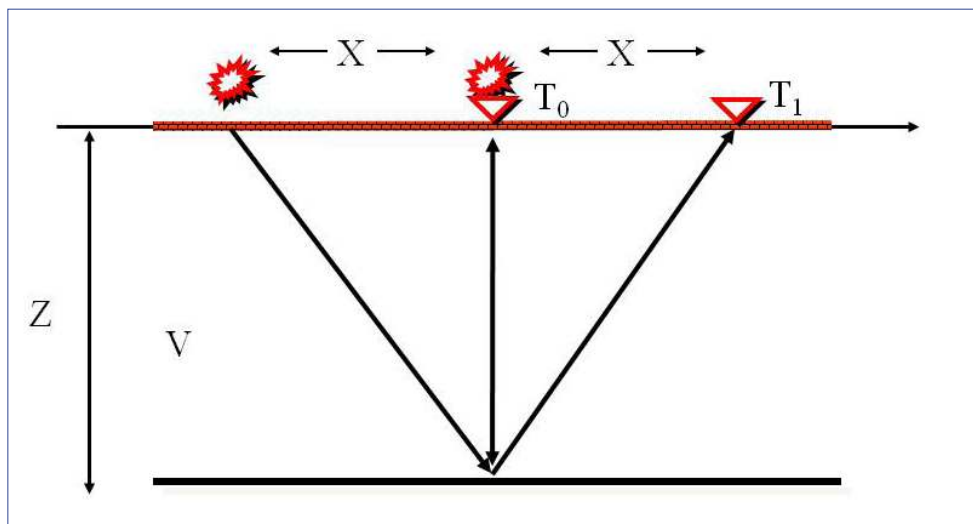
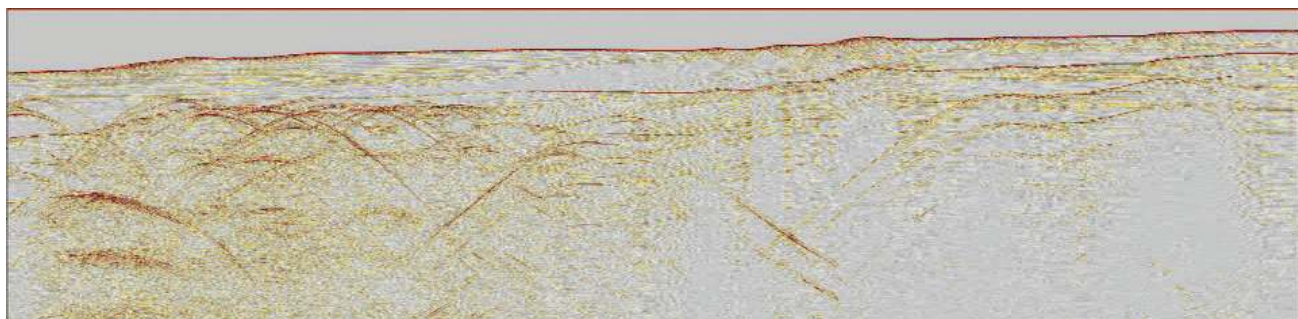


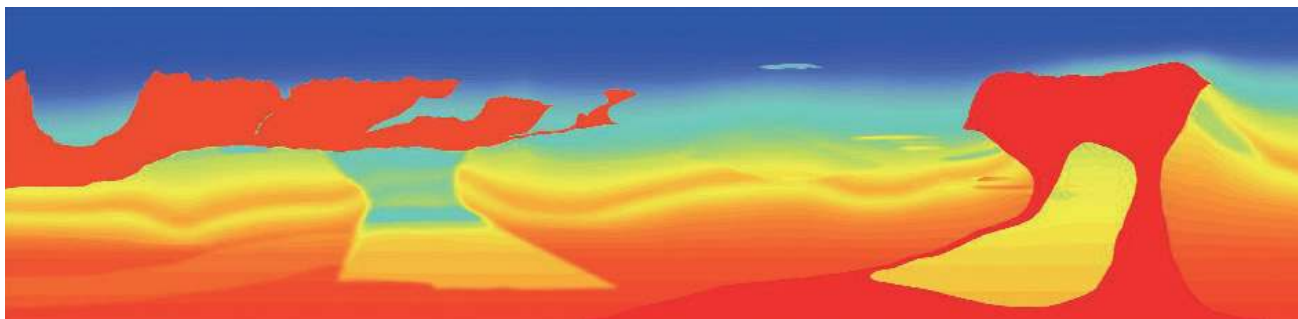
图 3：常速度、水平层模型可以通过两次实验来确定声波速度和反射层深度。



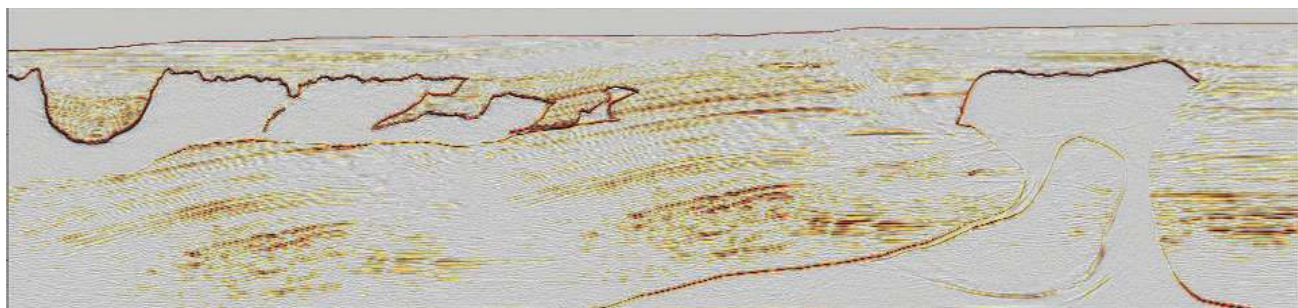
A



B



C



D

图 4: 一个 2 维人工合成数据的成像实例。A: 水面接收到的部分数据记录。B: 经过去噪和校正过的部分数据记录。C: 由数据分析出的背景速度模型。D: 偏移成像后得到的地下构造变化细节。