



# Mathematical Culture

# 数学文化

## 华尔街最有名的数学家

- ★ 推介陶哲轩的数学博客
- ★ 新中国邮票中的数学元素
- ★ 关于广义相对论的数学理论
- ★ 反问题在石油勘探中的应用
- ★ 理性文明两千年：概述与重访
- ★ 柯尔莫哥洛夫的数学观与业绩
- ★ 上帝掷色子：美国统计年会杂记

# 历史照片



1956年华罗庚在首都剧场为第一届中学生数学竞赛作演讲



1953年华罗庚(左三)和冯康(左二)访问苏联

應期於不惑，重域洗合界；

沉浮層次，融別構氣象；

劉公應明先生七秩華誕之賀

俊士累勳，聚異方才賢；  
明世乃從心，積行延並時。

受業羅懋康敬撰，後學劉建亞拜書

應期於不惑，重域洗合界沉氣，層次融別構氣象；  
明世乃從心，積行延並時俊士，累勳聚異方才賢。

劉公應明先生七秩華誕志賀  
受業羅懋康敬撰，後學劉建亞拜書

應期於不惑，重域洗合界沉氣，層次融別構氣象；  
明世乃從心，積行延并時俊士，爨動聚異方才賢。

劉公 應明先生七秩華誕志賀  
受業羅懋康敬撰，後學劉建亞拜書

注释：上、下联首字嵌寿翁名讳。

【应期】此处“应”字发第四声（去声）。“应期”两解：一、“应验期许”；二、“顺应期运”。三国魏曹植《制命宗圣侯孔羡奉家祀碑》：“于赫四圣，运世应期。”南朝梁任昉《为范尚书让吏部封侯第一表》：“陛下应期万世，接统千祀。”章炳麟《箴新党论》：“林宗才非应期，器不绝伦。”

【不惑】《论语·为政》：“子曰：吾十有五，而志于学，三十而立，四十而不惑，五十而知天命，六十而耳顺，七十而从心所欲，不逾矩。”后以“不惑”喻四十之年。

【重域】此处“重”字发第二声（上平声）；昔年有点化流派开创性理论。

【合界】两解：一、“整个界域”；二、“合成之界域”。

【沉氛】阴沉之气。《南齐书·高帝纪上》：“浮祲亏辰，沉氛晦景。”

【层次】昔年有点化流派开创性方法。

【别构】两解：一、“不同结构”；二、“独特的结构”。

【气象】1. 景色，景象。唐阎宽《晓入宜都渚》诗：“回眺佳气象，远怀得山林。”  
2. 气度，气局。《新唐书·王丘传》：“（王丘）气象清古，行修絜，于词赋尤高。”  
3. 情状，态势。唐鲍溶《古鉴》诗：“古鉴含灵气象和，蛟龙盘鼻护金波。”宋陆游《老学庵笔记》卷五：“石犀一足不备，以他石续之，气象甚古。”  
4. 气概，气派。元陈以仁《存孝打虎》第二折：“恨不的莽拳头打挫牙关，八面威气象全无，十石力身躯软瘫。”  
5. 气韵，风格。唐韩愈《荐士》诗：“建安能者七，卓荦变风操，逶迤抵晋宋，气象日凋耗。”宋秦观《史籀李斯》：“今汉碑在者皆隶字，而程邈此帖乃是小楷，观其气象，岂敢遂信以为秦人书？”

【明世】明察世事。

【从心】《论语·为政》：“子曰：吾十有五，而志于学，三十而立，四十而不惑，五十而知天命，六十而耳顺，七十而从心所欲，不逾矩。”后以“从心（所欲）”喻七十之年。

【积行】两解：一、“长年业行”；二、“累积业行”。明唐顺之《工部侍郎顾璘诰辞》之六：“昔在周时，诸侯累功积行以致爵位。”

【延】引导；引入；迎接。《礼记·曲礼上》：“主人延客祭，祭食，祭所先进。”郑玄注：“延，道也。”《文选·扬雄〈甘泉赋〉》：“选巫咸兮叫帝阍，开天庭兮延羣神。”李善注引郑玄《礼记注》：“延，导也。”唐王昌龄《赵十四兄见访》诗：“客来舒长簟，开合延清风。”

【并时】一时；同时。《后汉书·逸民传·矫慎》：“〔慎〕与马融、苏章乡里并时，融以才博显名，章以廉直称，然皆推先于慎。”宋曾巩《类要序》：“公之子知止，能守其家者也，以书属余序，余与公住不并时，然皆临川人，故为之论次，以为公书其首。”

【累勋】两解：一、“长年勋业”；二、“累积勋业”。唐白居易《唐银青光禄大夫安定皇甫公墓志铭》：“（公）自武骑尉累勋至上柱国，自布衣而佩服金紫，自旋食而庙向祖考。”《文房四谱·砚谱》引文嵩《即墨侯石虚中传》云：“石虚中，字居默，南越人，因累勋绩，封之即墨侯。”

部分编委 2010 夏北戴河合影



从左至右：庄歌，罗懋康，贾朝华，汤涛，项武义，刘建亚，邓明立，张英伯，付晓青

主 办 香港 Global Science Press  
沙田新城市中央广场第一座 1521 室

主 编 刘建亚（山东大学）  
汤 涛（香港浸会大学）

编 委 蔡天新（浙江大学） 张海潮（台湾大学）  
邓明立（河北师范大学） 项武义（加州大学）  
贾朝华（中国科学院） 罗懋康（四川大学）  
张英伯（北京师范大学） 顾 沛（南开大学）  
张智民（Wayne State 大学） 宗传明（北京大学）

美术编辑 庄 歌 董 昊 黄潇逸 李敏春

文字编辑 付晓青

特约撰稿人 丁 玖 李尚志 姚 楠 游志平  
木 遥 于 品 蒋 迅 萨 苏

《数学文化》旨在发表高质量的传播数学文化的文章；  
主要面向广大的数学爱好者。

本期刊欢迎投稿，来稿请寄：  
Math.Cult@gmail.com; 或 mc@global-sci.org

本刊欢迎订阅  
订阅联络代理：北京中科进出口有限责任公司  
电话：010-84039343转633；传真：010-84038202  
电邮：periodical@bjzhongke.com.cn (中国)  
info@global-sci.org (海外)  
开户账号：中国银行金宝街支行  
银行账户：810907911408091001

本期刊欢迎教育界，出版界，科技界的广告  
本期刊网站：<http://www.global-sci.org/mc/>  
本期出版时间：2010年10月

# Contents | 目录

## 数学人物

华尔街最有名的数学家	3
柯尔莫哥洛夫的数学观与业绩	6
冯康——一位杰出数学家的故事（连载三）	13



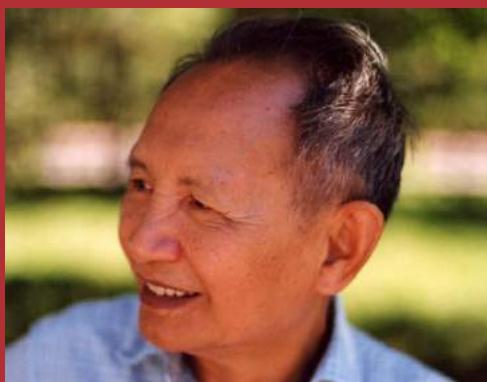
## 数学趣谈

新中国邮票中的数学元素	41
数学聊斋连载（连载三）	47



## 数学烟云

关于广义相对论的数学理论	52
幽遐诡伏，靡所不入	55
——反问题在石油勘探中的应用	



## 数学教育

理性文明两千年——概述与重访（上）	65
推介陶哲轩的数学博客	76
做数学一定要是天才吗？	78



## 数学经纬

翰林外史（连载一）	80
上帝掷色子——2008美国统计年会杂记	87
聊聊数学家的故事（连载二）	92

## 好书推荐

乌拉姆自传《一个数学家的经历》	95
-----------------	----

## 读者来信

98

# 华尔街最有名的数学家

木遥

2008年11月24日出版的《纽约时报》刊登了如下的一则新闻：伊藤清，描述随机运动的数学家，于93岁逝世。这则消息在下述两个方面不同寻常：首先，一则数学家的讣告并非出现在科技版面而是出现在商业版面上；其次，伊藤清的逝世时间被刊登为11月17日（实为11月10日），对《纽约时报》这样的大报而言，这是很愚蠢的错误（幸好是推后而非提前了讣告的发布）。

伊藤清并不是任何意义上的商人而是地地道道的一流数学家。他的名字出现在商业版的原因是他的工作极大地影响了人们对一切随机现象的理解，这其中也包括了金融现象。美国经济学家 Robert Merton 和 Myron Scholes 在伊藤的工作的基础上提出了计算金融衍生工具的 Black-Scholes 模型，从而获得

1997年的诺贝尔经济学奖。因为这个原因，伊藤清曾经被戏称为“华尔街最有名的数学家”。

伊藤清1915年生于日本。他是日本（以及亚洲）在二十世纪贡献出的最重要的几位数学家之一。他工作的主要研究对象是随机过程。确切来说，这门学问可以说根本就是他建立起来的——他在二十世纪中叶的工作让他得到了“现代随机分析之父”的称号。

也许我们应该把这件事情放在更大的历史背景中来看。按照普遍的看法，数学一向被看作是“确定性”的科学，这就是说，数学研究的对象是精确的数和形，传统的数学分支，例如代数和几何，也基本遵循了这种精确性的要求。另一方面，尽管数学家们很早就注意到了现实生活中的随机事件也



晚年时的伊藤清

可以用数学来刻画（概率论的建立可以追溯到十七世纪的数学家帕斯卡和费马对赌博的研究），但是这样的数学始终被视为“不严肃”的数学。

但是另一方面，物理学家对大自然的深入了解已经对数学家提出了要求和挑战。自从二十世纪初开始，以爱因斯坦为代表的物理学家们就开始试图讨论包括布朗运动（就是我们在中学物理课程中学到的导致水中的花粉无规则运动的分子运动）在内的随机物理过程，而传统的数学工具（微分方程）里面的每个系数和初值都是确定的（至多有微小的误差），所以结果也是确定的。既然在物理现实中，一个系数可能根本就是随机的变量，那么这样的方程该怎样理解和分析，就成为了数学家面临的严峻任务。



伊藤清 1983 年访问中国时和吴文俊 (左), 华罗庚 (左二), 苏步青 (右) 等合影 (徐家鹤 摄)。

在数学这一方面, 也是直到二十世纪初, 伟大的俄国数学家柯尔莫哥洛夫等人才开始试图从公理化的角度重新建立概率论和随机数学。这就是说, 把随机事件中的数学变量像几何和代数对象一样对待, 为它们建立基本的公理和逻辑体系, 让“随机”这件事情可以得到“严格”的定义和计算。在此基础上, 对随机物理过程的数学刻画才变得可能。

也许我们应当看看伊藤清自己对这段历史的描述, 下面的文字摘译自他的《我研究概率论的六十年》一文:

从我的学生时代开始, 我就被看起来完全随机的现象中存在客观的统计规律这一事实所吸引。尽管我知道概率论可以用来描述随机现象, 但是我并不满意当时的概率论, 因为就连最基本的元素——随机变量——也没有得到很好的定义。那个时候, 数学家们很少像看待微积分一样把概率论看成真正的数学领域。通过十九世纪末人们对“实数”这一概念的精确定义, 微积分已经成为完全严格意义上

的数学。那个时候只有很少几位数学家在研究概率论, 其中包括俄国的柯尔莫哥洛夫和法国的 Levi。

在那个时代人们一般都觉得 Levi 的工作极其晦涩难懂, 因为作为一个新的数学领域的先锋人物, 他的工作基本上是基于数学直觉的。于是我开始试图用柯尔莫哥洛夫的办法来严格描述 Levi 的想法。最终, 经过了艰难而孤独的努力, 我终于成功地建立了随机微分方程的理论。那是我的第一篇论文。

我们可以从多个方面来理解伊藤清的这段回忆。首先, 他的这篇划时代的论文发表在 1942 年, 这时他甚至还没有拿到博士学位。注意这个日期, 1942 年, 我们并不难想象那时一个日本的年轻数学家处于什么样的工作环境。(无独有偶, 也是在这个时期, 与伊藤清差不多同龄的中国数学大师陈省身也在战争的另一侧更加艰苦的环境里开始了自己最重要的研究工作。)

其次, 伊藤清的这段回忆概括了一个数学发展史的一

般规律，那就是数学虽然追求严谨，但是任何数学思想在一开始几乎总是完全基于粗糙和模糊的直觉，然后才会在发展过程中逐渐被精确化。微积分的发展过程是如此，概率论的发展过程也是如此。而伊藤清有幸成为随机数学的严格化过程中奠基性的人物，从而名垂青史。

伊藤清后来在美国居住并任教过一段时间，但是他的晚年也和陈省身先生一样，几乎完全在他的祖国度过。他于1987年获得数学家的终身奖沃尔夫奖。他也在2006年的国际数学家大会上获得了首届高斯奖，这个新设立奖项的宗旨在于表彰“工作在数学外领域影响深远的数学家”，这个称号伊藤清当之无愧。

吊诡的是，正是因为伊藤清的贡献直接启发了人们对于期权定价等一系列金融问题的研究，才使得后来种种复杂的金融衍生工具的开发成为可能。随着人们对于金融模型掌握得日渐得心应手，这些衍生工具在数学上越来越复杂精巧，也为金融大鳄们越来越隐蔽的贪婪和野心打开了方便之门，最终成为今年席卷全球的金融危机的罪魁祸首之一。因此有人认为，要不是伊藤清开启了这个潘多拉的盒子，也许这一切本来都不会发生。

对于一个一生以纯粹理论研究为职业的数学家来说，这当然是过于严苛的批评。复杂的现代数学工具在金融领域的大规模应用也许永远都会是一个有争议性的话题，但是从纷繁复杂的现实中提炼出抽象的理论规律，这本来就是科学家的庄严使命。也许人类在可预见的未来都不可能用数学完美的解释和控制金融运作，特别是在其间掺杂了如此复杂的人性因素的情况下。但是伊藤清毕竟走出了历史性的一大步。在得知他的讣告之后，今年的诺贝尔经济学奖得主Paul Krugman在自己的博客上这样写道：“伊藤的成就是在金融理论中——也在我自己的某些工作中——扮演了举足轻重的角色。我不是一个数学家，我也曾经一边写下那些刻画金融活动的数学公式一边半开玩笑地说，管它有什么实际意义呢。但是事实上，它们管用，真的。”

还是用伊藤清自己的话来结束这篇文章好了，下面的文字还是摘译自他的《我研究概率论的六十年》一文，他在这段文字里优美地描述了自己心目中的数学：



中年时的伊藤清

在精确地建立数学结构的过程中，数学家会发现某种美的存在，这种美也存在于迷人的音乐和庄严的建筑之中。然而，伟大的数学和伟大的艺术毕竟不同。莫扎特的音乐可以让不懂得音乐理论的人着迷，科隆大教堂可以让不了解基督教的人赞叹，然而数学结构之美很难被不理解数学公式背后的逻辑的人们所欣赏。只有数学家才能读懂数学公式的乐谱，然后在心里演奏出音乐来。因此我一度觉得，没有数学公式的帮助，我很难传递出我心里的数学的旋律之美。

随机微分方程，或者说，“伊藤公式”，今天被广泛地应用于描述各种随机现象。但是当我刚写出这些论文的时候，它们完全没有引起人们的注意。直到十年之后，别的数学家们才开始阅读我的数学乐谱，然后用他们自己的乐器演奏出音乐来。在将我的原始乐谱发展为更精致的音乐的过程中，这些研究者们也为伊藤公式做出了自己的贡献。近年来，我发现这些音乐也在数学之外的许多不同的领域中演奏着。我从来没有预料到我的音乐能为真实的世界做出贡献，而它同时也增添了纯粹数学之美。我想在此感谢我的前辈们，是他们不断的鼓励，才让我能够听到我的“未完成交响曲”中，那些神秘而微妙的音符。

### 作者介绍：

本文作者北京大学数学系本科毕业，美国加州大学洛杉矶分校数学博士。是本刊特约撰稿人。



# 柯尔莫哥洛夫的数学观与业绩

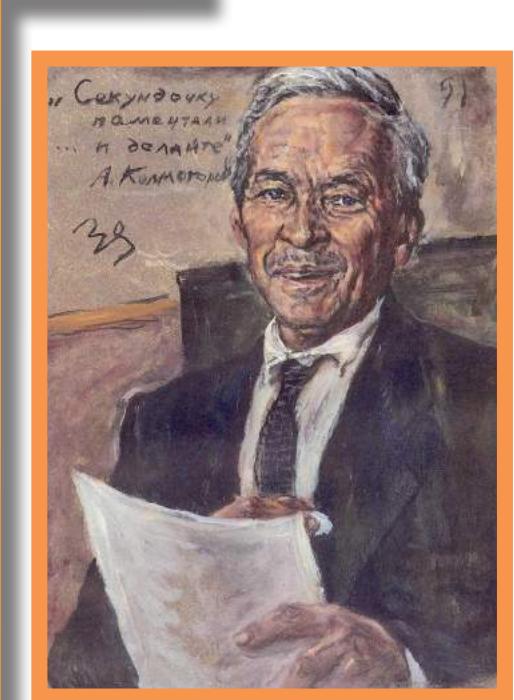
伊藤清 / 文 佚名 / 译

当我得知苏联伟大的数学家，84岁的柯尔莫哥洛夫 (Andreyii Nikolaevich Kolmogorov) 教授于 1987 年 10 月 20 日离开人世时，我感到像是失去了支柱那样悲哀与孤寂。在我还是学生时 (1937 年) 读了他的名著《概率论的基本概念》之后，便立志钻研概率论，并持续了 50 年之久。对我来说，柯尔莫哥洛夫就是我的数学基础。

我与柯尔莫哥洛夫教授仅会过 3 次面。第一次是 1962 年国际数学家大会 (于瑞典首都斯德哥尔摩召开) 时，开幕式前我在大厅里漫步。当听见 “Ito ? Kolmogorov.” 的亲切的招呼声时，我又惊又喜。他用德语问到 “你多大年龄？” 我答道：“Seiben und vierzig.” 他再问：“DreiBig?” (三十几？) 大概日本人都显得年轻，我也许被看得年轻了 10 岁。又过了二三日，H. Cramer 教授 (全瑞典的大学校长 (Chancellor)，概率论、解析数论的专家) 在家里举行了晚餐会，招待出席会议的大约 10 名有关概率方面的学者。柯尔莫哥洛夫，J.L. Doob 与我都在其中。

第二次是 1978 年，在参加了国际数学家大会 (于芬兰首都赫尔辛基召开) 之后，我又出席了概率统计国际学术讨论会 (Vilnius, Lithuania, 前苏联)，回国途中，路经莫斯科时，柯尔莫哥洛夫招待 Varadhan (纽约大学柯朗研究所)、Prokhorov (苏联科学院) 和我在克里姆林宫旁的一座高雅的餐厅吃了午餐。当时已听说柯尔莫哥洛夫对高中的数学教育很热心，招收了一些优秀的学生，亲自开课教授。我便询问了其内容。他举例说：比如向学生展示简单的向量场 (速度场) 的图，并要求他们画出积分曲线 (轨迹)；又如让学生考虑具体的分枝过程的问题等等，以培养学生的数学直观能力。

第三次是 1983 年在 Tbilisi (Georgia, 前苏联) 召开的日苏概率统计学术讨论会上。当时，尽管他的健康状况不太好，仍然作了讲演，并在宴会上努力创造活跃的气氛。显然年轻的一代是很尊敬他的。



柯尔莫哥洛夫的画像

柯尔莫哥洛夫在数学的几乎所有领域中，都提出了独创的思想，导入了崭新的方法，他的业绩是非常辉煌的。然而，我见到他时给我留下的印象却是不修边幅的温厚的君子形象，这也正是伟大数学家的形象吧。

柯尔莫哥洛夫的论文我自认为基本上都好好地读过了，在撰写本稿时，我又对他整个的研究成果做了一个直接或间接的调查。对其研究的广度和深度不得不叹服。由于时间和篇幅的限制，我仅向读者谈一些并不全面的自己的感受。

吉泽尚明（京都大学）、池田信行（大阪大学）二位教授及京都大学数理研图书室的各位帮助我查找了资料，在此我表示衷心的感谢。

### 柯尔莫哥洛夫简介

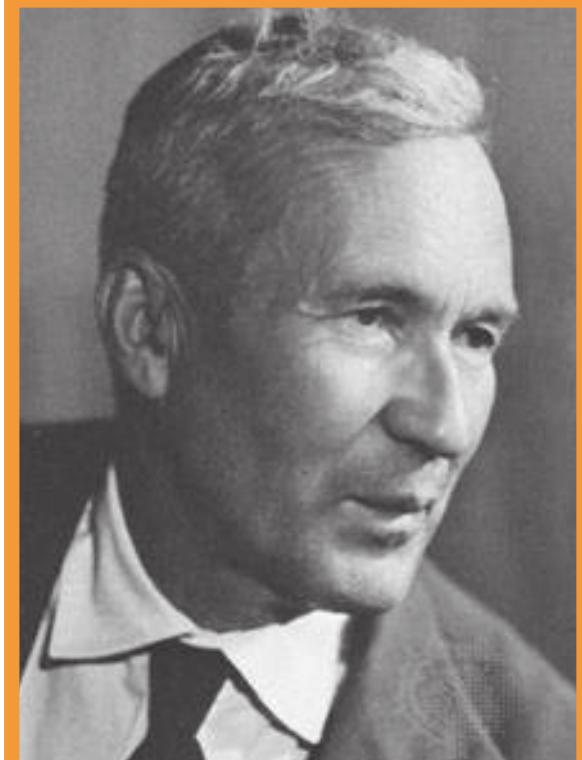
根据 B. V. Gnedenko 在柯尔莫哥洛夫 70 寿辰时的讲演，柯尔莫哥洛夫于 1903 年诞生于俄罗斯的村镇（现在为市）Tambov。父亲是农学家，母亲在生下柯尔莫哥洛夫后不久便离开人世，他是被叔母等抚养长大的。1920 年（17 岁）进入莫斯科大学之前，他当过列车上的乘务员，业余时间写了关于牛顿力学定律的论文，论文的原稿未能保存下来，但我们可以想象他是多么早熟的天才。那时，俄国革命（1917）已经爆发，我很想知道他当时所处的环境，很遗憾没有有关的资料。

1920 年进入莫斯科大学，最初对俄国的历史感兴趣，还调查了 15 ~ 16 世纪的诺布哥罗德的财产登记。以后参加了 V.V. Stepanov 的傅里叶级数讨论班，并于 1922 年

（19 岁）写出了关于傅里叶级数，解析集合的著名论文，震动了学术界。其后犹如天马行空，连续发表了许多重要的研究成果。1925 年莫斯科大学毕业，1931 年当大学教授，1933 年任大学数学研究所所长，1937 年成为苏联科学院院士。至 1987 年逝世止，对数学的研究教育作出了很多重大的贡献。

### 柯尔莫哥洛夫的数学观

了解柯尔莫哥洛夫的数学观的最好的资料，大概要属苏联大百科辞典中他所执笔的“数学”部分吧。已经出了英文版，我读了英文版，与原文（俄语）比较，英文版稍微缩略了一些，在这篇文章中，他先阐述了其数学观，然后通述了自古至今的数学史，并且从他的数学观出发，详细描述了这个历史的各个阶段，它可以说是为数学家、科学家们所写的数学史。我饶有兴趣地一口气读完了全篇。要说明柯尔莫哥洛夫的数学观，不仅应当看这篇文章的开始部分，也应当参照占该文大部分的数学史，但由于篇幅及时间的限制，我仅将文章的开始部分简要介绍如下。



柯尔莫哥洛夫 (1903-1987)

根据柯尔莫哥洛夫的观点，数学是现实世界中的数量关系与空间形式的科学。

(1) 因此数学的研究对象是产生于现实中的。然而作为数学加以研究时，必须离开现实的素材(数学的抽象性)。

(2) 但是，数学的抽象性并不意味着完全脱离于现实素材。需要用数学加以研究的数量关系与空间形式的种类，应科学技术的要求，是不断增加着的。因此上面定义的数学内容在不断地得到丰富。

**数学与诸科学：**数学的应用是多种多样的，从原理上讲，数学方法的应用范围是无边际的，即物质的所有类型的运动都可以用数学加以研究。但是数学方法的作用与意义在不同情况下是不同的。用单一的模式来包罗现象的所有侧面是不可能的。认识具体的东西(现象)的过程中总是具有下面两个互相缠绕的倾向。

(1) 仅将研究对象(现象)的形式分离出来，对这个形式作逻辑上的解析。

(2) 弄清与已经确立的形式所不相符的「现象的方面」，向具有更多的可塑性，更能完整地包含「现象」的新形式转化。

如果在研究的过程中必须时刻考察现象的本质上新的侧面，则研究中的困难主要体现在上面的(2)的部分。这样的现象的研究(如生物学、经济学、人文科学等)中，数学方法就不是主要的。在这种时候，对现象的所有方面的辩证分析会由于数学形式反而变得含糊。

与此相反，如果用比较简单的、稳定的某种形式便可以把握研究对象(现象)，并且在这个形式的范围内产生了在数学上需要加以特殊研究(特别是需要创造新的记号和计算方法)的困难而复杂的问题时，这种现象的研究(如物理学)则在数学方法的支配范围内。

做了这些一般性的论述后，首先详细说明了行星运动完全是在数学方法的支配范围内，在这里数学形式是对于有限质点系的牛顿的常微分方程。

从力学转向物理学，数学方法的作用几乎不减，但应用中的困难明显增加。在物理学中，几乎没有不使用高等

数学技术(如偏微分方程理论、泛函分析)的领域。但是研究中出现的困难往往不在于数学理论的推导过程中，而在于“为运用数学所作的假设的选择”和“由数学手段所得结果的解释”中。

数学方法具有包含从考察的某个水平开始，向更高的、本质上新的水平转移这样一个过程的能力。这种例子在物理理论中是可以见到许多的：扩散现象便是一个古典的好例子。从扩散的宏观理论(抛物型偏微分方程)向更高的微观水平的理论(用独立的随机过程来描述溶液中粒子随机运动的统计力学)转移，从后者出发运用大数定律，可导出把握前者的微分方程，柯尔莫哥洛夫对此种情形作了更加详细具体的说明。

同物理学相比，在生物学中数学更处于从属地位。在经济学和人文科学中的，这种情况就更加突出了，在生物学和社会科学中数学方法的应用主要是以控制论的形式进行的。在这些学科中，数学的重要性以辅助科学——数理统计学的形式保留几分，但在社会现象的精确分析中，各个历史阶段中的本质性差异的侧面是占主导地位的，因而数学方法常常要靠边站。

数学与技术、算术、初等几何的原理，正像古代数学史所表明的那样，是从日常生活的需要中产生的。其后的新的数学方法或思想也是受到天文学、力学、物理学等满足实际需要的学科的影响而产生的，但是数学与技术(工程学)的直接联系至今常常是通过已有的数学理论在技术中的应用这样一个形式来实现的。当然还须指出，根据技术上的要求而直接产生新数学的一般理论这种例子也是有的〔例如，最小二乘法(测地)，操作数法(电气工程)。作为概率论的新分支的信息论(通信工程)，数理逻辑学的新分支，微分方程的近似解法，数值解法等〕。

高深的数学理论使得科学计算的方法急速地发展起来。而科学计算在解决原子能利用，宇宙开发中的问题等大量的实际问题时扮演了主要的角色。

柯尔莫哥洛夫在后面的数学史的叙述中也总是注重数学与其它诸学科的关联，同时也高度评价了由于数学内部

的要求而推动的纯数学的发展。例如，在实际问题的应用这方面，古代希腊要落后于巴比伦，然而在数学的理论方面，希腊远远领先于巴比伦。他尤其赞颂了“存在无限多个素数”、“等腰直角三角形的斜边与另一边之间不存在公约数”等伟大发现。接着他详细说明了实际主义的巴比伦数学与理想主义的希腊数学是如何经过中世纪的阿拉伯数学，发展至欧洲的近代数学的过程，非常有趣。我从这个历史中学到了许多史实。例如，我以前知道变换群这个概念是在18世纪后半叶至19世纪初，由Lagrange（分析）、Galois（群论）等有效地使用了的。但我还想知道现在大学里讲授的（抽象）群的定义到底是由谁给出的。根据柯尔莫哥洛夫的数学史，这个定义是由A. Cayley在19世纪中叶所给出的。

总之，柯尔莫哥洛夫的数学观是由他的数学上的独创性，对于数学应用所抱有的激情及对于数学发展的历史所具有的洞察。这几个方面所组成的，难以用一言来概之。如果一定要用一句话来总结，也许可以这样说：柯尔莫哥洛夫把数学看成为可以无限制地成长的“生物体”。

### 柯尔莫哥洛夫的数学业绩

柯尔莫哥洛夫写了上百篇论文，从中可以看出其特点是：“广泛的研究领域”、“引入新观点的独创性”及“明快的叙述”，其研究领域包括实变函数论、数学基础论、拓扑空间论、泛函分析、概率论、动态系统、统计力学、数理统计、信息论等多个分支。下面结合背景概述一下这些研究。

#### 实变函数论

柯尔莫哥洛夫在莫斯科大学读书时参加了Stepanov的傅里叶级数讨论班，从那时（1921）开始，他对数学产生了兴趣。当时，主要研究连续函数的微积分学正在

向研究可测函数的实变函数论发展。这一新的数学领域受到了极大的关注。他于1922年（19岁）时，通过引入集合演算，证明了包含“Borel不可测解析集合的存在定理”的新的定理。同年，他还成功地研究了“（形式上）傅里叶级数在几乎所有点上（以后又研究了所有点上）发散的可积函数的构成”。关于傅里叶级数、正交函数的展开，他也写了几篇论文。他还尝试了勒贝格（Lebesgue）积分的推广，涉及了Denjoy积分的研究。这些大体上是1930年以前的研究工作。

#### 概率论基础

柯尔莫哥洛夫在概率论方面的一大功绩是用测度论的语言将概率论确立为现代数学的一个领域。以往对偶然事件、偶然量未加定义而使用。柯尔莫哥洛夫看出了概率与测度的同构型，在概率测度空间 $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ 上，分别将偶然事件定义为 $\Omega$ 的 $\mathcal{F}$ -可测子集，偶然事件的概率定义为这个子集的 $P$ -测度，偶然量定义为 $\Omega$ 上的 $\mathcal{F}$ -可测函数，其平均值由积分定义。这样，概率论的理论展开就变得明确而容易了。

如此将概率作为测度来把握的方法，对于特殊问题E. Borel, N. Wiener（布朗运动）已经做过尝试。但用这个方法来对待所有问题是柯尔莫哥洛夫的《概率论的基本概念》。他证明了在一般情况下可以有目的地构造出



柯尔莫哥洛夫学习和工作的莫斯科大学



辛钦 (1894-1959) 是影响了柯尔莫哥洛夫数学的科学家，他的著作也影响了半个世纪前的中国数学。

P 的定理，这就是著名的柯尔莫哥洛夫扩张定理。

过去作为具体的测度一般仅考虑 Lebesgue-Stieltjes 测度和 Lie 群上的不变测度。由于柯尔莫哥洛夫的测度论式的概率论，新型的概率测度及有关的新问题在对偶然现象的数学研究中不断地产生了出来。

## 概率论

柯尔莫哥洛夫受到辛钦 ( A.Y.Khinchin ) 的影响，1925 年前后开始研究独立随机变量的级数的收敛问题及发散时的阶数。接着研究了维纳 ( Wiener ) 过程，在这些研究中，柯尔莫哥洛夫引入了几个新的思想和方法，其中 Kolmogorov 0-1 律、Kolmogorov 不等式，Khinchin-Kolmogorov 三级数定理，Kolmogorov 强大数律，Kolmogorov 判别法，Kolmogorov 谱 ( 湍流 ) 等是特别著名的。1939 年他还将弱平稳过程的内插、外推问题归结为傅里叶分析的问题而一举解决。

柯尔莫哥洛夫还将动态系统分为决定论的 ( 古典的 ) 动态系统和概率论的动态系统 ( 马尔可夫过程 )，描述前者轨道的是常微分方程，而决定后者转移概率的是抛物型偏微分方程，即柯尔莫哥洛夫引入的向前方程序和向后方程式 ( 〈关于概率论中的分析方法〉， Math. Ann. 1931 )。在那以前，概率论 ( 泛函分析 ) 也开始得到应用，概率论的内容变得极其丰富起来。1950 年代的马尔可夫过程的显著发展的源泉就是柯尔莫哥洛夫的这个研究。我从柯尔莫哥洛夫的这篇论文的序言中的思想得到启发，引入了表现马尔可夫过程的轨道的随机微分方程式。这也决定了我以后的研究的方向。柯尔莫哥洛夫的「基本概念」和「分析方法」对我来说可谓至宝。

## 数理统计

在日本很遗憾概率论与数理统计之间的交流不太活跃，而柯尔莫哥洛夫等苏联的概率论专家是非常重视二者的关系的。概率论是以概率空间为基础的，在应用于现实问题的时候，需要考虑若干概率空间，然后决定哪个是最适合于实际问题的概率模式。这个决定可以说是数理统计学的一个目的。柯尔莫哥洛夫也写了不少数理统计学的论文。在非参数检验法中用到的 Kolmogorov-Smirnov 定理是很有名的。

## 数学基础论

柯尔莫哥洛夫从年轻时起，就对数学基础论，特别是 Brouwer 的直观主义 ( 有限立场 ) 有着浓厚的兴趣 ( 例如《 Math. Zeit. 》, 35 (1932), 58-65 )，关于算法他也作了研究。

### 拓扑空间论和函数空间论

柯尔莫哥洛夫和 J.W. Alexander 共同开创了上同调理论，这是众所周知的。柯尔莫哥洛夫还是同时具有拓扑结构和代数结构的空间理论（线性拓扑空间、拓扑环）研究的开创者之一。

他还研究了全有界的距离空间  $E$  的  $\epsilon$ -网中最小可能的点数当时的性状，作为  $E$  的特征量引入了  $\epsilon$ -熵、 $\epsilon$ -容量的概念。将其应用于  $E$  为连续函数空间的子空间的情形（与 V. M. Tikhomirov 合著，Uspehi (1959)）。这是泛函分析方面的崭新的观点。

### 动态系统

柯尔莫哥洛夫对于古典动态系统有着很深的知识，他写过几篇重要的论文（国际数学家大会论文集，1954, Amsterdam, 1, 315-333）。他还研究了一般的动态系

统，引入了“Kolmogorov 流”的概念。作为流的特征量，大家知道有谱型 (Hellinger-Hahn)。柯尔莫哥洛夫又引入了熵这个新的特征量。毫无疑问，这也为新的遍历理论开辟了道路。

在其它方面，柯尔莫哥洛夫也作了许多有名的研究工作。例如希尔伯特的第 13 问题的否定性解决，随机数表的考察，以及关于信息论的研究等。

### 柯尔莫哥洛夫的数学教育观

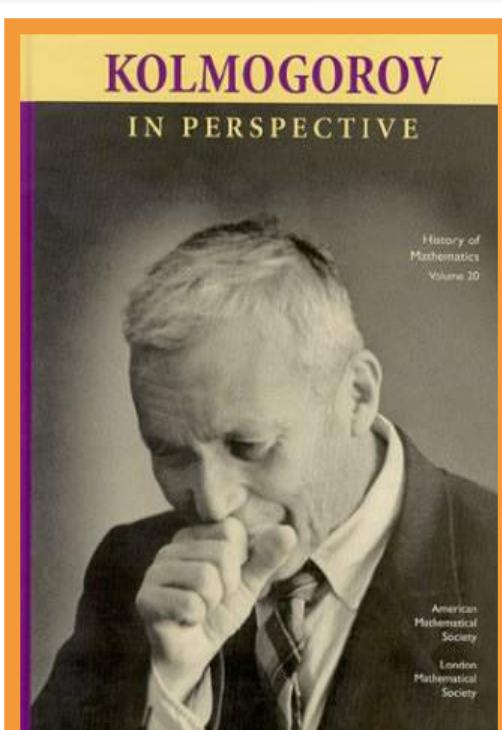
柯尔莫哥洛夫在莫斯科大学培养了许多数学家，其中不少人已成为国际上的著名学者，这一点广为人知。他还热心于高中的数学教育，自己亲自写讲义，对数学教育所应有的姿态作了深刻的思考。柯尔莫哥洛夫

60 岁寿辰时 (1963)，P.S. Alexandrov 和 B.V. Gnedenko 作了题为“教育家柯尔莫哥洛夫”的讲演。下面参考此文讲述一下柯尔莫哥洛夫的数学教育论。苏联的教育制度与日本稍有不同，为小学 (7 ~ 10 岁)、初中 (11 ~ 14 岁)、高中 (15 ~ 17 岁)、大学 (18 岁 ~ 20 岁)，在大学里数学专业与物理专业在一个系（称作数学物理系）里。高中相当于日本的高中 2 年级到大学 1 年级，大学相当于日本的大学 2 年级至硕士研究生。有些类似于日本的旧制高中和大学，大学毕业时要写论文获取学位，相当于日本的硕士学位。博士学位授给大学毕业后写过许多创作论文的特别优秀的学者。

柯尔莫哥洛夫认为，有些家长和教师企图从 10 岁到 12 岁左右的学生中挖掘有数学

才能的孩子，这样做会害了孩子，但是孩子到了 14 至 16 岁时，情况就不一样了。他们对数学物理的兴趣已很清楚地表现了出来，根据柯尔莫哥洛夫在高中教授数学物理的经验，大约有一半的学生认为数学物理对自己仅有很小的作用。对于这些学生应该安排简单内容的课程。这样，另一半的学生（并不一定他们都要搞数学物理专业）的数学教育就可以更有效地进行。

高中时将数学物理系、工程系、生物农医系、社会经济系等各专业分开为好。各系的主要学科的教授时间可稍稍增加一点（如数学 1 小时、物理 1 小时等），即使这样效果也是非常显著的。各专业系的教育可以使学生增强目的意识，而不至于影响有宽度的一般教育。革命初期提出的“统一劳动学校”的口号，并不否定个人能力



美国数学会和伦敦数学会出版的柯尔莫哥洛夫传记

的开发与特殊训练，而只是意味着废除阶级意识的学校，消除贫苦人面前的障碍。

数学需要特别的才能这一说法在很多情况下是过于夸张了。数学是特别难的科目这一印象可能是产生于笨拙的、极其教条的教学方法。如果有好的教师和好的教科书，正常的平均程度的人的能力足以消化高中数学，并进一步理解微积分的初步知识。

然而，高中生在选择数学作为上大学的专业时，自然应测验一下自己对数学的适应性。实际上，在理解（数学的）推论、解决问题、或作出新的发现上，其速度、容易程度和成功度是因人而异的。在数学专业教育中，应选择在数学领域出成就的可能性大的青年人。

什么是对于数学的适应性呢？柯尔莫哥洛夫总结为以下三点：

- (1) **算法能力**：即对于复杂式子作高明的变形，对于用标准方法解不了的方程式作巧妙的解决的能力（仅记住许多定理、公式是不行的）。
- (2) **几何学直观**：对于抽象的东西，能够在头脑中像画画一样描绘出来并加以思考。
- (3) **作逻辑性推理的能力**：例如能够正确地应用数学归纳法。

仅有这些能力，而对研究题目不抱有强烈的兴趣、不作持久不断的研究活动的话，还是起不了什么作用。

在大学的数学教育中，好的教师又是什么样的呢？

- (i) **讲课高明**。如用其它的科学领域的例子来吸引学生。
- (ii) **以清晰的解释和宽广的数学知识来吸引学生**。
- (iii) **善于作个别指导**。清楚每个学生的能力，在其能力范围内安排学习内容，使学生增强自信心。

以上每一条都是有价值的，而理想的教师应属 (iii) 类型的教师。

对于数学物理系的学生的数学教育，除了常规的课程，柯尔莫哥洛夫特别强调了以下两点：

- (i) 使学生能够把泛函分析作为日常工具那样运用自如。
- (ii) 重视实际问题。

我最初对这个意思不太明白，最近见到一位曾经在莫斯科大学接受过柯尔莫哥洛夫的指导的先生，便询问了一下，其意思可能是这样的，例如对于微分方程式给出具体的系数和边界条件（每个学生不同），然后让学生考察方程式的解的性质。

学生在开始搞研究的时候，首先必须使其树立起“自己能够搞出点名堂”的自信心。因而在布置研究课题时，

不但要考虑“这样题目的重要性”，还应考虑“这个研究是否能提高学生的水平”，“是否在学生的能力范围内，而且需要作最大程度的努力才能解决的问题”。

以上就是柯尔莫哥洛夫的数学教育论的概略。柯尔莫哥洛夫不仅是伟大的数学家，也是伟大的教育家，也许说是伟大的思想家更合适。



本文作者伊藤清于 1980 年代中期访问上海时和苏步青教授合影（徐家鵠 摄）



突如其来文化大革命，使得冯康和他的同事们的科研激情骤然间降到了冰点。

# 冯康

## ——一位杰出数学家的故事（连载三）

汤涛 姚楠

### 第五章 十年一梦

一场突如其来的“文革运动”，  
他卷入了人生最冰冷的寒冬。  
最恶毒的语言，  
最残酷的人性，  
他跌入了绝望的谷底。  
黑夜给了他黑色的眼睛，  
他在等待光明……

如同发现了计算数学领域的“桃花源”，  
有限元方法的发现让冯康和他的团队  
在计算数学的一个研究领域豁然开朗。  
正当冯康和他的同事们沉浸在喜悦之  
中，进一步探索有限元新的研究方向  
时，神州大地上轰轰烈烈的“四清”  
运动席卷到了“三室”。

1965年，七组组长黄鸿慈被派往河南信阳进行“四清”，其他的业务骨干也相继到农村“四清”。农村的四清，即清理账目，清理仓库，清理财务，清理工分，是由1963年2月的中共中央全会决定的农村政策。随后，第七研究组解散，《应用数学与计算数学》停刊。同一时期，三室的其他研究组的科研工作也开始涣散。当初热火朝天的干劲与昼夜奋战的激情骤然间降到了冰点。

本该是上下团结一心，撷取更多更辉煌科学果实的时候，却眼见辛辛苦苦组建的计算数学团队日渐离散，冯康遭遇了事业上的第一次打击，心痛不已。

令冯康心痛的不仅仅是事业，还有他的家庭。在此之前，伴随着事业的喜悦与悲伤的交替，冯康的第一次婚姻走到了终点。如同数年前平静的结合到此时平静的分手，第一次婚姻并没有带给冯康一丝轰轰烈烈的激情与撕心裂肺的痛楚。

事业的打击、家庭的失败已经让冯康的人生进入了冰冷的低潮期。然而冯康并没有想到这些仅仅是山雨欲来的

前奏曲。1966年5月16日，中央政治局扩大会议召开，通过了康生、陈伯达起草，毛泽东修改的《中国共产党中央委员会通知》（即《五一六通知》）。随后北京大学饭厅出现了第一张大字报，清华大学附属中学成立了全国第一个红卫兵组织。1966年8月，中共八届十一中全会通过了《中国共产党中央委员会关于无产阶级文化大革命的决定》（即《十六条》），文化大革命全面爆发，一场史无前例的浩劫开始了。

## 苏州“告别”

人们之所以称文化大革命是一场浩劫，是因为它是新中国成立以来最严重的一场灾难与内乱。它不仅给中国带来了经济文化的停滞、倒退，更让所有的中国人都不同程度地承受了这场灾难的不幸与创伤。“文革”对于文化、教育、科技领域更是带来了近乎毁灭性的打击。校园内停课、武斗，教师



1966年8月18日，毛泽东首次在天安门接见红卫兵，文化大革命全面爆发。



1940年代赵九章全家福。赵九章1968年自杀，1999年被追认为“两弹一星”元勋。



赵九章给周恩来的亲笔信建议研制人造卫星。时任中科院的领导张劲夫的回忆《我国第一颗人造卫星是怎样上天的？》高度评价赵九章的贡献。

被当众羞辱、打骂，教学科研工作陷入瘫痪。

1966年6月1日，《人民日报》发表了经陈伯达、王力、关锋修改的头版社论《横扫一切牛鬼蛇神》，呼吁民众进行无产阶级文化大革命，把所谓资产阶级的专家、学者、权威、祖师爷打得落花流水，使他们威风扫地。《人民日报》同时还发表了由聂元梓等六人撰写的《大海航行靠舵手》，号召要把所有的资产阶级权威、学者打倒。由此，文化大革命把斗争的矛头直接指向了大批的知识分子、学术精英。知识分子不仅被下放进行体力劳动，而且还要遭受羞辱与残酷的折磨。一大批知名的文学家、艺术家、科学家不堪忍受肉体和精神上的严重摧残，纷纷走上了自杀的道路。

1966年8月著名作家老舍在北京跳太平湖溺水身亡，9月著名翻译家傅雷与妻子在上海服毒自杀；

1968年10月著名地球物理学家和气象学家、1999年被追认为“两弹一星”

元勋的赵九章在北京中关村服毒自杀；

1968年12月，著名历史学家、北京大学副校长翦伯赞与妻子戴淑婉服安眠药自杀；

1969年1月著名女钢琴家顾圣婴与母亲、弟弟开煤气全家自杀，10月北京市副市长、历史学家吴晗在狱中自杀……

自杀与受迫害致死的学者精英不胜枚举。

文革一开始，计算所三室的科研工作就基本停止了，原来分工明确的各个小组被迫解散、重新组合为各个“战斗队”。黄鸿慈、黄兰洁、王平治等家庭出身不好或有海外关系的人自己组成了一个“战斗队”。作为三室学术权威的冯康也首当其冲被造反派当作资产阶级学术权威的典型进行批判。

1967年，一直与冯康住在北京的母亲

严素卿去世了，这令冯康悲伤不已。母亲为冯康四兄姊辗转操劳了一生，最终也没能过上幸福安宁的生活。临终前，母亲还是和冯康居住在中关村一个狭小的两居室的单元里，冯康觉得愧对母亲。

母亲走后，冯康开始一个人独自生活。不久，弟弟冯端从南京赶到北京看望

他。在和冯端的谈话中，他说过一些江青太女人气之类的话，表达了对江青的不满。这件事后来也成为文革时期压在冯康心头的一大隐忧。

**在一种强烈的不安笼罩下，冯康连续几个晚上都彻夜难眠。出走的念头不断地萦绕在他的心头。与其坐以待毙，不如逃离这是非之地。**

1968年3月，“杨余傅”被打倒，文化革命进入了第五个高潮。杨、余、傅是当时军队三位高级将领的姓氏，他们被打倒，表明军队也被严重地卷进了这一运动。5月，在毛泽东的要求下，全国又陆续开展了“清理阶级队伍”运动。这是文革中历时最长、受害人数最多的一次运动。军管会和工宣队对在文革中揪出来的所谓“地、富、反、坏、右、

特务、叛徒、走资派、漏网右派、国民党残渣余孽”进行大清查。随即，全国上下便处于一种压抑、紧张甚至恐怖的氛围中，知识分子们惶惶不得终日，他们更担心随时都有可能被宣队拉去审查、关押。1968年8月，与冯康同在三室工作的兼职专家、北京大学教授董铁宝被工宣队“隔离审查”，关押在北大的28楼，不准与家人见面。

亲眼目睹曾经同在三室奋斗的同事被抓，冯康感到了剑拔弩张，他甚至感觉那些人正躲在黑暗的角落虎视眈眈地看着他。他有一个在美国的哥哥，又出身于一个封建幕僚的家庭，这些都足以成为他被关押的罪状。也许过不了几天，下一个被审查的就是他。凭着敏锐的感觉，冯康断定噩运正向他一步步地逼近。

在一种强烈的不安笼罩下，冯康连续几个晚上都彻夜难眠。出走的念头不断地萦绕在他的心头。与其坐以待毙，不如逃离这是非之地。

1968年8月3日早晨，趁着这个城市还没有醒来，冯康离开了住所。

如同梦游一般，他开始有些茫然，甚至没有想好周密的出走计划，身上只带了几百块钱。他只知道，他要离开北京，

他必须离开这个依然让他留恋的城市，因为这里很危险。

后来，我们在冯康被迫写的交代材料中看到他所描述的逃跑过程：

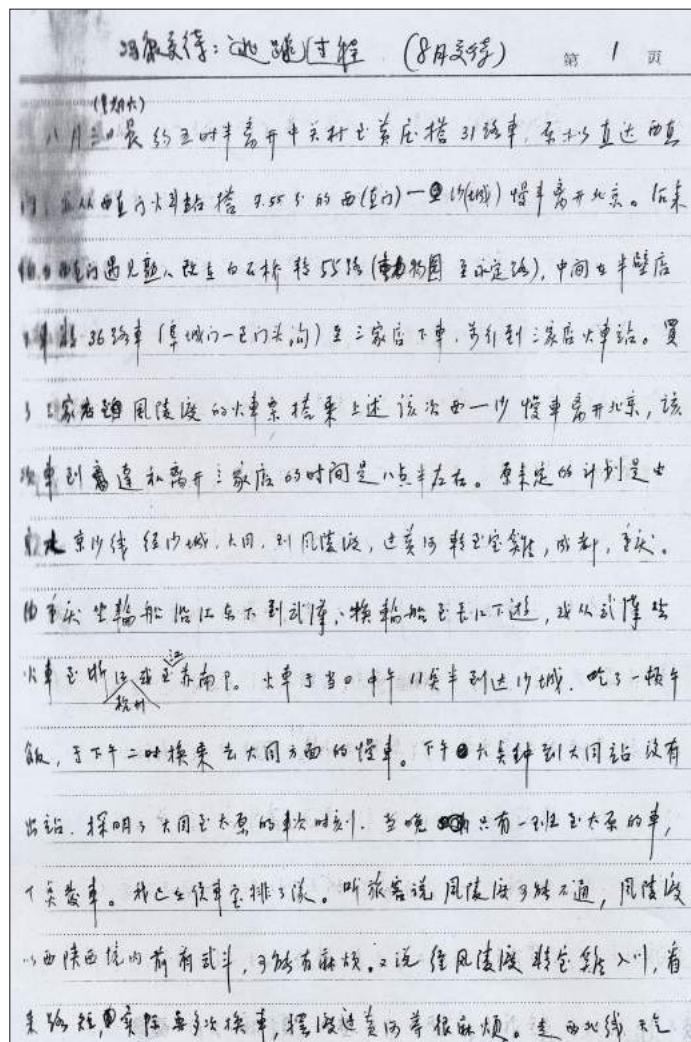
“八月三日（星期六）晨约五时半离开中关村至黄庄搭31路车直达西直门，并从西直门火车站搭7点55分的西（直门）沙（城）慢车离开北京。后来怕西直门遇见熟人改在白石桥转55路（动物园至永定路），中间在半壁店下车转36路车（阜成门至门头沟）至三

家店下车，步行到三家店火车站。买了三家店至风陵渡的火车票，该次车到达和离开三家店的时间是8点30分左右。原来定的计划是由北京走沙线经沙城、大同、到风陵渡，过黄河转至宝鸡、成都、重庆。由重庆坐轮船沿江东下到武汉，转轮船至长江下游，或从武汉坐火车至浙江杭州或至江苏南京。火车于当目中午11点30分到达沙城，吃了一顿午饭，于下午2点乘去大同方面的慢车。下午6点钟到达大同站，没有出站，探明了大同至太原的车次时刻。当晚只有一班至太原的车，10点发车。我已在候车室排了队。听旅客说风陵渡可能不通，风陵渡以西陕西境内有武斗，可能有麻烦。又说风陵渡转宝鸡入川，看来路短，实际要多次换车，摆渡过黄河很麻烦，走西北线天气……”

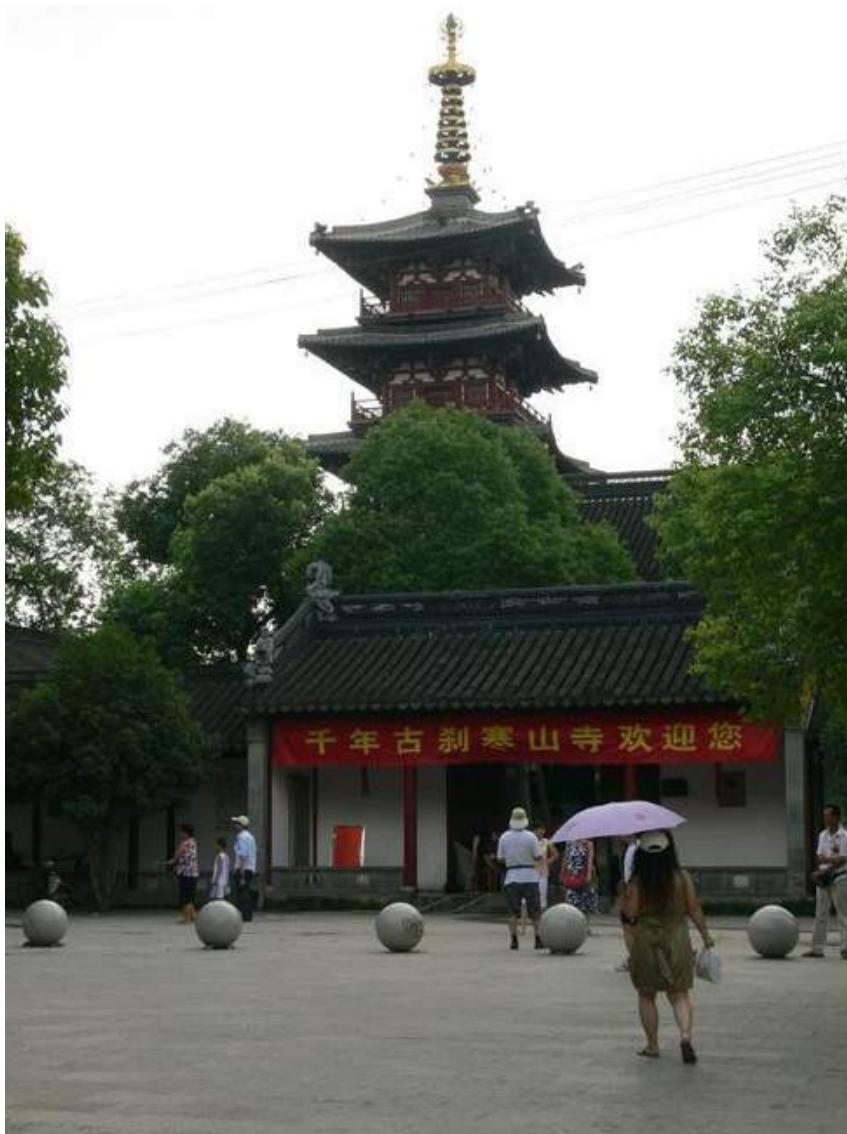
冯康的上述“交待”写得混乱，甚至有些矛盾，比如说准备从武汉坐火车去杭州，当时这条线的火车应该没有开通。也许是被逼无奈，也许是故意写得矛盾，或许是二者兼而有之。

冯康最终还是选择了走西北线。他先跑到银川，后来又经兰州、西安，最后辗转到达苏州。

冯康抵达苏州后，已经是心力交瘁。踏遍了半个中国，舟车劳顿已经让他体力严重透支，身上的钱也



冯康被迫“交代”逃跑过程的材料



苏州给冯康留下了美好童年回忆；他在万念俱灰的境况下曾计划在苏州结束生命。

几乎用尽了，更重要的是他的精神状态已经接近崩溃。

几个月来，苏州一直是他魂牵梦系的地方，是他向往温暖的可以栖息的地方。在苏州，他几乎走遍了大街小巷。故园的气息依旧，故乡的记忆犹存，可是父母早已西去天国，

**其实，他也不知道该以怎样的方式来结束自己的生命，他只知道长眠故乡是他能够作出的唯一凄美抉择……**

兄姐也是天各一方，家没有了，苏州还是那个可以给他安全与祥和的天堂吗？

悲怆中的冯康突然想到了死，他买来安眠药、绳索和刀放在袋子里。其实，他也不知道该以怎样的方式来结束自己的生命，他只知道长眠故乡是他能够作出

的唯一的凄美抉择……

这一天，他来到寒山寺，那是他儿时与哥哥、弟弟最爱嬉戏玩耍的地方。他想再次听听那空旷、悠长的钟声，那将成为他告别人世最动听的挽歌……

正当冯康徘徊在生与死的边缘时，计算所有两位工作人员正好出差路过苏州，无意中他们在饭后的散步中看到远处的一个人很像冯康。因为隐约之中觉得北京在通缉冯康，所以他们立即和北京的计算所联系并得到证实，北京方面随后迅速派人把冯康押解回京。

人生总是充满了各种偶然与巧合，也正是这些偶然与巧合，让人生充满了戏剧性的精彩与波折。冯康后来自己也想不清楚，计算所同事的出现究竟是祸、抑或是福？如果没有这次戏剧性的相遇，冯康的人生故事恐怕在苏州就已经结束了。

## 七国“特务”

冯康由苏州被押解回京后，被关进“牛棚”里，也遭到红卫兵批斗。他的罪名是“七国特务”，包括国民党特务、苏修特务、美国特务等等。

冯康之所以被冠以“国民党特务”源于他读高中时参加过的军训。

“九一八”事变后，中国内忧外患。蒋介石为了加强政府内部控制、对日备战和镇压中共运动，1932年3月1日在南京成立了中华民族复兴社，简称复兴社，他本人亲任复兴社社长。复兴社也是后来军统的前身。

复兴社成立之初，主要活动包括开设由戴笠和郑介民负责的特务培训班、孙常钧负责的宪警训练班、刘健群主持的军委会政训班等，培养嫡系力量。其中军委会政训处在各省开设“国民军事训练委员会”，对高中以上的学生进行军训。当时江苏省和上海市的高中学生很多在集中军训时都参加了复兴社，但并不等于参加者就是军统特务。实际上，学生们在高涨的抗日情绪下，受到蒙骗参加了特务的外围组织，但并没有进行任何特务活动。

1935年，冯康读高中时参加的军训，正是由“国民军事训练委员会”组织的军训。军训的地点在镇江，军训的负责人叫王敬久。王敬久在军训中发展了一批学生作为复兴社的社员。冯康因此被当作是复兴社的社员。后来冯康就读的大学又是国立中央大学，这也成为文革时期需要冯康交待的重要事件。

除“国民党特务”之外，“苏修特务”的恶名自然与冯康那段留学苏联的经历有关。至于“美国特务”，冯康一早也预料到，大哥冯焕在美国，他怎样也是脱不了干系的。

冯康的家被抄了，仅有的两居室也被占去了一间，以至于在接下来的十多年来，冯康一直都是与人共住一个单元。

冯康被关押在所里，不能回家，只能被迫每天不停地写交代材料。

关押期间，冯康昔日的同事董铁宝自杀了。1968年10月18日，接受“隔离审查”的董铁宝在傍晚趁看守人员不注意，离开了被关押的北大28楼，

在学校附近的一棵树上上吊自杀。董铁宝当时的罪名是“美国间谍”。

当时北大的数学系教师，后来出任北大校长及人大常委会副委员长的丁石孙在他的《自述年谱》中有过这样一段描述：“清理阶级队伍时，北大打击面相当大，死人最多。

当时还死了一个从美国回来的教授，搞计算数学的，被整得太厉害了，就自杀了。这个人在美国军事部门工作过一段时间，回国时带回来很多材料，在美国都是机密的，他业务很强，英文也好，当时搞计算数学的人都很重视他。”丁石孙所说的这个人就是董铁宝。

董铁宝自杀后的第二天，三室的崔俊芝和王荐贤等人被派去董铁宝的家中查看是否有计算所的秘密资料，有无“间谍”罪证。崔俊芝回忆说，当时他

看到董铁宝家里的情形十分心酸：妻子梅镇安在董铁宝自杀前请求与董铁宝见面遭到拒绝，同时还被要求与董铁宝划清界限；读中学的大儿子和大女儿作为“知识青年”下放农村劳动；剩下年幼的小儿子因惊吓蜷缩在仅有的一间屋子里……

**董铁宝自杀对冯康是一个很大的打击。他很难相信那个曾经跟他共事的、老实憨厚的同事竟然会遭到如此残酷的迫害，他感到一种从未有过的寒冷与恐惧。**

董铁宝自杀对冯康是一个很大的打击。他很难相信那个曾经跟他共事的、老实憨厚的同事竟然会遭到如此残酷的迫害，他感到一种从未有过的寒冷与恐惧，或许自己就是下一个董铁宝。

在冯康的心底对董铁宝一直有种尊敬，或许还有一种命运相似、“同病相怜”的感慨。文革后期，董铁宝的夫人梅镇安曾写信给周恩来总理，说明他们是从美国回来的，请求照顾把儿女调回北京。她的信起到了作用。当其他同龄人还远别父母在农村时，董铁宝的两个孩子回到了北京，这也算当时因“归国华侨”身份受到的优待。文革结束后，董铁宝的家人陆续出国。

1992年，当董铁宝的夫人梅镇安回国时，冯康与时任所长的崔俊芝特别请她在北京知春路一间非常有名的豆花庄吃饭。席间谈到当年的境遇，唏嘘不已……

1969年的夏天，对于冯康来说是一个漫长的夏天，他被迫要求写各种交待材料、被迫要求揭发身边的人。交待了还要交待，揭发了还要再揭发。严酷的审问与批斗，各种威胁与侮辱，还有那阵阵袭来的恐惧，那种对人精神与肉体接连不断的折磨已经让冯康



冯康三室的同事，北京大学教授，留美博士董铁宝1968年自杀。

看不到任何希望。心力交瘁的他感到周围漆黑一片……

冯康的人性防线开始被击垮了，他开始胡乱地、疯狂地进行交代，他承认自己是“七国特务”，承认一切莫须有的罪名，他甚至还要为自己编造一些罪名。

他在无奈的情形下又开始揭发他的家人，弟弟冯端、姐姐冯慧、姐夫叶笃正全部被牵连进来。于是，冯康的家人也遭到迫害。就这样，某一天，在南京大学执教的冯端也突然无端地被造反派在全系大会上点名，上台低头弯腰认罪。按照冯康的交代，他也有“美国特务”的罪名。此外许多和冯康共事过的清华大学的讲师、同事等等也都被“揭发出来”。

每天早上上班前，冯康要和其他的“牛鬼蛇神”一起站在计算所的大楼前“请罪”。造反派要求他们拿着扫把，当众念毛主席语录，低头认罪。批斗更是家常便饭。

那种黑白颠倒、人格扭曲的日子大概持续了半年左右，冯康因为“认罪”态度良好，交代的材料多而被从专政队放了出来。接下来的惩罚是在计算所扫楼道，坐小板凳。冯康没有了工作的地方，在计算所三室走廊内放置一个小桌，他每天就是要坐在小桌前写交代材料。

在计算所的同事中流传这样一个文革时期关于冯康的故事：石油部曾经有一个姓汪的院士，他遇到了关于石油计算方面的难题，算不出结果，有人

**他在无奈的情形下又开始揭发他的家人，弟弟冯端、姐姐冯慧、姐夫叶笃正全部被牵连进来。于是，冯康的家人也遭到迫害。**

建议他去找冯康。他去了以后，在计算所的楼道碰到一个老头，坐在小桌前写东西，他就问那个老头，冯康的办公室在哪里。结果，老头回答道：“我就是冯

康……”

虽然这个时期冯康依然受到屈辱和不公平的待遇，但至少他有了小小的自由，可以呼吸到新鲜的空气。

1969年10月19日，周恩来总理和中

纪念新中国成立60周年

## “1019任务”四十年

郝柏林\*

崔俊芝\*\*

1969年3月，中苏边界发生珍宝岛事件，全国进入备战状态。许多人员、单位、设备和资料都要迁往“文化大革命”前就已经按照“进山、隐蔽、分散”原则开始建设的“三线”地区。当年10月19日，周恩来总理和中央文化革命领导小组共同召开广播通讯系统的会议，检查备战情况。会上不少部门反映天线太大，不易隐蔽。于是会议决定组织天线小型化的全国性会战，由总参通讯兵部牵头，这就是“1019任务”。

当时在工农兵毛泽东思想宣传队领导下的中国科学院，已经有一部分青年研究人员通过了清理阶级队伍的过程，可以“抓革命、促生产”了。然而连续几年的群众运动，已经使除少数国防任务以外的研究工作，几乎全部停顿。“1019任务”正好给渴望做一点事情的年轻人一个机会，而且事关国防，可以少受干扰地搞“业务”。当时科学院承担了“1019任务”下达的“套介质天线”、“超导天线”等课题。本文的两位笔者就是因为这项任务而相识、合作并且结下多年友谊的。

那时中国科学院计算技术研究所已经编入军队序列，番号为京字116部队，中国科学院物理研究所（以下简称物理所）则因为涉及多个军兵种感兴趣的设备和技术，无法被单一兵种“接管”，仍然是一个“地方”单位。郝柏林主动找到驻物理所军代表，请求为套介质天线组织理论计算。军代表同意后，郝首先同物理所原磁学室（二室）理论组负责人蒲富恪，分头找到早些时候被军代表作为“理论脱离实际典型”而解散的原物理所理论研究室（七室）和二室理论组的部分成员，希望他们回来做计算。有人明确表示“做理论太担风险”，拒绝归队。最后只有蔡俊道、冯克安等少数人加入。在上级军代表协调下，中国科学院数学研究所方程室派来了罗佩珠、李才中<sup>1)</sup>、王厘尔三人；京字116部队派来了崔俊芝、凌连生、刘唐三人；中央广播事业局派来了“文化大革命”前已经是八级工程师的潘振中。潘比大家都年长，被大家尊称为“潘八级”。这些青年知识分子，就这样因为一个共同的革命目标，从五湖四海走到一起来了。初步组织了队伍，立即开始学习。郝柏林开始为大家补讲程序设计基本知识，蒲富恪讲授电磁场理论基础，潘振

中为大家介绍天线理论。

理论计算只是“1019任务”的一小部分，还有更大的一个实验组，最初由物理所电介质物理室和磁学室的研究人员组成。不久，蒲富恪借助定性分析说明，对于环形天线振子，电介质可能起些作用，而对于偶极振子，磁介质可能起作用。由于我们的任务是要缩小几百千瓦级的中波广播天线的尺寸，而这些天线都是半波偶极振子，电介质物理室的人马大部分就撤出了任务组，实验组由磁学室的林泉<sup>2)</sup>负责。然而，电介质室的李从周曾经长期同装甲兵合作研制穿甲弹用的陶瓷引信。他知道坦克用的4.8m通信天线，曾经在演练中因与高压电线接触而导致恶性事故，就带几个人留下来同我们继续奋斗。

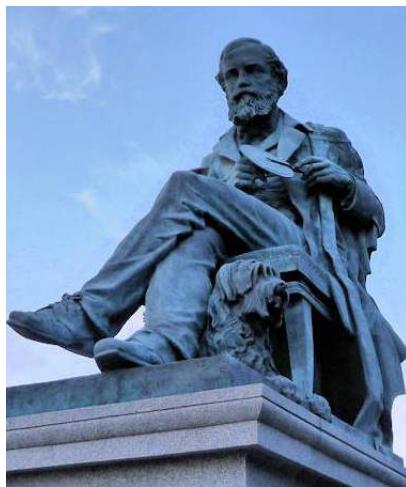
说起中波广播天线，我们一开始就闹了个小笑话。任务开始不久，潘八级带领大家到北京东郊双桥去参观中央人民广播电台的中波天线。在一片田野上走了很长一段路，还没有见到想象中的天线，潘八级却说“到了”。原来不远处一根竖直的钢结构，就是中波天线。那是以大地为镜面的一个半波振子，自己只有四分之一波长，立在一块陶瓷绝缘墩上。而人们司空见惯的挂在支柱之间的水平金属线，则多是短波天线。

对于天线振子，最少要计算到几个波长，才能得到场强和角分布等“远场”特征；而为了要提供所套介质的设计参数，又必须考虑远小于天线本身的近场分布。尺寸悬殊，只是困难的一个方面，采用一组双曲型坐标变换把远近两端、步长相差极大的网格连续地联系起来，就可以部分地解决这个问题，但由此引入的差分格式的病态性仍然存在。更困难的是

2009-08-04 收到

\* 参加“1019任务”时为中国科学院物理研究所助理研究员，现任复旦大学物理系教授，1980年当选中国科学院院士。  
\*\* 参加“1019任务”时为中国科学院计算技术研究所实习研究员，现任中国科学院数学与系统科学研究院研究员，1995年当选中国工程院院士。

1) 李才中因为解决“两地关系”问题，在任务结束前就调往成都。  
2) 林泉后来曾任科技部基础司司长、科技部秘书长。



著名物理学家和数学家麦克斯韦尔的雕塑在其故乡爱丁堡的市中心

央文化革命领导小组共同召开广播通讯系统会议。会上不少部门反映天线太大，不易隐蔽，于是会议决定组织天线小型化的全国性会战，由总参通讯兵部牵头，中科院物理所是主要参加的科研单位。物理所派出 1959 年从苏联留学归来的郝柏林等参与，这就是“1019 任务”。

“1019 任务”的开始为冯康带来了新的转机。

## 绝地逢生

1969 年，计算所已经实行了军管，被编入军队序列，番号为京字 116 部队。于是，京字 116 部队派出了崔俊芝、凌连生、刘唐三个人参与“1019 任务”。崔俊芝等的任务是和他们一起进行小天线电磁场计算。在工作中，崔俊芝很快发现遇到的物理难题比较多，他们找来了波波夫的电磁学和高等物理学等书阅读。亚历山大·波波夫是俄国物理学家和电力工程师，是研究电磁波的先驱，也是无线电的发明人之

一。尽管阅读了书籍，但以他们三个人的物理背景很难解决遇到的问题。不解决这些难题，就无法完成“无产阶级司令部”交给的任务。

这时候，崔俊芝想起了冯康。他了解在计算所，只有冯康有着深厚的物理背景，并对物理非常感兴趣，这些难题也许在冯康手里可以迎刃而解的。于是，崔俊芝冒着政治风险向军代表和工宣队建议，让还在坐“小板凳”的冯康来协助解决一些理论问题。军代表和工宣队采纳了崔俊芝的建议，但附加条件是：不能影响冯康“交代”罪行；冯康只能做理论部分；工作方式只能是崔俊芝和冯康进行单线联系。

从此，崔俊芝当上了冯康的“领导”。他每天早上八点给冯康布置“作业”，预先写好一个公式，让冯康进行推导，下午六点让冯康交“作业”。崔俊芝每次和冯康交谈都只有十分钟左右的时间。

这样的“互动”方式大概持续了近两个月，冯康认真地完成了一个又一个“作业”，有效地保证了小天线计算的顺利完成。

崔俊芝现在回忆起来说，自己当时也很害怕，他不知道冯康的问题究竟将会怎样，也不知道和冯康接触会给自己带来怎样的影响。但有一点他非常明确，就是那些“作业”给当时的冯康带来了巨大的心理安慰。

“在冯康看来，自己问题并不大，尽管他交代自己是七国特务，但上级还

找他做事。他隐约通过给他的问题了解到自己正在做的一项重要的工作。在当时的情形下，这让他看到了一丝光明与希望。”

冯康参与“1019”任务所作的工作是秘密的。他参与的主要工作是研究麦克斯韦尔 (Maxwell) 方程及其差分格式，处理其远场边界条件；分析亥姆霍兹 (Helmholtz) 方程及相应积分方程的性质，核对亥姆霍兹方程的差分格式及其远场边界条件等。对于当时

**冯康不仅参加了方案的讨论，也用汇编语言写了部分程序，这也是冯康生平的第一次编程，但已体现了很高的编程技巧。**

冯康后来称这段经历是“他在最不幸的年代里度过的最充实的时光”。他也因此和崔俊芝结下了深厚的友谊。

七十年代初，中国开始研究和实现计



著名物理学家和生理学家亥姆霍兹的雕塑在柏林洪堡大学大门前（此校产生过 29 名诺贝尔奖获得者）

计算机设计自动化，其中一个重要项目就是集成电路的自动布线，也就是把印刷线路的布线从人工变成计算机自动完成。这项任务由刚从“重点审查人员学习班”解放出来的黄鸿慈负责，冯康也参与进来。由于海外背景等各种原因，1969年开始，黄鸿慈、黄兰洁、李家楷等六个三室的科研人员被“送进”重点审查人员学习班，整天学《毛选》，交代问题。这次能被放出来，黄鸿慈等很珍惜这个文革后的第一份工作。黄鸿慈回忆说：“那是一项繁重的工作，包括方案的制定、程序的编写等等。”冯康不仅参加了方案的讨论，也用汇编语言写了部分程序，这也是冯康生平的第一次编程，但已体现了很高的编程技巧。冯康参加这个工作约有半年时间，这半年的“布线”工作，也是其文革中第一次公开在办公室工作。而黄鸿慈一直为布线连续工作近三年，直至1972年又被送去天津出小站米的小站去劳动改造了一年多。

1971年9月13日，准备出逃苏联伊尔库茨克的林彪等人乘坐的飞机在蒙古国境内的温都尔汗坠落，林彪及其妻子叶群、儿子林立果等人生亡。这就是文革中著名的“九一三”事件，也称为“林彪事件”。“林彪事件”成为文化大革命运动的分水岭，很多人开始冷静思考文化大革命带来的灾难和后果。

“林彪事件”后，关于冯康的“历史问题”也便无人问津，冯康逐渐恢复了自由。

## “蛰伏”六载

1971年到1974年，这四年时间是冯



本文作者之一 2010 年在香港采访林群院士

康低调的“蛰伏”期。尽管不再受到“专政队”的管制，恢复了自由，但他却没有完全恢复工作。家中原有的两居室被“专政”去了一间，剩下的一间更为狭小，于是他就把大部分的时间都用来“泡”图书馆。

冯康那时候经常去的是计算所南楼的计算所图书馆和计算所西门口的中科院图书馆，有时还会“偷偷地”跑去城里的王府井图书馆。

那时崔俊芝家住南苑机场附近，平时不天天回家，因此他与冯康在中科院图书馆碰面的机会就很多。经常在图书馆碰到的还有从事最优化研究的席少霖。林群也是和冯康在图书馆碰面较多的一位。

林群，1956年厦门大学毕业后被分配到数学所泛函分析组工作，他与冯康的相识源于数学所为年轻大学生举办

**突如其来的“文革运动”已经中断了他的研究，让他错失了一段研究的好年华，他必须要广泛积累、蓄势待发。**

的数学研讨班，冯康是他的指导老师。冯康调到计算所后，两人仍保持密切的联系。有时，冯康甚至更愿意找这个计算所的“局外人”探讨一些数学问题，偶尔也会同他针砭政治时弊。林群说，文革后期，他经常在王府井的书店遇到冯康。那个时候，作为被打倒的“牛鬼蛇神”，好多人见到冯康都躲开、甚至装作没看见，而他每次却会主动上前向冯康点头致意。或许正是那种在“非常时期”的敬意，让冯

康心中分外感激，也使得两人默契的友情一直得以延续。

除了在图书馆看书、做笔记之外，这期间，冯康也在家里阅读了大量的书籍，并积极探索新的研究方向。在他看来，有限元方法的研究虽然开了个好头，但大量的实践及延展的工作还需要继续。突如其来的“文革运动”已经中断了他的研究，让他错失了一

段研究的好年华，在接下来的一段时间里，他必须要广泛积累、蓄势待发。

1970 年开始，有限元方法的推广与应用在全国兴起。以中科院计算所为龙头，在全国各地举办的有限元学习班、研讨班如雨后春笋，红红火火。

1972 年，计算所举办了中国第一个有限元方法学习班，来自全国各地的 300 多名学员参加，原计划的主讲人是崔俊芝和杨真荣两人，杨真荣用有限元方法成功地解决了新丰江大坝的动力分析。崔俊芝为此次学习班专门编写了题为《平面问题有限元方法》的讲义，但实际的主讲人是冯康、崔俊芝和杨真荣三人，其主要理由是考虑冯康的学术地位，提高学习班的水平和影响。学习班结束后，冯康对其讲稿进行了较大的扩充，撰写了“有限元方法”一文，发表在 1973 年的《数学的实践与认识》上。后来，计算所又让冯康和崔俊芝到清华大学去做报告。由于

当时冯康还没有恢复工作，因此让冯康担任主讲人是战战兢兢的。计算所经过研究同意让冯康“出山”，担任在清华大学学术报告的主讲人，做出这一重要决定的仍然是冯康在三室的好搭档——张克明。

终于，冯康又站到了大学的讲台上。可容纳数百人的阶梯教室座无虚席，人们都怀着崇敬的心情来聆听这位计算数学大师的谆谆教诲。

沉寂了六年的冯康又“复活了”。

这次演讲对于冯康来说也如沐浴了严冬中难得见到的一丝暖阳。随后，他与计算所三室有关人员一同应许多部门邀请到各地举办讲习班或学术报告会，为有限元方法的推广和普及做了大量工作。

**冯康的这次报告可以说是开创了数学界进行跨学科报告的一个成功典范。学者们非常敬佩冯康的自信、胆识与魄力，更钦佩他敏锐的科学触觉与广博的知识积累。**

1974 年，冯康正式恢复了工作，随后也恢复了学术专家的地位。

1974 年 8 月，由负责电子工业的四机部（“第四机械工业部”的简称）牵头召开了计算机工作会议，这就是著名的“748

会议”。会议提出了“关于研制汉字信息处理系统工程”（简称“748 工程”），启动了中国印刷技术的第二次革命，加速了计算机中文化的进程。在这次会议上，冯康作为中科院的主要报告人，已经成为大会的“主角”。“748 会议”成为冯康恢复专家地位的标志。在此次会议上，从小站劳动回来不久的黄鸿慈作了“从几类典型问题的误差分析考虑应用于科学计算的计算机字长问题”的报告。

此后，冯康频频出现在各种大型会议的报告席上。

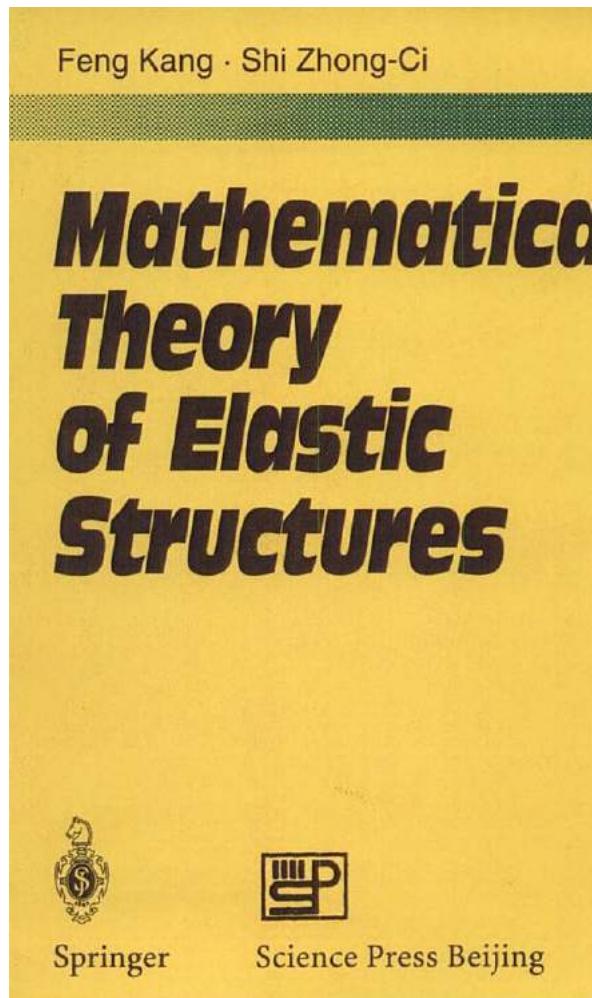


文革后期又走到大讲台的冯康

1974年，冯康在计算所做了一个关于变分不等式问题的大型报告。1975年，他又在计算所做了一个关于应用数学发展方向的报告。来自北京数学界、物理界和力学界的200多位学者坐满了计算所的阶梯教室。在报告中，冯康讲到了“孤立子”(Soliton)、混沌(Chaos)以及突变(Catastrophe)的数学理论。他在报告中从物理问题出发，谈到了物理与数学的关联性，并强调数学只有保留物理的特征才是最有生命力的。由于他在报告中用很大的篇幅阐述了跨学科的“孤立子”问题，引起了学术界强烈的震撼与反响。中国著名的物理学家何祚庥院士听过冯康的报告对其他人说，仅凭这个报告中关于孤立子问题的阐述就可以推荐冯康做物理学的院士，足见他对于冯康在物理学方面深厚知识给予了极大的肯定。

冯康的这次报告可以说是开创了数学界进行跨学科报告的一个成功典范。学者们非常敬佩冯康的自信、胆识与魄力，更钦佩他敏锐的科学触觉与广博的知识积累。令学者们着迷的还包括冯康个人演讲的魅力。许多听过冯康报告的人都说，听他的报告是一种享受，冯康思路清晰，语言又极具有煽动性，听后让人心潮澎湃、热血沸腾。

这次报告对中国孤立子的发展产生了很大的影响，也引导了一些新的学科方向。而在冯康看来，这只不过是



冯康和石钟慈合著的《弹性结构的数学理论》于1981年初版

文革后期大量阅读后的积累，经过数年蛰伏后一次能量的释放。

1976年9月，中国人的心中“最神圣的偶像”毛泽东逝世了，举国齐哀。人们原本以为世界会就此停止运转，然而生活继续依然。10月，“四人帮”被一举粉碎，一场在无数中国人的心中留下累累伤痕的文化大革命终于落幕。

1977年7月21日，中国共产党十届三中全会闭幕，通过了《关于恢复邓小平同志职务的决议》，恢复了邓小平中

共中央副主席和国务院副总理等职务，并由其主抓科技与教育工作。8月4日，恢复工作仅仅10多天的邓小平在人民大会堂亲自召集并主持了具有划时代意义的全国科学与教育工作座谈会。这次会议的规格极高，范围极小，参加会议的33名代表都是当时中国科技、教育界的精英和骨干。冯康作为科技界的代表参加了这次会议。

后来，冯康和交往密切的林群还聊起这段往事，他说通过这次会议他对邓小平非常钦佩，觉得邓公的确高人一等。“会上许多科学家们都在诉苦，讲述自己在文革中如何受到迫害，邓小平只说了一句，‘我也受了很多苦’，他希望大家还是往前看，怎样把科学发展好”。

文革结束后，国家逐步走上了恢复经济建设的良性轨道。冯康捕捉到了这个发展经济的主旋律，也开始思索如何让计算数学更好地为国民经济建设服务。为了更好地推广有限元，他带着王荩贤等人到全国的一些主要大学，举办有限元的学习培训班，讲授有限元方法，并为在全国普及和培养有限元方面的人才做了大量的工作。

与此同时，他还陆陆续续在国家的石油部、地矿部、化工部、水利部等应用部门办学习班，推广有限元方法的应用。这次给他担任助手的是1961年由他选派到科大，之后一直留在科大任教的石钟慈。尽管70年代初石钟慈

随科大迁址来到安徽合肥，但他与冯康一直保持联系。

在近三年推广有限元的工作中，冯康积累了大量有限元的讲稿与资料。1979年夏天，石钟慈在北京将冯康的讲稿加以整理，连同冯康已经形成的数学理论和有限元思想，编写成书。这就是那本冯康与石钟慈合著的《弹性结构的数学理论》一书。这本书1981年由科学出版社出版，成为中国应用数学方面具有影响的系列丛书之一。数年后，著名的施普林格(Springer)

出版社将此书译成英文并和科学出版社联合出版。

文化大革命期间，冯康还主编了《数值计算方法》一书，系统地介绍了近十几年计算方法的新发展，深受广大读者欢迎。

文化大革命，对于每一个经历过的中国人来说都是一段不堪回首的历史，对于每一个经历过的中国人来说都是一段深藏心中滴血的记忆。完全颠倒的世界、残酷扭曲的人性，人与人之

间失去了信任与亲情。

十年恍如一梦，冯康后来也不清楚为什么突然间运动就会袭来，突然间整片天就黑了下来，他甚至怀疑那个叫冯康的所做的一切是不是自己。既然无法改变历史，他只能在历史中随波逐流……

当历史的阴霾逐渐散去，春天正悄然走来。而此时的冯康也已年近花甲、两鬓斑白……



1979年，计算数学学会第一届年会在广州召开。

## 第六章 又见春天

1978年，在中国人的心中，  
是一个符号，  
一个万物复苏、万象更新的起点；  
1978年，在他的心中，  
是一个春天，  
一个期待已久、自主舞蹈的春天。  
如同炽热燃烧的火焰，  
这一次，他要将聚集的能量全新释放，  
不仅在中国，  
还要在世界的舞台上……

1978年，在新中国的发展历史上是一个重要的转折点。十一届三中全会的召开，让中国人步入了改革开放的新纪元。从此，在中国九百六十万平方公里的土地上，大江南北、长城内外，到处春雷滚滚，春潮涌动，写下了一个个关于春天的故事，也创造了一个又一个经济腾飞的神话。

1978年，对于冯康来说，也步入了事

业发展的重要的转折点。走出了“十年浩劫”的阴霾，他终于可以再度畅快淋漓地自由呼吸学术的空气。尽管文革的摧残，让冯康错过了从事科学的研究的“黄金十年”，但是逆境中的他依然坚持默默地学习、积累，眼见国家渐渐走上了经济良性发展的快车道，冯康也嗅到了科学春天的气息。此时，蛰伏后的他更加摩拳擦掌，希望可以有一片自主的天空，尽情施展、有所作为。



第二排就坐的有理事长赵访熊（左17）、副理事长冯康（左16）、周毓麟（左15）、徐献瑜（左18），以及石钟慈（左11）和林群（左24）等。

1978年3月，在冯康的主持下，中国科学院计算中心成立，冯康出任首届计算中心主任。

成立一个独立的计算中心，在文革前已有定案。在那个全面仿效苏联的年代，众多中国专家访苏期间已经考察过莫斯科的计算中心。当时内定的主任是从法国留学归来的老一辈数学家吴新谋。今年夏天，中科院数学学院刚刚为吴新谋举行了100周年诞辰学术会议来纪念这位德高望重的偏微分方程专家。虽然吴新谋很少接触科学计算，但文革前刚过不惑之年的冯康当时很难被推上中心主任的位置。1978年，经过十多年的磨炼，冯康的学术地位得到了广泛的认同，已经可以独立地担当起中国科学院计算中心主任的大任了。计算中心的核心人员大部分都是原计算所三室的工作人员，除计算机辅助设计组部分人员仍留在计算所外，其余三室的133人全部建制划归计算中心。计算中心同时也并入了数学研究所部分从事软件研究的人员。这样，冯康终于成功组建了一支独立的从事应用与计算数学的队伍。

## 计算中心“挂帅”

中国科学院计算中心的成立是以冯康为代表的中国老一辈计算数学家们，在计算数学这片并不为众人所熟知的土地上，经过二十多年的辛勤耕耘、不懈努力而收获的甜蜜果实。

创立中国科学院计算中心也使冯康走上了事业生涯的顶峰。第一次集行政

**尽管文革的摧残，让冯康错过了从事科学的研究的“黄金十年”，但是逆境中的他依然坚持默默地学习、积累，眼见国家渐渐走上了经济良性发展的快车道，冯康也嗅到了科学春天的气息。**

与业务大权于一身的冯康从此有了一个可以自由掌控的舞台，真正成为了一个可以运筹决策的“统帅”，他开始指挥、带领他的团队，为中国的计算数学事业发展布局谋篇，更进一步提升计算数学在中国国家科研发展中的地位，进一步提升中国计算数学在世界的影响力。

1978年，马年辞旧迎新的爆竹还未散尽，中科院计算中心挂牌成立的爆竹又再度响起。

新春伊始，万象更新。

与计算中心红红火火成立相伴而来的，还有计算中心的乔迁之喜。位于中关村南四街四号一幢新建的四层“机房楼”成了刚刚成立的计算中心的新家。从此，冯康带着他的“三室”团队搬出了充满了火红记忆的“北楼”来到这里，开启了计算中心的新里程。直到二十年后，计算中心经历了重组、又与数学所等三所合并成为中国科学院数学与系统科学研究院时，才又搬回了中科院基础园区那幢被称为“蓝白楼”的综合科技楼。那时的计算中心早已物是人非，而此时的冯康却正是如沐春风、舒心惬意。

计算中心成立后，冯康迅速地扩大了计算数学科研人员的队伍，最兴旺时达到了四百五十人的规模。与此同时，他还从创办及主抓一些权威的学术刊物入手，倡导与丰富计算数学理论

的研究，提升计算数学在国内外的地位与影响。

1978年，在冯康倡导下，因文革而被迫停刊的《应用数学与计算数学》最先复刊。这本期刊曾经倾注了“第七研究组”研究人员的无数心血与汗水，如今，这朵中国计算数学发展史上最早的期刊之花终于得以重新绽放，并被更名为《计算数学》。《计算数学》于1978年由张克明主持试刊，1979年正式以第一卷出刊。

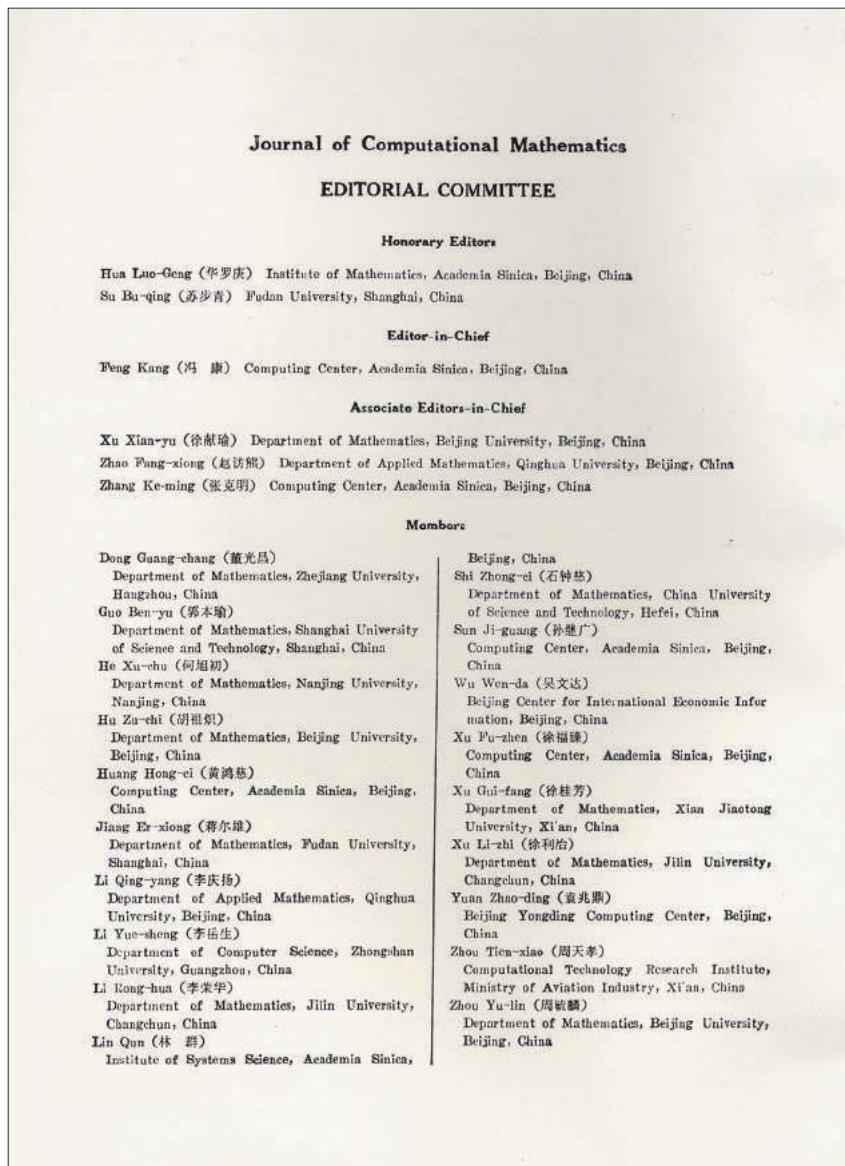
1980年，冯康又倡导创办了一本叫做《数值计算与计算机应用》的期刊。这本期刊主要介绍用计算机解决各种科研或工程问题中的数学模型、计算方法，特别是大规模科学计算领域所取得的创造性成果和研究报告，每季一刊。今天，《数值计算与计算机应用》仍由中国科学院计算数学研究所主办，读者覆盖了国内几乎所有设有计算数学专业的大专院校和重要的数学研究机构。

1983年，在冯康的主持下，中国计算数学历史上第一本英文期刊“Journal of Computational Mathematics”正式创刊，现在同行们都将其简称为JCM。JCM的出版大大提升了中国计算数学在国际上的影响，使得中国的计算数学在学术方面与世界前沿更接轨。

JCM是世界上最早的SCI期刊，至今仍是美英之外最有影响的计算数学国际期刊。

在1984年前，黄鸿慈是上述三刊的不挂名的常务副主编（Managing editor），负责日常工作，包括筛选，确定稿件送

**创立中国科学院计算中心也使冯康走上了事业生涯的顶峰。第一次集行政与业务大权于一身的冯康从此有了一个可以自由掌控的舞台，真正成为了一个可以运筹决策的“统帅”。**



1980 年代英文 JCM 编委会名单

审, 建议退稿和录选, 最后交编委会决定。石钟慈也是英文版 JCM 最早的常务主编之一。

有那么一段时间, 黄鸿慈受到了冯康的特别重视。除了协办期刊之外, 恢复研究生考试, 陪同访问欧洲, 黄鸿慈都相伴冯康左右, 成为冯康的重要助手。1978年, 科学院于文革后开始

恢复职称的提拔, 冯康被提升为正研究员, 他又把黄鸿慈和在应用上作出了较突出贡献的朱幼兰第一批提升为副研究员。不久两人也被提升为正研究员和博士生导师, 这是全国第二批博士生导师。第一批计

算数学的博士生导师仅有六人, 都是资深专家。

按黄鸿慈接受采访时所说, “文革后至1984年是我和冯康的蜜月期。”可惜的是, 随着时间的推移和人事的变迁, 这种信赖并没有坚持太久。

继 JCM 创办之后, 冯康还创办了另一本计算数学的英文期刊——“Chinese Journal of Numerical Mathematics and Applications”, 并担任主编。这本期刊主要把中文期刊中优秀的计算数学论文翻译成英文介绍给国际同行。在上个世纪八十年代英文写作不是很流行的大环境下, 它起到了很好的交流作用。

1978年, 文革刚刚结束, 许多受文革影响的全国性的学会组织还没有恢复, 冯康就敏锐地察觉到, 随着计算数学在全国范围内应用得越来越广泛, 应当组织成立一个全国性的计算数学学会, 把中国从事计算数学的工作者们团结起来, 更好地进行沟通与交流, 同时也可以在全国更广阔地推广计算数学。冯康首先发动老一辈的中国计算数学专家加入中国数学会计算数学学会。

就在这一年, 中国计算数学学会筹备会在北京昌平召开, 冯康邀请了许多中国计算数学的前辈参加, 其中包括

**冯康就敏锐地察觉到, 随着计算数学在全国范围内应用得越来越广泛, 应当组织成立一个全国性的计算数学学会, 把中国从事计算数学的工作者们团结起来。**

时任清华大学副校长、数学系主任的赵访熊, 留学莫斯科大学师从著名数学家奥列尼克院士、回国后在北京大学和核工业部应用物理与计算数学研究所从事计算数学与计算物理研究的周毓麟,



中国计算数学的元老们 1979 年 11 月在广州合影。前排右起：冯康，徐献瑜（三室首任主任），赵访熊（曾任清华大学副校长，中国计算数学第一任理事长），徐桂芳，张克明；后排右起：林建祥，周毓麟（中国计算数学第三任理事长），胡祖炽，孙念增，徐利治，黄敦，吴文达。

北京大学计算数学教研室主任胡祖炽等等，有 20 多人参加了这次筹备会，而年轻一辈的代表则包括来自科大，与冯康多次合作过的石钟慈。

1979 年，中国计算数学会第一届年会在广州召开。德高望重的计算数学前辈赵访熊担任第一届理事长。冯康、徐献瑜、周毓麟等担任了副理事长一职。1985 年，中国计算数学会第二届年会在北京召开，冯康出任第二任理事长。之后的年会每六年召开一次，担任第三、四任理事长的分别是周毓麟和石钟慈。中国计算数学学会成为文革后较早成立的全国性学会组织，为中国计算数学事业的大力发展做出了不可磨灭的贡献；而发起组织计算数学会也显示出冯康的领袖才能。

### 潜心育“桃李”

科学的春天来了，教育的春天也相伴而来。

1977 年的冬天，是一个被 570 万年轻人激情点燃的冬天，沉寂了十二年的全国高考终于恢复。这些年轻人一路风尘从农村、工厂、部队奔向考场，奔向渴求知识的梦想。

1978 年，伴随着高考制度的全面恢复，研究生考试制度也恢复起来。这一年，中科院计算中心开始在全国招收第一届研究生。冯康对研究生的招生工作非常重视，他亲自主持开展研究生招生考试工作。他深知，要想使中国的计算数学事业有更大的发展，一定要

有出色的后备人才。

在冯康担任计算中心主任主持研究生招生工作初期，黄鸿慈是他最主要的助手。刚恢复研究生考试时，主要考数学分析和线性代数两科。命题、改卷都是黄鸿慈一人做，冯康审阅。录取也是他们两人讨论，由冯康最后拍板。研究生的基础课程计算方法也由冯康指派黄鸿慈任教，其实当时黄鸿慈已脱离计算数学十二年，对当前的计算方法现况已不了解，于是，他只好边学边教。

计算中心在 1978 年招收了一届研究生以后，1979 年起连续 3 年没有招生。直到 1982 年初，文革后恢复高考上大学的第一届大学生毕业，计算中心才

恢复招收研究生。黄鸿慈回忆起 1982 年之后几年入学考试时，对几个成绩优异的学生仍然很有印象。“他们是袁亚湘、鄂维南、穆默、汪道柳、韩渭敏、顾明等”。可能是“近水楼台先得月”，黄鸿慈名下的众多研究生，包括鄂维南（现为普林斯顿大学教授）、穆默（现为香港科技大学教授）、韩渭敏（现为美国爱荷华大学教授）、邹军（现为香港中文大学教授），他们之后都发展为很有成就的计算数学学者。

文革前，冯康也招收了几个研究生，其中较出色的是王烈衡。王烈衡 1964 年大学毕业后考取冯康的研究生，但因文革中断了学业，1975 年后又回到冯康名下，并一直跟随冯康在计算中心工作，他主要从事有限元和变分不等式的研究。有意思的是，王烈衡的女婿戴残虹现在也是老丈人原单位年轻有为的研究员。

王烈衡回忆起冯康对自己的栽培，至今还充满的深情。他特别提到八十年代初冯康主动建议他去有限元研究的重要基地意大利访问，去和高水平的专家进行交流。冯康还帮他联系访问的教授并亲自为他写推荐信。冯康深知一个研究所的成果与人才的水平高低是衡量研究所水平的一把尺子，因此，趁着国家改革开放的大好形势，他亲自做对外的联系工作，想方设法把业务骨干尽快送到国外著名的大学或研究机构去进修或作访问学者，以便培养出一批学术带头人。

计算中心很多人都提到，冯康经常在他的斗室里，在地中央摆上一个桌子，放上他早年买的一台英文打字机，自己坐在一个小板凳上给年轻人打推荐信。那时的打字条件和三十年后的今

天无法相比，打一封信至少用现在十倍的时间，然而冯康却乐此不疲，因为他深知能够走出去的年轻人就是国家未来计算数学发展的人才与希望。

余德浩是文革后冯康首批招收的研究生之一，也是得到冯康亲自指导，并跟随冯康学习最久的学生之一。1967 年，余德浩从中国科技大学数学系计算数学专业毕业，后分配在农场、工厂工作。他的大学老师关肇直也是中国著名的数学家，在泛函分析和控制论研究领域有着很高的建树。关肇直获悉国家恢复研究生招生工作后，写信给余德浩并建议他报考冯康的研究生。余德浩说，当年已经 33 岁的他报考研究生是孤注一掷、背水一战，考研的成功与否关系到他能否与心爱的数学继续结缘。

由于文革期间积压了十几届的大学毕业生，因此 1978 年报考研究生的人数特别多。当时，社会上有“录取名单内定”的传言，余德浩非常担心。情

急之下，他给未曾谋面的冯康写了封信，表达他考研的愿望和顾虑。没想到，冯康很快回信了，用一张小信纸，一个翻用的旧信封。虽然只有寥寥数语，却告诉余德浩不要担心，会按成绩择优录取。经过初试和复试，余德浩最终以复试第一名的成绩被中科院计算中心录取，成为冯康门下的正式弟子。与余德浩同批考入计算中心研究生有十九人，其中桂文庄、薛伟民等也是文革前的大学毕业生，被十年浩劫耽误了宝贵的学习年华。

冯康深感十年浩劫后我们的研究和西方存在很大的差距，后来他把桂文庄和薛伟民推荐到美国去留学。桂文庄师从另一位有限元大师，捷克裔的马里兰大学教授巴布什卡（I. Babuska）。由清华大学工程力学系考到计算中心的薛伟民则去了乔治亚理工学院师从著名计算力学专家 S. N. Atluri 教授。桂文庄和薛伟民于 1985 年左右学成回国，也是改革开放后最早归国的“海归”了。而余德浩则有幸得到冯康的



1983 年，冯康，王烈衡（左一），黄鸿慈（右二），朱幼兰（右一）和来访的罗马大学系主任在一起。

亲自指导，并沿着冯康所指出的方向，走上了科研之路。

余德浩回忆说，他成为冯康的研究生时，已脱离数学十余年，并没有自己的研究方向。在冯康的指导下，他开始研究适于求解无界区域问题的边界元方法，并在此后沿着这一方向一直工作了三十多年。余德浩在这一领域的研究成果也最终为他赢得了国家级的科技奖励。

“做冯先生的学生很不容易，坊间一直流传着做冯先生的学生很难毕业的说法”。冯康对学生要求严格是众人皆知的，情急之下他还会说出几句比较重的话语，这一点余德浩深有感触。

“他会让我读一大堆文献和书籍，英、法、德文的都有。我有看不懂的地方也不敢问他，只能硬着头皮看。第二年进入做论文阶段后，每星期要汇报工作进展，不敢有丝毫懈怠，没有进展就不敢去见他。80年代后外国数学

家来访渐多，他有时见外宾时带上我。见我听力差，不善与外宾交谈，他很生气。我表示一定要好好学英语，他却说：“英语还用学？你不是英语不好，是耳聋！”

这边厢严厉训斥，另一边却积极想办法提高学生们的英语水平。冯康一次出国回来，专门买回录音机，放在办公室，改善学生学外语的条件。生活中，他也积极帮助学生解决难题。

1981年国家正式建立学位制度，成立国务院学位委员会，冯康连任三届国务院学位委员会委员，是首批博士生导师之一。这一年，余德浩硕士毕业后也留在计算中心工作，并继续跟冯康攻读博士学位。这样，余德浩成为冯康的第一个博士生。

“当时，我面临一个重要的生活困难，

就是住房问题。由于我已经调出原工作单位，交回了原住房，儿子刚刚从上海接到北京上学，一家三口没房住，只能暂住集体宿舍。计算中心的一些部门负责人不但不给我解决困难，而且剥夺我排队分房的正当权利，他们说‘是冯康把你留下的，要找就找冯康要房去’，还说要通报批评我‘强占住房（集体宿舍）的严重错误’。

我多次找有关人员说明情况均无效，只能去找冯先生。冯先生建议我找党委的刘廉儒书记。或许他和刘书记事先沟通过，没多久我就获得了正当的排队分房的权利。”

冯康言传身教、潜移默化的思想、精神以及治学方法给予学生很大的影响。他许多的研究经验和言简意赅的话语都被学生总结为“冯康定理”：

“同一个物理问题可以有许多不同的数学形式。这些数学形式在理论上等价，但在实践中并不等效。从不同的数学形式可能导致不同的数值计算方法。”

“计算方法研究的一条基本原则是：原问题的基本特征在离散后应尽可能得到保持。”

1984年后冯康先后又招收了汪道柳、葛忠、尚在久、唐贻发等研究生，他们后来也都取得了博士学位。汪道柳等人师从冯康主攻辛算法的研究。辛算法是冯康继有限元方法后的又一重大学术贡献，因此他们与冯康也结下了深厚的师生情谊。这段令人回味绵长的师生情谊在接下来的篇章中还会有详细的介绍。



冯康和余德浩在欧洲



左图：1978年，冯康和黄鸿慈在意大利比萨斜塔前。右图：1978年，冯康和黄鸿慈在法国凡尔赛宫前。

“潜心育桃李，他日吐芬芳”。在冯康的悉心指导下，这些学生成绩在计算数学方面都颇有成就建树，并成为了“冯康学派”的嫡传弟子。汪道柳现在美国的一家大的石油公司做开发研究，葛忠也在美国的公司工作。尚在久现在是科学院数学所副所长，唐贻发是科学院计算数学所的研究员。另有王立、苏海滨等人在取得硕士学位后就出国留学了。

## 欧罗巴“旋风”

1978年，在冯康的人生阅历中是多姿多彩的一年。创立计算中心，让他终于成为这片默默耕耘了多年的计算数学领地的统帅，历经浮沉的他总算扬眉吐气、志得意满。那时，冯康对自己、对工作、对生活充满了信心，他觉得自己就如同一团熊熊燃烧的火焰，聚集了无穷的能量。他强烈地意识到，

这种激情与能量不仅要在国内燃烧，而且还要在世界的舞台上释放。或许，他等待与需要的就是这样一个契机。

1978年10月，这个契机终于来了。

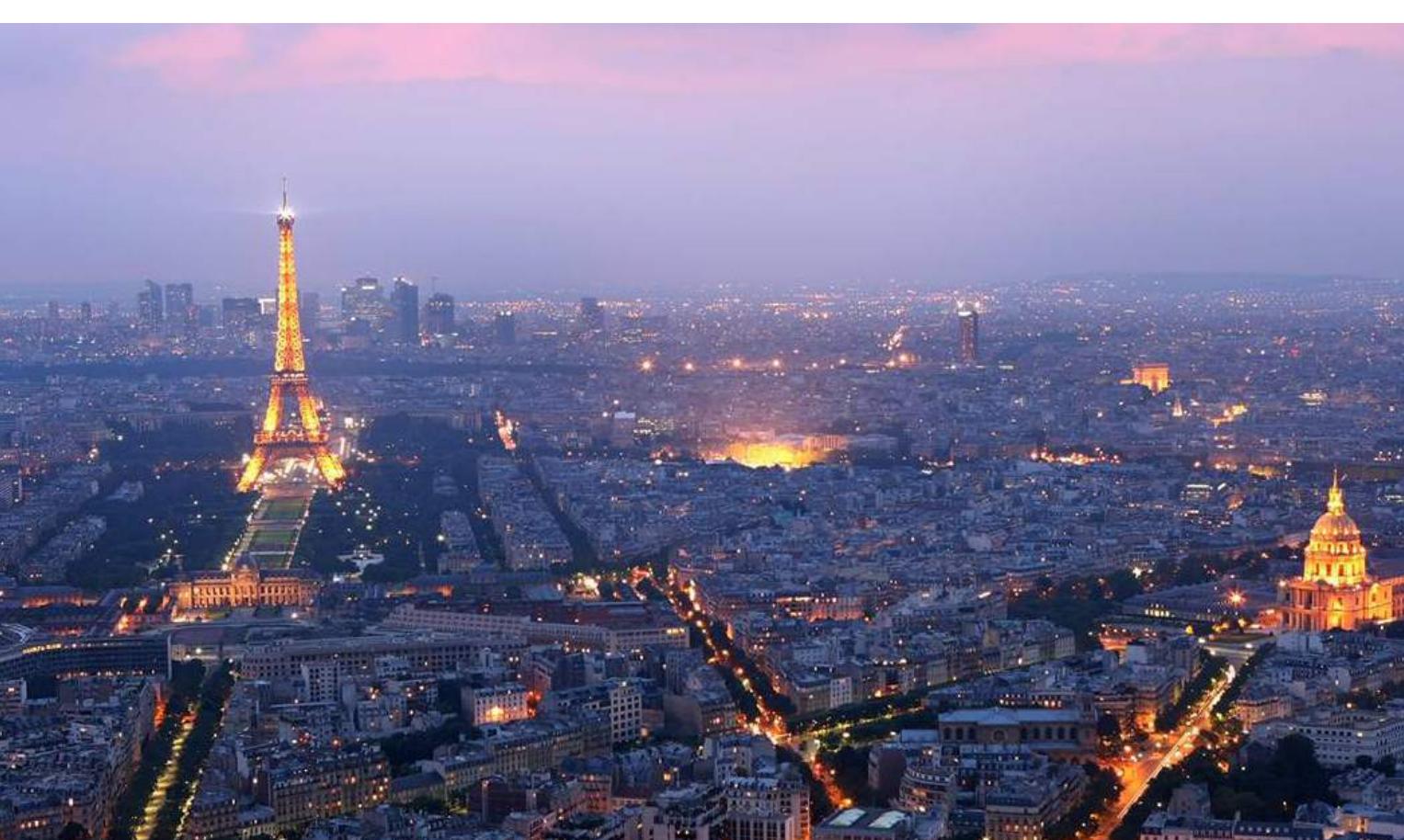
文革结束后，百废待兴的中国迫切需要与西方国家建立科技与教育的联系。应法国国家科学研究中心和意大利科学院的邀请，冯康得以对法国、意大利进行三个星期的交流出访。陪同冯康一起出访的是五十年代末就与他共事的黄鸿慈。恰巧那时，冯康另一个颇为器重的老部下张关泉也在中国驻法大使馆担任二等秘书。

七十年代末，中国大街小巷、男女老

少穿着的服装还沉浸在一片蓝、灰、绿的“海洋”，冯康也不例外，平时上下班都是简朴的灰色中山装。按照当时国家给出国人员的待遇，出国时可以订做一套西装。于是，冯康破天荒订做了一套灰色的西装，黄鸿慈则订做了一套黑色的西装。穿上了全新的、笔挺的西装，冯康与黄鸿慈启程踏上了“欧罗巴”之旅。

**那时，冯康对自己、对工作、对生活充满了信心，他觉得自己就如同一团熊熊燃烧的火焰。他强烈地意识到，这种激情与能量不仅要在国内燃烧，而且还要在世界的舞台上释放。**

来到法国时尚的浪漫之都巴黎，冯康顾不上欣赏塞纳河畔的美景，也顾不上浅酌波尔多红酒与美食，他立刻全神贯注地投入了与大学和学术机构的学术交流。在专家学者云集的大会上，他迫切地想向这些国际专家介绍自己，介绍中国的有限元。这次会上，冯康结识了法国科学院院士、



法国巴黎：1978年冯康改革开放后出访的第一站

著名科学家利翁斯 (J. L. Lions, 其英文姓氏之前一般要加上名字的缩写 “J. L.”, 以区别于其获得菲尔兹奖的儿子 P. L. Lions)。

后来在冯康的邀请下, 利翁斯多次访华, 对中国在分布参数系统最优控制和有限元领域的研究工作起到了重要的推动作用。利翁斯作为国际数学联盟的核心领导和法国科学院院长, 对中国数学的发展, 对恢复和推进中国数学在国际舞台上应有的地位方面也做出了重要贡献。在利翁斯的支持与努力下, 中国很快恢复了在国际数学联盟中的席位。后来, 利翁斯在任国际数学联盟主席期间又为中国申请在

北京举办国际数学家大会给予了重要的支持。

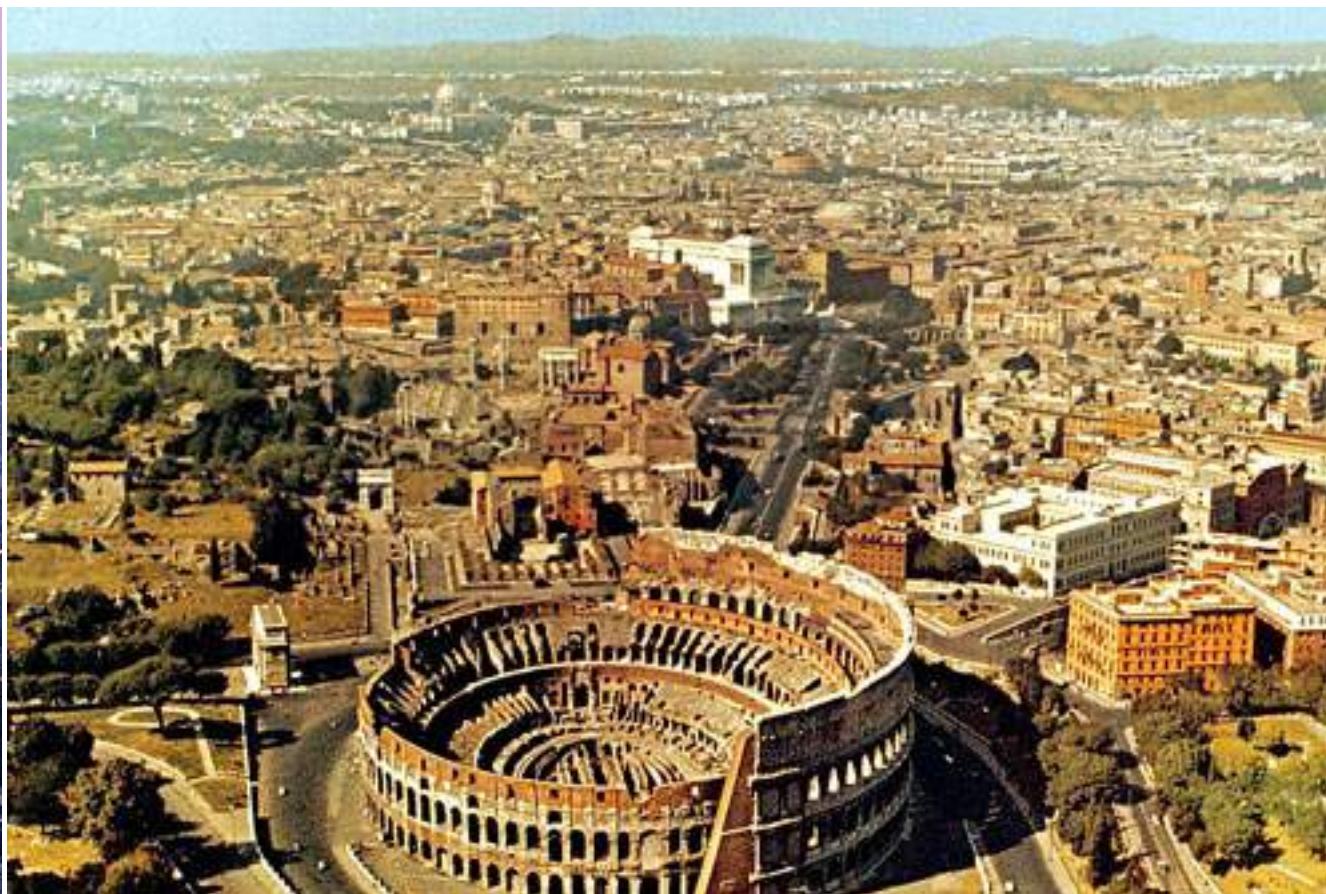
在巴黎, 冯康还接受了巴黎第六大学的邀请, 去那里作了一场报告, 报告中冯康首次在国际上提出了自然边界归化的思想, 这一思想也是他继六十年代中期发现有限元方法后的又一个最新研究方向。巴黎第六大学在世界上赫赫有名, 其数学研究在国际上也享有盛名。冯康的这次报告是用法语做的, 在此之前, 他并没有专门学过法语。冯康深厚的学识与过人的胆识令所有的听众与同业人士敬佩不已。

离开巴黎, 冯康来到了法国东南部洋

溢着地中海风情的旅游城市尼斯。他此行的目的主要是访问国际上数学学科领先的尼斯大学并作学术报告。

在法国停留了一个星期, 冯康一行又前往意大利。在意大利的首都罗马, 冯康访问了罗马大学和意大利计算数学研究所, 并作了报告。另外, 他还被邀请出席了意大利院士大会, 并作为重要嘉宾与意大利重量级院士们一起就座前排。

访意期间, 冯康一行还访问了帕维亚大学 (Pavia)。帕维亚大学成立于1361年, 是世界上最古老的大学之一, 也是世界上著名的有限元研究基地之



意大利罗马：1978年冯康出访的第二个国家

一。它拥有有限元方面的代表人物 F. Brezzi (2004 年在北京获得世界计算力学大会的高斯·牛顿奖章, 2009 年获得美国工业与应用数学学会的冯·诺伊曼奖) 和弟子 A. Quarteroni (于 2006 年在国际数学家大会上做一个小时邀请报告)。学术交流之后, 冯康一行来到了他所敬仰的科学家伽利略的故乡比萨, 并兴奋地与黄鸿慈在比萨斜塔前面合影, 以表达对三百多年前这位伟大科学家求真求实的科学态度的景仰。

**那些国际级的数学大师之所以尊重冯康, 并不仅仅是因为他原来的名气, 而是通过与他接触、交谈, 被他的魅力感染。冯康头脑敏捷, 学识丰富, 因此他可以和许多世界知名的学者、大师进行平等交流。**

在意大利, 冯康应电视台的邀请去做访问节目, 尽管按照当时的规定是不允许的, 但是冯康还是坚持要去, 他希望通过电视媒介让更多的欧洲人了解中国的冯康和他所进行的学术研究。

一个半月后, 黄鸿慈先期回国, 冯康则在欧洲多逗留几日, 去参加一个国际会议, 并应邀担任会议的分会主席。在陪同冯康访欧期间, 黄鸿慈也应邀在多所大学做了关于多重网格计算方面的学术报告, 其内

容发表在 1978 年复刊的《计算数学》第 2 期及第 3 期。

回忆起这段风风光光的欧洲之旅, 黄鸿慈说, 冯康这次出访法国、意大利, 受到了热情的接待, 也赢得了格外的尊重。“那些国际级的数学大师之所以尊重冯康, 并不仅仅是因为他原来的名气, 而是通过与他接触、交谈, 被他的魅力感染。冯康头脑敏捷, 学识丰富, 因此他可以和许多世界知名的学者、大师进行平等交流。他毫不避讳地向业界人士介绍自己和他的学术研究。冯康给人们留下了特别深刻的印象, 因此人们对他也很尊重。”



1978年访问意大利时应邀参加意大利科学院院士大会；冯康（右四）和意大利著名数学家Ficheler（右三）就座前排。

欧洲一直是冯康心底向往的一个地方，冯康很喜欢欧洲悠久的历史文化，年轻时，更阅读了大量欧洲文艺复兴时期的文艺作品。这次出访，忙里偷闲，他还在法国欣赏了一场歌剧表演，参观了罗浮宫，以及位于巴黎西南郊的著名欧洲古典主义代表建筑——凡尔赛宫。当然，他也没忘记去到古色古香、充满宫廷奢华建筑的赌城蒙特卡罗一饱眼福。

冯康象对学术一样，对艺术也充满了热情，并有较高的艺术修养。他在参观罗浮宫、凡尔赛宫等艺术殿堂时，对很多油画、雕塑的历史背景和其精

华都能评头论足，非常陶醉在艺术的欣赏中。另一方面，和很多科学家一样，冯康对生活要求非常简朴。一路出访，他吃得都很少，也很简单。即使参加宴会，他也只吃不到一半的菜。他曾经半开玩笑地说，他吸收能力强，只要吃一点就可以有很大的能量了。

黄鸿慈说，在随冯康出访近距离的接触中，也看到了他人际交往的两面性。他对不同的人态度也大不相同。对于一些学术大家，他总是毕恭毕敬，非常客气，而对于一些普通学者则相对

冷淡，有时甚至不理会。

换一个角度我们也可以理解，在短暂而紧促的行程安排中，冯康只能将最有效的沟通集中于上层的交往。他必须在最短的时间内让他和中国的计算数学在世界级的殿堂上得以推广。

事实证明，欧洲之行实现了冯康的愿望。

冯康带着强烈的自信向世界振臂高呼：“我来了”，冯康所到之处带来的“中国旋风”足以让他及中国的计算数学开始在世界的舞台上产生影响。

## 自然边界元方法

1978年秋天，冯康出访法国、意大利时还带着他最新的研究成果——自然边界元方法。在巴黎的讲学中，他首次在国际上提出了自然边界归化的思想。

1960年代中期，冯康与他的团队发展了有限元方法及其理论，其对于求解有界区域椭圆边值问题取得了极大的成功。但是，许多实际计算问题涉及无界区域，而用有限元方法求解无界区域问题必然遇到本质性困难，为达到所需要的计算精度，往往要付出极大的代价。

冯康没有沉醉于有限元方法的贡献，而是不断思考新的研究方向。他从“微分方程边值问题可以有种种不同的数学模型，在理论上等价，但在数值实现中不等效”这一基本观点出发，既深刻地总结出对有界区域问题“有限元方法成功的一个关键就是合理地选取了变分的数学型式”，又敏锐地感觉到对无界区域问题必须探索新的更适宜的数学形式并发展相应的数值计算方法。70年代后期至80年代初期，冯康的研究兴趣转向了边界归化及边界元方法这一领域。

关于微分方程边值问题作边界归化的思想早在十九世纪就已出现，但应用于数值计算却是到二十世纪60年代才开始的，这就是边界积分方法。从70年代后期开始，这一方法又被称为边界元方法，并在国际上形成了直接法与间接法两大流派。与国际上流行的这两类基于经典边界归化理论的方法完全不同，冯康根据微分方程边值问题的物理和数学特性，提出了正则边界归化的思想。他指出，唯有通过正

则边界归化，才能保持能量不变，从而保持问题的本质不变。后来他又改称此类归化为自然边界归化。

基于这一思想，他和他的学生余德浩系统地发展了自然边界元方法。这一方法除了具备所有边界元方法共有的将问题降维处理及适于处理无界区域问题的优点外，还有许多独特之处：由于自然边界归化保持能量不变，原边值问题的许多基本性质被保持；由于基于相同的变分原理，自然边界元能与经典有限元有机而直接地耦合；自然积分方程由原边值问题唯一确定，它正是相应的边值问题的解的微分与边值之间的本质的关系，其重要的理论根基就是所谓的狄里赫莱-诺依曼(Dirichlet-Neumann)映射。自然边界归化在各种边界归化中占有特殊的地位，而自然边界元方法则具有许多理论上和数值计算上的优势。

1980年，冯康结束欧洲出访回国后，将其在法国讲演报告的主要内容写成论文发表在《计算数学》上，题目为《论微分与积分方程以及有限与无限元》。

1982年，冯康与法国科学院院士利翁斯一起主持了“中法有限元讨论会”，与余德浩联名发表了论文《椭圆边值问题的正则积分方程及其数值解》，这是“中法有限元讨论会”的两个最主要的报告之一。也正是这一年，冯康获得在国际数学家大会上作45分钟特邀报告的殊荣，报告的题目是“有限元方法与自然边界归化”。

1984年，冯康应用自然边界归化求解亥姆霍兹(Helmholtz)方程，对其无穷远边界条件即索墨菲尔德

(Sommerfeld)辐射条件给出了一系列人工边界条件。这些工作对经典的边界归化理论作了重大发展，提出了新的边界归化方法，这一方法已成为当今国际上边界归化理论的三大流派之一。

自然边界归化与有限元相结合可以形成一个有限元与边界元兼容并蓄而自然耦合的整体性系统。这一方法能够灵活运用于大型复杂问题，便于分解计算，这正是当前与并行计算相关而兴起的区域分解算法的先驱工作。随着80年代中期以来区域分解算法成为国际上科学工程计算的一个研究热点，自然边界归化理论也越来越引起国际同行的关注。冯康在1992年曾撰写了《自然边界归化与区域分解》一文(与余德浩合作，发表于《冯康文集》)。他在摘要中指出：“有许多不同的边界归化途径，最好的一种看来是自然边界归化。自然边界归化能直接用作区域分解算法，也能间接地应用于预条件问题。”可惜他本人最终没有来得及实现这一想法。

他的学生余德浩基于他的这一想法提出并发展了适用于求解无界区域问题的基于自然边界归化的区域分解算法。2008年，余德浩和清华大学的韩厚德的“人工边界方法和偏微分方程数值解”研究项目获得了中国国家自然科学二等奖。

## 先知先觉“反问题”

八十年代初，在冯康所勾画的数学蓝图中，最迫切的任务是如何将计算数学应用到国家的建设中，如何为国民经济服务。这是他又见春天后，涌动

在心底的一腔朴素的爱国情怀。凭借着敏锐的科学嗅觉，他捕捉到计算数学与工业相结合的方向，并建议关注反问题的研究和其在能源上的应用。

1980年，在一次中科院学部委员的大会上，冯康作了一篇关于有限元的报告。虽然看似有限元的主题，但他却不失时机地在报告中提出了反问题，并对反问题的概念作了阐述：

“数学物理方程中的问题大致可以分为两类。

一类问题是在给定的方程模式下，再给定出规定具体环境的定解条件，如方程的系数包括源项或边界条件等，人们就可试图求解以便定出过程演化、联系影响的定量特征，一般称为正问题或正演问题，起着由因推果的作用，它们的研究应用都比较成熟，迄今占着主导地位。另一类问题则是在给定的方程模式下，人们已知其解或解的某些部分，要求反过来求该方程的系数，源项或边界的形状等等，这就是所谓反问题或反演问题，起到倒果求因的作用。”

报告后不久，冯康当选为中科院学部委员（后来称为院士）。他也没有想到这篇报告随后在学界会引起不小的波澜。

八十年代初，在中国的数学界，反问题还没有得到一定的重视。相反，一些固守着传统数学的数学家们认为反问题并不是研究数学的人应该去做的问题。做反问题，一旦出错，更会导致“失之毫厘、谬之千里”。事实上，

按照传统的数学习惯的确很难做出反问题，做反问题需要大量的实际背景。而这些背景问题在当时的中国也是非常欠缺的。因此，当冯康大力提出进行反问题的研究时，无人喝彩，甚至阻力重重。

## 八十年代初，在冯康所勾画的数学蓝图中，最迫切的任务是如何将计算数学应用到国家的建设中，如何为国民经济服务。这是他又见春天后，涌动在心底的一腔朴素的爱国情怀。

做反问题既要有理论水平、又要有技术知识，而且还要肩负大量的计算工作，许多科研人员都望而却步。这时，冯康想到了一个合适的人选，就是刚刚从法国大使馆调回计算中心的张关泉。

张关泉早年留学莫斯科大学数学力学系的计算数学专业。与冯康颇为相似的是，张关泉大学期间修读的高等物理、理论物理、流体力学、电学等课程为他积累了广博的物理、力学方面的知识，也为从事反问题的研究储备了丰富的背景知识。

莫斯科大学名师、名家济济一堂，张关泉更是以门门全优的成绩轻松毕业。令他记忆最为深刻的是莫斯科大学全部采取口试的考试方法。“行家一上手，便知有没有。口试最大的好处就是一讲出来便知道是不是真的学懂了，对于学习好的学生，口试会让他们大学的学习越来越轻松。”

1960年的暑假正值中苏关系紧张时期，张关泉等一批留苏的学生应召回国学习。在中科院的计算技术研究所里，冯康亲自与那批留学生谈话。几乎就在那一刻，冯康便选定了张关泉，那个所有课程都是满分的好学生。1961年，张关泉顺利来到计算所。

张关泉的学术和科研才能迅速得到冯康的赏识和认可。1965年底，在冯康的推荐下，张关泉赴法国的彭加莱研究所进修，这一次他学习的是航空航天应用中的计算数学。能获得再次留学的机遇，无疑是冯康的厚爱，这也令当时三室的年轻人羡慕不已。

风景如画的塞纳河、庄严神圣的凯旋门、摇曳多姿的香榭里大道……这些似乎并没有给张关泉留下浪漫的记忆，相反那段法国留学的日子却被他形容成“非常难受”：按照规定既不能发表文章，也不能一个人出去走动，助学金全部被收掉，除了报销饭费连喝杯咖啡的零用钱都没有……这段只有当事人自知的“苦闷”的经历伴随文化大革命的爆发结束了。1966年中，张关泉被召回计算所，随即又被下放到包头的一家工厂劳动锻炼。与他一起下放的还有新分配到计算所的大学生孙家昶等人。

本着“一辈子踏踏实实接受工农再教育”的宗旨，张关泉等一批科学院的年轻人几乎是被净身出户。户口、编制、工资全部带走。一年之后，周恩来总理得知此事，又将他们调回北京工作。虽然回到北京，但张关泉与在福建工作的妻子却常年分居两地。为了留住张关泉并让他安心从事科研，中科院的领导在政策允许的范围内想出一个办法，把张关泉借调到中国驻法国大使馆，这样他的妻子就可以以外交人员家属身份将户口迁入北京。1977年底，张关泉被派驻巴黎的中国驻法使馆，在商务处负责工程技术方面的交流。十年分居的问题终于解决，这让张关泉心中倍感温暖。然而在他心中，更不忘潜心学术钻研。那时，他利用晚上的时间研究科学计算，

没有参考书，他就全凭脑子想，就是在那样的条件下，他还完成了一篇关于“两点边值问题”的文章，后来刊登在《计算数学》上。凝聚了心血的这篇论文，让张关泉三十多年后回忆起来，还一清二楚、充满激情。也正是因为这篇文章，虽然他还在法国使馆，冯康依然把他提为副研究员。

对于张关泉学术方面的才能，冯康一直非常欣赏。他希望张关泉能从驻法使馆的行政工作中脱离出来，而专心搞学术科研。这点想法和张关泉本人也不谋而合。在冯康的积极促成下，中科院并没有按照惯例让张关泉在驻

法使馆完成四年的任期，而是提前将他调任回国。1980年，张关泉从中国驻法大使馆调回计算中心。

张关泉回到计算中心后，一方面积极熟悉情况，弥补十几年来的研究断层，另一方面，在冯康的授意下，他也将研究方向转移到反问题当中来。他留意到冯康在1980年提出反问题

的那篇报告中阐述到地震探油技术中关键性的数学问题，即“基于动态响应的散射反演，特别是对于与波动方

程在地表远点受激后震波在地下半空间传播，并在地表收取散射回来的反响，要求由表及里推出反映地下构造的介质参数分布，如波速、密度或其组合阻抗。”这些问题的研究必将会提升与影响中国的地震勘探技术。

**1983年，在冯康的倡导下，张关泉受命组建“地球物理勘探问题计算方法研究组”，转向从事“数学物理方程反问题”这一全新领域的研究。**

1983年，在冯康的倡导下，张关泉受命组建“地球物理勘探问题计算方法研究组”，转向从事“数学物理方程反问题”这一全新领域的研究。他通过与马在田等地球物理界专家的交流，



1978年，冯康（中），黄鸿慈（左），张关泉（右）在中国驻法国大使馆内。



本文作者之一在采访张关泉

学习了利用地震声波反射信号来进行地层成像的偏移算法。偏移计算是地震勘探数据处理中的重要环节，其目的是按照地震波的传播规律，对地面地震记录进行计算加工，得出地下构造的图像，以确定地下油气资源的储层。

由 J. Claerbout 在 70 年代所开创的单程波偏移技术具有处理大变速介质成像的能力，但是当时的算法只能对小倾角地下构造进行偏移，这极大地影响了复杂地下构造的成像结果。张关泉敏锐地感到，单程波方程的理论基础是 20 世纪 60 年代所发展起来的拟微分算子理论。由此结合马在田所提出的分裂算法，他于 1985 年前后系统地构造了“大倾角差分偏移算法”。他所提出的算法只需要在传统软件的基础上略作修改，就能够精确地处理任意小于 90° 倾角的构造，这在当时是

非常先进的。在冯康的带动下，张关泉、王承曙、范尚武等人研究的地震勘探数值方法获 1986 年中国科学院科学技术进步一等奖，以及 1987 年国家科技进步二等奖。由此方法所编写的软件自 80 年代起就在石油天然气总公司地球物理勘探研究院等多家石油、地矿单位的处理系统中运行。

其后，张关泉在勘探地球物理方面越走越深，并占领科研最前沿，成为中国地震资料偏移技术研究的重要代表人物。他长期担任中国石油天然气总公司和法国 CGGVeritas 公司的科研顾问，所取得的科研成果得到了国际上的广泛关注。与此同时，张关泉也培养了很多反问题的人才。他的很多学生先后进入工业界。如他的早期的弟子刘超颖曾任中石油东方地球物理公司物探技术研究中心主任。他的另一

个学生张宇是 CGGVeritas 公司的特级专家和科研副总经理。张宇为《张关泉先生论文集》写的序言中提到：“张关泉为地球物理界和应用数学界培养了众多人才；他的很多学生，如刘法启 (Hess)、周洪波 (Repsol)、单国健 (Chevron)、崔兴福 (中石油勘探开发研究院) 等，都供职于石油公司或石油服务公司从事应用研究和工业软件开发。在国际上，张家班 (Zhang's Group) 颇得工业界好评。他们的科研工作在国内外地球物理勘探界具有一定影响力。”

### 有限元报奖“风波”

俗语说：造化弄人。冯康多次取得卓越的学术成就，却始终与卓越的奖项擦身而过。冯康很在意一些学术奖项



1981年，国务院副总理方毅（前排中）接见有限元国际会议专家；前排右三是冯康，左三是钱伟长。

的评审，因为他看来，那是一种对他学术的肯定与认可，他也曾经极力地争取过，然而结果总是事与愿违。就连令他声名鹊起的有限元报奖也是极尽波折。

文革结束后，国家恢复了评选国家自然科学奖。科学院的领导也要求各部門积极参与。因为国家自然科学奖主要奖励基础学科的研究与突破，有无在期刊文献上发表的原创性文章是参与报奖的关键性指标。对于计算中心来说，文革前的三室，特别是第七研究组的一些关于有限元的原创性文章成为报奖的首选。经过反复酝酿，冯康那篇基于变分原理的差分方法的经典性文章；黄鸿慈的一篇关于椭圆型方程边值问题数值解的文章；还有那篇为他带来两级工资的C1元的重调和方程最小特征值问题数值解的文章；以及黄鸿慈、王萼贤、崔俊芝等的关于有限元计算和应用的文章组成了一

个报奖项目。

尽管上述四篇文章中冯康仅有一篇文章，但那篇文章包含了深奥的数学理论框架，所以分量也最重。黄鸿慈回忆说，“冯康曾有过一个人去报奖的想法，在和我隐含探讨时，我以沉默表达了不赞成的态度。”之后，冯康又提出了四人报奖的计划，再次询问黄的看法时，黄依旧沉默不语。其实在黄鸿慈心中认为报奖只应该是冯康和他两个人，因此，他对冯康的两次提议都不置可否。他更没有想到，此次报奖使得他与冯康多年的亲密关系产生了裂痕。

国家自然科学奖是针对在数学、物理、化学、天文学、地球科学、生命科学等基础学科的研究中，以及在信息、材料、工程技术等应用领域的基础研究中，做出重大科学贡献人士的一种奖励，一般一等奖、二等奖单项授奖

人数不超过5人。由于文革十年中断了评奖，因此恢复评奖后的第一年报奖人数特别多，竞争也非常激烈。

许多中国著名的老一辈科学家如钱令希、钱伟长等等都在报奖之列。

冯康原本以为，按照他的设计和构想，有限元方法获得国家自然科学一等奖是顺理成章的事情。谁知在最后一轮的评比中，有限元方法却引起一些评审专家、学者的争议。1981年，当最终的评审结果传出时，有限元方法仅仅获得了一个国家自然科学二等奖。

崔俊芝第一时间听到了这个消息，他深知冯康对这个奖项非常重视，于是赶快找冯康商量。

那时的冯康正在安徽合肥的稻香楼宾馆参加由中国科技大学主办的一个有限元的国际大会。许多国际知

名的学者如钦科维奇 (O.C. Zienkiewicz) 和钱伟长等人都在主席台上就座, 冯康也在主席台上。

崔俊芝悄悄传给主席台上的冯康一个纸条, 就见冯康匆匆忙忙从台上跑下来, 和崔俊芝一起走出会场。很多与会人士对冯康的这一举动都感到十分惊讶。

崔俊芝把评奖的结果告诉冯康, 并征求冯康的意见: 要不要撤奖? 按照规定, 在最后决定公布前的特定时间内, 报奖人可以申请撤销报奖申请。问题是要撤什么时间撤? 是否还来得及? 如果撤了, 根据相关规定连续两届都不能再参评报奖了。

对于这个结果, 冯康感到非常意外也十分恼火。本来是胸有成竹, 谁知却在最后的阶段遭遇了“滑铁卢”。冯康反复追问崔俊芝失利的原因, 崔俊芝只是含糊地说有些大学、还有其他学界的专家有投诉, 有反对的声音, 结果就把一等奖给拿掉了。其实崔俊芝知道冯康的心里比他还清楚究竟是哪些人反对, 但是为了平息冯康的怒气, 他只能安慰说: “算了, 论资排辈嘛, 许多大人物还都是二等奖, 怎么能让你得一等奖呢?”关键是接不接受, 撤不撤奖, 这个需要冯康马上决定。

一段沉默过后, 冯康同意接受二等奖这个结果。



有限元获得国家自然科学二等奖的奖状

**获得国家自然科学二等奖, 即使三十年后的今天看起来已经是很高的学术荣誉。但冯康“只要一等, 不要二等”的特殊性格使他对这个二等奖当做终生遗憾。**

息的痛。

获得国家自然科学二等奖, 即使三十年后的今天看起来已经是很高的学术荣誉。但冯康“只要一等, 不要二等”的特殊性格使他对这个二等奖当做终生遗憾。余德浩回忆说: “我至今仍清楚记得, 当我和邬华谋研究员代表《计算数学》等三刊编委会为他的七十寿辰起草贺词时, 他坚持要删除获得‘国

家自然科学二等奖’, 只保留‘中国科学院一等奖’。最后该贺词只能根本不提获奖之事。”

1982年, 国家自然科学奖发奖大会在北京人民大会堂隆重举行。冯康没有去参加, 黄鸿慈代表有限元获奖人上台领奖, 并领取了5000元的奖励。

回到计算中后, 这部分奖金被中心扣发了2000元, 剩下的3000元由冯康、黄鸿慈、王荐贤、崔俊芝按贡献多少再进行分配。据说, 冯康并没有要这笔奖金。

尽管很长一段时间, 因为有限元报奖的风波, 冯康始终闷闷不乐。但这一年, 冯康同样也有好事临门。文革开始就一直与人合住两室单元的他终于得以乔迁新居, 搬进了新建的“所长楼”。中科院在中关村新建的“所长楼”每个单元都有四、五个房间, 很大, 很宽敞。尽管当时的冯康对生活的条件并不在意, 大部分时间, 他都是在中心工作到很晚才回到家里, 但是这种待遇改善也足以让他舒展身心、扬眉吐气。

只不过, 孤然一身的他, 偶尔在夜深人静时, 也会感到一丝孤寂。

**未完待续**

(注: 很多前辈和同行对本文的初稿提出了宝贵的意见, 在此表示感谢。作者特别感谢冯端院士和王元院士的细心阅读和书面指正。)

# 新中国邮票中的数学元素

周涛



## 数

学是我的专业，集邮是我的爱好，写一篇关于两者联系的小文一直是我一个小小的愿望。这倒也不是强行的拉郎配，二者之间的相似之处及历史渊源的确值得一书。

邮票有着深远的历史纪念意义和丰富的文化内涵，因而一直是收藏界的宠儿，“方寸之间，包罗万象”的八字考语可谓贴切。值得玩味的是，这八字考语用于数学身上也是十分精当：相似的“方寸之间”，不同的“包罗万象”。一个使凝练的表达至化境，一个将抽象的思维集大成。而当两者结合的时候，往往能达到相得益彰的效果。

### 邮票的起源

邮票本身并不是数学理论的产物，但要说它是数学思维的副产品却不算过分，因为毕竟它是由一位数学工作者发明的。其诞生，源于1838年的一起拒付邮资事件。

一辆邮政马车停在英国的一个小村庄，车上跳下一位邮差，他的手里举着一封信，喊道：“爱丽斯·布朗，快来取信。”一位秀丽的姑娘应声推开门，接过信，看了看，又把信退

还给邮差：“对不起，我付不起邮资，请把信退回去吧！”“哪有这样的道理！信都送到你手里了却不用付钱？”邮差十分不满。

两人的争吵让路过的数学教师罗兰·希尔驻足观望，他问清事情的原委，便替姑娘付了邮资。姑娘拿到信，对希尔说：“先生，谢谢你！不过这封信我也不用拆开了，它里面没有信。”“为什么？”“因为我家里穷，没有钱，付不起昂贵的邮资。我和在军队服役的未婚夫事先约定，在他寄来的信封上，画个圆圈，表示他身体安康，一切如意。这样，我就不用



图一：邮票发明者——罗兰·希尔  
(图案左侧的头像是黑便士邮票)

取信了。”

希尔听了爱丽斯的回答，既为她的家境难过，同时也感到邮资的交付方式有问题。当时英国的邮政管理局规定：邮资由收件人一方给付。如果收信人拒付，信便退给寄信人。希尔决意要拟定一个科学的邮政收费办法。经过反复思考，他提出由寄信人购买一种“凭证”，然后将“凭证”贴在信封上，表示邮资已付。1839年，英国财政部采纳了希尔的建议，编制了下一年度邮政预算，并经维多利亚女王批准公布。1840年5月6日，英国邮政管理局发行了世界上第一枚邮票。邮票上印着英国维多利亚女王侧面浮雕像。它选用带水印的纸张印刷，涂有背胶，并标有“邮政”字样。这就是现在闻名邮市的“黑便士邮票”。而罗兰·希尔也被后人称为“邮票之父”。

中国第一枚邮票出现的年代与“黑便士”相隔不远，可以追溯到清代，也就是很多人都有所耳闻的大清龙票。大清龙票一直沿用到民国时期。新中国第一套邮票于1949年10月8日发行，邮票名称为《庆祝中国人民政治协商会议第一届全体会议》。随着邮政事业的发展，邮票产业也迅速发展。如今的邮票不仅保留着其原有的邮资属性，而且逐渐成为一种精美的收藏品，深受国内外收藏家、集邮爱好者的青睐。下面我们就来细数一下新中国邮票中的数学元素。

## 新中国邮票中的数学 古代科学家

自新中国成立以来，第一套含有数学元素的邮票当属1955年发行的中国古代科学家（第一组）邮票，志号纪33，一套四枚，图案分别是祖冲之、李时珍、张衡、僧一行（图二）。

邮票中，在祖冲之像的正下方，印有“数学家，精确计算出圆周率为3.14159265”字样。这是世界数学史上第

一次将圆周率 $\pi$ 值计算到小数点后七位。

祖冲之（公元429年—公元500年）是我国杰出的数学家、科学家，南北朝时期人。在数学方面，除了对圆周率的计算外，他还同其子祖暅一起圆满地解决了球体积的计算问题，并对数学著作《九章算术》作了注释。他曾将自己的数学研究成果汇集成《缀术》一书，此书在一百多年后成为唐朝最高学府——国子监的算学课本，可惜今已失传了。因此，对祖冲之的数学成就，除上所述外，我们现在知之甚少。



图二：纪33 中国古代科学家（第一组）

祖冲之的儿子祖暅、孙子祖皓对数学及历法也有深入的研究，这么看来，当时的祖家算得上是科学世家。只是当时社会看重的是大姓士族、书香门第，夸夸其谈的玄学被奉为正经学问，搞数学几乎可以算作不务正业了。

据记载，祖暅研究学问很专注，在其思考时连天上打雷也听不到。他常常边走路边思考，有一次竟然一头撞在了仆射（级别相当于国务院副总理）徐勉身上，即便这样他也没从思考中走出来，直到徐勉招呼，才如梦方醒。徐勉知道他研究得入神，也没有责怪他。

因为思考问题极为投入而撞人、撞树、撞电线杆等轶闻在中外历史上并不鲜见，中国历史上最出名的撞人经历非贾岛莫属，不但撞的是名人——韩愈，而且撞出了典故——推敲。至于国外的，无论是牛顿、爱因斯坦，还是安培、法拉第……撞树、撞电线杆几乎成了他们进入科学殿堂的必修课。这其中的绝大多数都应是后人为了“赞扬”他们的科学精神而杜撰的，是人们对他们表示“敬仰”的另一种表达方式，反倒是对祖暅撞人的记述，因其本人在当时及以后相当漫长的时间内并不受人重视，从而增加了事件本身的可信性。

至于对圆周率的记忆，相信如今大多数国人仍停留在千载之前南北朝时期的水平——记住小数点后的7位数。近日法国软件工程师Bellard宣称，他已经计算到了小数点后27000亿位，要花49000年才能读完。他的电脑花了整整131

天时间才计算出这个圆周率的“最新精确值”，这个圆周率数据占用了至少1137GB的硬盘容量。在计算圆周率的过程中，Bellard使用改良后的查德诺夫斯基方程算法来进行圆周率的计算，并使用贝利-波温-劳夫算法来验证计算的结果。科学发展的加速度，很多时候都在我们的想象力之外。

1980年，中国邮政发行中国古代科学家（第三组），志号纪58，一套四枚，分别是明代科学家徐光启、战国水利家李冰、东魏农学家贾思勰和元代纺织技术家黄道婆（图三）。此套邮票设计精美，科学家两两相对，颇有神韵。此套面值只有0.84元的邮票，如今在邮市的收购价已经在200元人民币以上。



图三：纪58 中国古代科学家（第三组）

徐光启（1562年—1633年），在数学、天文、历法、军事、测量、农业和水利等方面都有贡献，是一位全才兼天才型的科学家。在数学方面的计算方法上，徐光启引进了球面和平面三角学的准确公式，并首先作了视差、蒙气差和时差的订正。尽管缺乏自己原创性的数学理论成果，但其对于数学的认识及接受程度在当时的中国人中间可谓首屈一指，其作为先驱者之一对中西文化交流尤其是数学文化交流做出了相当的贡献。在充分学习的基础上，他与意大利传教士利玛窦一起翻译并出版了欧几里得的著作《几何原本》，也是从那时起，“几何”这一中文翻译才正式作为一个数学名词并沿用至今。此外，包括“平行线”、“三角形”、“对角”、“直角”、“锐角”、“钝角”、“相似”等等中文的名词术语，都是他在翻译《几何原本》过程中反复推敲而确定下来的。1607年，《几何原本》中文版的前六卷正式出版，马上引起巨大的反响，成了明末从事数学工作的人的一部必读书，对发展我国的近代数学起了很大的作用。可惜后九卷的翻译工作因为徐光启父丧守制及明末混乱的社会政治形势而一直未能进行，这也成为徐光启终生的遗憾。

顺便说一下，与封建社会大多数科学家的境遇不同，徐光启一直做到了太子太保、文渊阁大学士兼礼部尚书这



图四：2002-18 古代科学家（第四组）

样的高官，位极人臣。当然，在那个时代，这与其数学乃至科学水平的关系不大。徐光启也曾希望利用其影响力推动当时的明朝政府发展数学。在一次疏奏中，他从历法、水利、音律、军事、财政、建筑、机械制造、舆地测量、医药、计时等十个方面详细论述了数学应用的广泛性，但终究未能在程朱理学一统天下的舞台上为数学争得一席之地。直到近三百多年后封建社会寿终正寝，数学才在中国又一次焕发了生机与活力。

2002年发行的古代科学家（第四组）包含了战国医学家扁鹊，宋代天文学家苏颂，明代科学家宋应星和魏晋时期数学家刘徽（图四）。

刘徽，是我国东汉末年的大数学家。他本人并没有自成系统的数学理论著作传世，其主要的数学思想集中收录在《九章算术注》和《海岛算经》中。在这两部著作中，刘徽通过整理前人的数学思想并提出自己的创见，从而在基础数学运算以及面积体积计算等方面进行了多项具有开拓性的研究工作。例如他阐述了通分、约分、四则运算以及繁分数化简等的运算法则；在论述了无理方根存在的同时引进了新数，创造了用十进分数无限逼近无理根的方法；运用比率算法对线性方程组进行了有益的探索；利用“割圆术”的极限方法提出了关于多面体体积计算的刘徽原理；引入了“牟合方盖”这一著名的几何模型，对前面提到的祖冲之父子产生了重要影响；提出了重差术，采用了重表、连索和累矩等测高测远方法。他还运用“类推



图五：密克罗尼西亚刘徽邮票



图六：纪92 中国古代科学家（第二组）

衍化”的方法，使重差术由两次测望，发展为“三望”、“四望”。而印度在7世纪，欧洲在15~16世纪才开始研究两次测望的问题。

刘徽对中国古代数学发展的贡献可谓巨大，但与此不相称的是其本人在中国历史上的籍籍无名。现在的许多著作将刘徽称作“中国数学史上的牛顿”，这当然是从学术贡献的角度而言，因为除此之外，无论是生前的社会地位还是身后的社会影响，牛顿与刘徽之间都有着天壤之别。没有人知道刘徽具体的生卒年代——只是大约知道他生活在东汉末年；没有人知道他的人生经历——只能比较肯定地推测出他从未做过官；没有人知道是否有什么水果砸到了他的脑袋上，才引发了他的诸多奇思妙想；更不会有甚么达官显贵在他死后争先恐后地给他抬灵柩……这就是中国古代科学家典型的生活状况，一叹。



图七：1993-19 中国现代科学家（第三组）

值得一提的是，在许多年前，密克罗尼西亚（相信大多数中国人都对这个国家闻所未闻，它是位于赤道以北菲律宾以东的一个群岛国家）曾发行邮票纪念刘徽（图五）。邮票以刘徽的割圆术为主要内容，配以汉字说明。这也许是是我国数学家第一次也是目前为止唯一一次出现在他国的邮票中。

与其他三组不同，1962年发行的中国古代科学家邮票第二组（纪92）共计八张（见图六）以工笔技法分别描绘了东汉蔡伦、唐代孙思邈、宋代沈括、元代郭守敬4位古代科学家及他们各自在造纸、医药、地质、天文方面取得的科学成就。其中郭守敬在数学的计算方面有一定的造诣，但他主要的科学成就体现在天文、历法及水利方面，将数学家的帽子戴到他头上较为勉强，故在此就不予赘述了。

## 新中国邮票中的数学 现代科学家

在新中国发行的邮票中，有三位现代数学家的身影，将他们排列起来就是一部浓缩了的现代中国数学事业史，他们是——熊庆来、华罗庚、陈景润——我们所熟知的师徒三代。

1993年，邮电部发行中国现代科学家纪念邮票（第三组），中国数学界的一代宗师——熊庆来赫然在列（图七，左上角）。一并发行的是微生物学家汤飞凡、医学家赵孝骞和建筑学家梁思成。票面上熊庆来像的右方，就是熊教授1934年获法国国家科学博士学位的《关于无穷级整函数与亚纯函数》论文精华内容——熊氏无穷论。

同时，熊庆来教授还是一位以发现、培养人才为己任的



图八：纪149 中国现代科学家（第一组）



图九：1999-16 新世纪科技回顾

大教育家。数学家许宝騄、段学复、庄圻泰，物理学家严济慈、赵忠尧、钱三强、赵九章，化学家柳大纲等均出自他门下。熊教授提携并培养华罗庚的故事在今人看来更像是一段传奇。1931年，时任清华大学算学系主任的熊庆来在《科学》杂志看到一篇发表于1930年的论文《苏家驹之代数的五次方程式不能成立的理由》。仔细读完论文，熊庆来把目光转向论文的署名“华罗庚”——这是一个陌生的名字。熊庆来多方打听，终于了解到华罗庚初中毕业后就辍学在家，在一家公司当职员。求贤若渴的熊庆来马上设法把华罗庚招到清华，让他边工作，边旁听数学课程。也正是在这几年，华罗庚完成了由数学爱好者向数学家的转变。

作为弟子辈的华罗庚早在1988年就出现在邮电部发行的中国现代科学家（第一组）中，四枚邮票分别是地质学家李四光、气象学家竺可桢、物理学家吴有训和数学家华罗庚（图八）。邮票上华老睿智亲切，背景则是其若干震惊全球数学界的研究成果。关于华老的学术及人生经历，建议读者不妨读一下《数学文化》杂志创刊号中《罗庚与省身》一文，这里就不再狗尾续貂了。

作为熊氏门下的高徒，华罗庚继承了师尊求贤若渴、



图十：KJ-12国家最高科学奖—吴文俊院士

提携后学的大师风范。因研究哥德巴赫猜想而名扬四海的陈景润就是华罗庚发现的一颗明珠。

1966年，陈景润发表论文《表达偶数为一个素数及一个不超过两个素数的乘积之和》（简称“1+2”），成为哥德巴赫猜想研究上的里程碑，他所发表的成果也被称为陈氏定理。这是关于哥德巴赫猜想迄今为止最好的结果。自此，人类距离“哥德巴赫猜想”的最后结果“1+1”仅一步之遥。陈景润的文章被誉为筛法的“光辉的顶点”。有人评价说，陈景润把当时的数学工具运用到了极致。

1999年，邮电部发行新世纪科技成果系列邮票，内容包括寒武纪早期澄江生物群，6000米水下机器人，2.16米天文望远镜和哥德巴赫猜想的最佳结果（图八）。

画面中：哥德巴赫猜想的最佳结果

$$P_x(1,2) \geq \frac{0.67x C_x}{(\log x)^2}$$

夺人眼目，陈院士脑海里浮现着当年的论文手稿。直到如今，陈景润依然在哥德巴赫猜想研究领域中保持着领先地位。

此外，中国邮政从2006年开始发行科技纪念封——国家最高科技奖，数学家吴文俊院士和数学专业出身的王选院士名列其中（图十、图十一）。

## 新中国邮票中的数学 | 数学科学盛会

2002年，世界数学家大会在首都北京举办，这是100多年来中国第一次主办国际数学家大会，也是第一次由发展中国家主办这一科学盛会。邮电部为配合宣传此次大会，发行邮资明信片一枚（图十二）。明信片的邮资处印有中国数学会会徽标志，这个会徽其实是关于勾股定理的一个既简单又



图十一：KJ-17国家最高科学奖—王选院士



图十二：JP108 国际数学家大会—北京

美丽的证明，读者不妨亲自尝试一下。

在本次大会上，美国普林斯顿高等研究院的俄罗斯籍数学家弗拉基米尔·沃沃斯基和法国高等科学研究院的洛朗·拉佛阁分别因为在新的上同调理论和朗兰兹纲领的研究方面取得重大进展，获得了2002年菲尔茨奖。国家主席江泽民亲自为获奖者颁奖。中国著名数学家田刚院士作了一小时的大会报告。此外，还有11位中国大陆数学家作了45分钟邀请报告。国际数学界普遍认为，这充分说明中国自改革开放以来，特别是实施科教兴国战略以来，在现代数学领域取得了长足的进步。

另一次被铭记在邮票这一方寸之地上的科学盛会，是中国数学会70周年年会。

此次大会以“中国数学发展的机遇和挑战”为主题，由山东大学承办，时任山东大学校长——展涛教授任组委会主席。山东省邮政公司为配合此次大会，发行了大会个性化纪念邮票（图十三）。邮票上仍然以中国数学会会徽为主要背景，不过，山东大学数学学院院长刘建亚教授画龙点睛，在图案左上角加上了“70”字样，使得整个画面更加和谐，寓意明确。这次大会是中国数学会历史上乃至中国数学史上规模最大、盛况空前的纪念性学术活动，是继2002年国际数学家大会成功召开以来，在中国大陆召开的又一次高水平的国际学术盛会。

值得注意的是，在本次大会上，第七届华罗庚数学奖、第十届陈省身数学奖以及第七届钟家庆数学奖首次同时举行颁奖典礼，分别表彰在数学领域做出杰出贡献的资深数学家、中青年数学家和数学专业的研究生，三大奖项的颁奖是本次大会开幕式上一道亮丽的风景线。华罗庚和陈省身是家喻户晓的老一辈数学家，而出生于安徽省五河县的钟家庆1962年毕业于北京大学数学系，之后师从华罗庚学习多元复变函数。他在多元复变函数，复流形与微分



图十三：中国数学会70周年年会

几何等领域作出了非常突出的贡献。1987年春，他在哥伦比亚大学访问期间因心脏病突发猝然离世，年仅五十岁。

## 结语

今天，人们越来越多地通过网络相互联系，纸质信件已不多见，邮票的使用也就随之减少。如今提到邮票，人们更多的是欣赏、收藏而非使用，它越来越远离了其发明的初衷而更像是一枚枚纸质的“纪念币”。

随着网络的进一步发展，邮票的使命也将终结，那么它会不会最终消失呢？作为一名集邮爱好者，当然不希望看到那样的结果。而且，包括数学在内的整个科学领域可谓江山代有才人出，当新的大师、新的科研成果诞生之时，是否也应该给邮票一个位置，让它们把这些人类的宝贵财富通过其特有的形式记录下来、流传下去……

### 作者介绍：

周涛，毕业于山东大学数学学院，现为中国科学院数学与系统科学研究院博士研究生，同时也是一位集邮爱好者。



# 数学聊斋连载

(连载三)

李尚志

## 足球的圆与方

### ——概率

人们常说“足球是圆的。”就是说足球比赛的胜负有偶然性。比如，在2006年世界杯的小组赛中，巴西一路顺风，法国勉强出线，但在淘汰赛中巴西却输给了法国。意大利是世界杯冠军，但是在世界杯结束之后世界足球队排名中，意大利还是只能排第二，巴西排第一，法国排第四。排名第四的队可以打败排名第一的队，这说明“足球是圆的”。这就是足球的魅力。如果都像隋唐演义里面写的，第二条好汉永远打不过第一条好汉，第三名以下的所有的好汉再加上千军万马都绝对打不过第二条好汉，一点悬念都没有，那还有什么意思？

我们有些人很喜欢说“足球是圆的”这句话。既然足球是圆的，中国队与巴西队比赛也有可能进球啊！也许有可能，但实际上一个球也没有进。既然足球是圆的，中国队有可能打赢韩国队呀！确实有可能，但实际上从来没有赢过。照此说来，圆圆的足球一遇到中国队就变成方的了？不然，每当中国队遇到弱队，媒体将这些弱队称为“鱼腩之旅”的时候，足球就变圆了，中国队几乎每次都是因为输给“鱼腩之旅”而失去了世界杯的出线权。

“足球是圆的”就是说足球比赛的输赢是不确定的，具有偶然性，在数学上叫做“随机事件”。既然胜负是偶然的，强队可能战胜弱队，弱队也有可能战胜强队，

岂不是大家平等，没有区别了？于是，米卢带领中国队打进了世界杯，并不是他的水平高，而是因为他的运气好，是“神奇教练”。中国队输了不该输的球，也不是因为发挥不好或者指挥失当，而是因为运气不好。赢了是神奇，输了是“魔咒”起作用，因此也就没有什么经验或者教训可以吸取，只要像赌博一样一次又一次地赌下去就行了。

足球是圆的，输赢有偶然性。然而偶然性也服从一定的规律。我写过下面一首诗：“沙场百胜古来稀，九密一疏已足奇。祸福偶然存概率，风云多变泄天机”来说明世间万事万物的偶然性以及偶然性中的规律。打仗的胜负有偶然性，不可能百战百胜。出主意不可能不犯错误，九次考虑得周密，一次有疏漏，就可以说是神机妙算了。天有不测之风云，人有旦夕之祸福，都有偶然性，然而又都有规律——概率、天机都是规律。

比如，假定两个足球队在某一段时间内的水平基本保持稳定，在这段时间内两队的比赛中，如果甲队取胜的场数占70%，乙队取胜的场数占30%，就可以粗略地说甲队取胜概率为70%，乙队取胜的概率为30%，甲队比乙队实力强。如果两队再比赛若干场，胜负比例大体上仍会在这个比例附近波动。在每一次比赛中谁胜谁负具有偶然性，但也与两队教练的指挥是否恰当、队员发

挥是否正常密切相关。乙队发挥正常，就能实现 30% 的取胜概率，不至于场场皆输；如果发挥得好，还可能再向上波动超过 30%，但想超过得越多就越困难。比如可以达到 35% 或者 40%。但如果想要达到 60%，70%，靠临场发挥恐怕就做不到了，必须要提高取胜概率，这只能通过相当一段时间补充人才、训练、参赛锻炼来提高技术、战术、战略水平才能实现。

施拉普纳、霍顿是搞素质教育的，希望提高国足的取胜概率，但这在短时间内难以见效。米卢搞应试教育，让国足实现了已有的取胜概率，赢了该赢的队，唯一一次到世界杯去走了一遭。可米卢还是挨骂，骂他带领中国队到世界杯一球未进，一分未得。这就好比你是一个成绩差的中学生，请了一位“神奇教练”辅导你考上了大学，你却骂这位教练没有让你得诺贝尔奖。

骂米卢的人说米卢只不过是运气好，躲掉了韩国日本，才让中国队出了线。他们忘了，米卢之前的中国队每一次失去出线权都不是因为输给韩国日本，而是因为输给了“鱼腩之旅”。可以说，米卢之前的中国队似乎只怕日本、韩国、伊朗、沙特，取胜概率已经达到了世界杯出线应有的水平，只可惜在比赛时没有实现这个概率而向下波动了，因此“痛失”了出线权。米卢并不神奇，他只是让中国队正常发挥，实现了该实现的概率，并且向上波动了一点。骂米卢的人以为，米卢以后中国队的任务就不是从世界杯出线，而是到世界杯去进球和得分。结果怎么样呢？现在中国队已经不只是怕日本、韩国等四五个强队，而是不知道还有什么不怕的队了。也就是说，取胜概率不断下降，离出线的要求越来越远，失去出线权已经是正常发挥而不能说是“痛失”了，不能怪阿里汉和杜伊。

现在应当怎样办？应当先请施拉普纳或霍顿这样的“素质教育”教练将中国足球队的取胜概率恢复到米卢时代或米卢之前的水平，恢复到只怕四五个强队的水平。再让米卢这样的教练去实现这个取胜概率，重回世界杯。哪怕仍然一球未进、一分未得，也应当谢天谢地了。不过，实现这个计划需要时间，恐怕 4 年不够，需要两个 4 年。两个 4 年岂不是太久了吗？请回忆一下历史的教训：从 1982 年的第 12 届世界杯开始，就是因为不愿意等两个

4 年，我们付出了 5 个 4 年，才终于在 2002 年到世界杯去走了一遭。更何况，足球是圆的，如果准备等 8 年，说不定 4 年就成功了呢？

## “没收非法所得”是惩罚吗

——数学期望

商家卖了假货，被市场管理部门发现了，要进行处罚。一种常见的“处罚”是“没收非法所得”。

卖假货的目的当然是为了赚钱。合法经营也能赚钱，但商家嫌赚得太少，通过卖假货（降低成本）来赚更多的钱。卖假货比不卖假货多赚的那部分钱就是非法所得。比如某件商品成本 400 元，合法经营卖 500 元，利润 100 元。如果假货的成本是 100 元，仍然卖 500 元，就赚了 400 元，比合法经营多赚  $400 - 100 = 300$  元，这就是非法所得。

卖假货被抓住了，当然应当没收这 300 元非法所得。但这是处罚吗？

“处罚”就是让干坏事的人遭受损失，使他以后不敢再干坏事。干坏事受到的损失怎样计算？应当与不干坏事相比较。干了坏事被抓住，与他不干坏事相比吃了亏，这才是“遭受损失”。以上述情况为例，合法经营卖一件商品赚 100 元；卖假货赚 400 元，被抓住之后没收了非法所得的 300 元，仍然赚 100 元，与不卖假货的收益相同，一点不吃亏，这能叫做惩罚吗？如果只是这样“惩罚”，商家一定会继续卖假货。

如果商家每次卖假货都被抓住，虽然每次都不吃亏，但也没有占便宜，他也就不再干下去了。但事实上他不可能每次都被抓住。卖假货被抓住不是必然事件，而是随机事件。即使被抓住的概率很大，比如为 90%，平均每卖十次被抓住 9 次，这 9 次的非法所得都被没收了，但还有一次没被抓住，赚了 300 元，那么这十次卖假平均每次还赚  $300/10 = 30$  元。这相当于将每次非法所得的 10% 返还给他作为奖励了，他肯定还会继续干下去。更何况，众所周知，商家卖假货被抓住的概率并没有高

达 90%，能够有 10% 就不错了。平均起来每卖十次假货只有一次被抓住。被抓住的这次收益为 0，其余 9 次每次赚 300 元，共赚了  $300 \times 9$  元，十次卖假货平均每次收益为  $300 \times 9/10 = 300 \times 90\% = 270$  元。所以，被抓住的那一次只没收本次的非法所得，不但不是处罚，反而是将其余 9 次的非法所得奖励给他。也就是只没收非法多得的 10%，将其余 90% 奖励给他。受到这样的奖励，他当然再接再厉继续干下去。

怎样才能让他卖假货没有收益呢？很简单：既然他被抓住的概率只有 10%，平均每十次被抓住一次，就应当在这一次抓住时将总共十次的非法所得全部没收。如果每次的非法所得是 300 元，就要没收 300 元的 10 倍。这就是“假一罚十”。他有 9 次没有被抓住，每次的非法所得 300 元，共得  $300 \times 9$  元；被抓住这次，本来赚了 300 元，却被没收了  $300 \times 10$  元，收益为  $300 - 300 \times 10 = -2700$  元。因此十次的总收益为  $300 \times 9 + (-2700) = 0$  元，刚好持平，既没有占便宜也没有吃亏。

有些“维护人权人士”很反对“假一罚十”，说：虽然卖假货不对，没收这一次的非法所得也就行了，罚十倍是侵犯了他的合法权益。其实，如果他被抓住的概率确实是 10%，罚十倍他也没有吃亏，因此也不是处罚，只不过是将他十次的非法所得全部没收。反正不吃亏，他就会继续干下去。因此，只有罚到十倍以上，才能让他吃亏，才是对他的处罚，才有可能让他不敢再干下去。或者保持“假一罚十”的处理办法，但是加大查处力度，提高卖假货被抓住的概率，比如被抓住的概率由 10% 提高到 20%。假设商家每次卖假的非法所得为  $a$ ，每次被抓罚款  $10a$ ，损失为  $10a - a = 9a$ ，也就是说收益为  $-9a$ 。平均每十次有 8 次没有被抓，收益  $a \times 8$ ；2 次被抓，收益  $(-9a) \times 2$ 。十次总收益为  $a \times 8 + (-9a) \times 2$ ，平均每次收益为

$$\begin{aligned} & (a \times 8 + (-9a) \times 2) / 10 \\ &= a \times 80\% + (-9a) \times 20\% \\ &= -10a \end{aligned}$$

也就是说：平均起来每次的损失为非法所得的 10 倍，这才是真正的“假一罚十”，对于卖假的商家才有

一点震慑作用，使他以后不敢再干下去。更重要的是，一个商家受处罚，会对另外的商家产生震慑作用。这才是处罚的真正目的。

在以上的例子中，商家卖假，有两种可能的结果：被抓或者不被抓。不被抓的概率为 80%，被抓的概率为 20%。不被抓的收益为  $a$ ，被抓的收益为  $-9a$ ，

$$\begin{aligned} \text{平均收益} &= \\ & \text{不被抓的收益} \times \text{不被抓的概率} \\ &+ \text{被抓的收益} \times \text{被抓的概率} \end{aligned}$$

这样算出来的平均收益称为他的收益的“数学期望”。我们希望打击卖假行为，就一定要让卖假收益的数学期望为负。而且，数学期望越小，也就是损失越大，打击的效果越佳。

一般地说，凡是在面临风险的情况下作决策，都需要用数学期望来衡量方案的优劣。

比如，有些人疯狂地参加买彩票之类的“博彩”活动，就是因为他们只想到自己中了奖能够赚多少钱，不考虑自己没中奖有多大损失。如果他算一算数学期望：

$$\begin{aligned} & \text{中奖的概率} \times \text{中奖所得} + \\ & \text{不中奖概率} \times (\text{不中奖的损失}) , \end{aligned}$$

大概就不会那么狂热了。即使不做这么复杂的计算，只算一下在最坏的情况下自己损失多少，衡量一下自己是否乐于承担这个损失。如果觉得还可以承担，输了也可以不必遗憾，输的钱就当是买了门票逛公园。

## 杯中水面与墙上光影

——生活中的圆锥曲线

如果问什么是圆锥曲线，很多中学生就会马上回答：到一个定点和一条定直线的距离之比为定值的点的轨迹，称为圆锥曲线。这是书上写的，当然不会错。但是，如果再问一句：“既然叫做圆锥曲线，总应当与圆锥有关系吧。这样定义的轨迹与圆锥有什么关系？”能够回

答出来的中学生就会少得多了。

如果知道圆锥曲线可以用一个平面去截一个圆锥来得到，将它们称为圆锥曲线就很自然了。但是，很多学生不知道这件事。这不能怪学生，因为书上不讲。即使有的书上讲了，也不是教材的正文，至多是个阅读材料，因为不考试，所以老师也不讲。为什么不能作为正文来讲？我猜想：课本正文的内容大概都必须“既要知其然，还要知其所以然”，反过来就是“如果不能知其所以然，就不让你知其然。”如果只知道“不经过圆锥顶点的平面截圆锥得到的曲线是圆锥曲线”，这只能算是“知其然”。要“知其所以然”，就必须给出证明。但是，这个证明比较难，不宜作为教材正文的内容。既然不能讲“所以然”，因此就将“然”也一刀砍了！

“知其所以然”，当然是好事情。但是，好事情做得太过分就会变成坏事。比如你去买一个电视机，目的就是用它来看电视节目。如果还要求你“知其所以然”，了解电视机的内部构造和元件原理，甚至了解无线电原理、麦克斯韦尔方程，一般老百姓做不到。是否就不准这些“不知其所以然”的人们买电视机了呢？当然不是。只要他会插电源，打开电视，会用遥控器调整频道，就能看电视了。如果有的人想学修电视机，那就需要了解元件。如果想发明新型的电视机，那就需要精通无线电原理等更深的科学知识。在每一个人的知识结构中，能够知其所以然的只能是少数核心的知识，大量的知识只能是知其然而不知其所以然，其中有的知识在需要的时候再去知其所以然。

平面截圆锥得到圆锥曲线，要“知其所以然”虽然比较困难，但要“知其然”却很容易。一句话就讲了，并且也很容易理解。不过，只是宣布一个结论让学生去死记硬背，也不是好办法。能不能有一个折衷办法，不讲严格证明，但还是给一点理由让学生相信、并且留下深刻印象？有一个办法，就是做实验。拿一个圆锥和一个平面，用平面截圆锥让学生观察截痕，看它的形状是否像圆锥曲线。

这个实验说起来容易，真做起来就不那么容易。用什么做圆锥？用木头、金属吗？老师和学生要加工出一

个比较精确的圆锥恐怕很难。将圆锥加工好了，再用平面去截也很难实现。用泥巴做圆锥，加工起来倒是容易，不过很难保持精确的形状。

老子说“上善若水”。比泥巴更容易加工的原料是水。能不能用水做一个圆锥，再用平面去截它？可以。水的形状由容器的形状决定。只要容器的形状是圆锥的一部分，其中装的水的形状也就是圆锥的一部分。比如，喝水用的一次性杯子，上面粗，下面细，可以看作圆台形，其内表面可以看作圆锥面的一部分，其中装的水的外表也就是圆锥的一部分。由于重力的作用，水面可以看成平面。水面与容器分界线就自然是平面与圆锥面的交线。当杯子平放时，水平面与圆锥的轴垂直，交线是圆。将杯子倾斜，交线就是椭圆。如果想得到抛物线或者双曲线，水就不能装在杯子里而要“装”在杯子外，也就是将水装在盆或桶里，再将杯子泡在水里，让水平面与杯子的外表面相交得到交线，就可以得到抛物线或者双曲线（的一支）。

比水更容易“加工”的原料是光。光不能装在容器里，但可以从“容器”“倾泻”出来形成一定的形状。比如，手电筒射出来的光束，圆形灯罩里的台灯照出来的光束，天花板上的筒灯里照出来的光束，就都是圆锥形。光束照到墙上，就好比用平面（墙）去截圆锥，光照到的亮处与没有照到的地方的暗处的分界线就是平面与圆锥的交线，就是圆锥曲线。调整手电筒照射的方向，可以得到圆、椭圆、抛物线、双曲线。台灯和筒灯照出来的圆锥形光束的轴基本上与墙平行，得到的交线是双曲线（的一支）。如下图：



很多学生知道平面与圆锥面的交线是圆锥曲线。但在它们心目中，只有考卷上给出的“已知一个圆锥”才是圆锥，手上拿的杯子、台灯射出的光束就不是圆锥。我在对学生进行口试时问过倾斜的杯中的水面边缘的形状是什么曲线，很多学生认为当杯子上下一样粗、形状是圆柱时水面边缘是椭圆，而当杯子上面粗下面细时就认为不是椭圆，而是一头尖一些、一头平一些、像鸡蛋那样的曲线。他们把书上的知识与现实生活完全割裂开来。我们必须帮助他们改变这个不良习惯。有的学生看见筒灯在墙上照出的光影边缘就认为是抛物线。我问他抛物线与双曲线有什么区别。他回答说：到一个定点和定直线的距离之比等于 1 的点的轨迹是抛物线，距离之比是大于 1 的常数的点的轨迹是双曲线。这当然不错。但是，在墙上找不到所说的定点、定直线，也很难度量距离之比，所以不能用这样的定义来作出判断。其实，抛物线与双曲线有一个重大区别是：双曲线有渐近线，抛物线没有。我们在墙上不能直接看见双曲线的渐近线，但可以间接看到：既然双曲线无限趋近于这两条渐近线，也就是无限趋近于两条相交直线，那么当双曲线向两端无限延伸时，自身的形状就应当越来越接近两条相交直线。而抛物线则不然，越来越接近于两条相互远离的平行直线。

## 不小心搞乱了行李箱的密码，怎么办？

2008 年 8 月 6 日晚，北京奥运会前夕，我在青海西宁完成了高教司组织的国家精品课程《高等数学》的培训讲课任务之后飞回北京。同行的还有承担培训会议组织工作的高等教育出版社的几位工作人员。正在排队等候办理登机手续时，高教社的一位同志说她不小心将行李箱密码锁的号码搞乱了，箱子打不开了。问我是否有办法尽快找到正确的密码？行李箱密码锁的号码由三个数字组成，总共可以有一千个不同的号码。如果一个一个号码试验，需要试验一千次，时间太长。但是，考虑到她不是故意将号码弄乱，而是不小心碰到了某个号码才弄乱的，我假定她最多将三个号码中的某一个弄乱了，

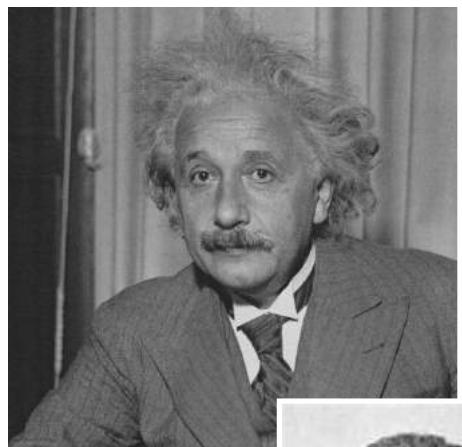
而不大可能同时弄乱两个号码或者三个号码。这样，在试验时就可以只限于与原来的号码只有一个数字不同的那些号码。与原来的三位号码只有第一位数字不相同的号码只有 9 个，只有第二位数字不相同的也是 9 个，只有第三位数字不同的还是 9 个。只要试验这 27 个号码，就可能找到正确的号码。

她按照我说的这个方法试验，果然很快就找到了正确的密码，打开了箱子。原来，她的初始密码是 000，弄乱之后变成了 900。如果按从小到大的顺序穷举 1 千个号码进行试验，从 000 开始要试验 900 次才能到 900。而且还有可能一不小心将 900 跳过去。而按照我所说方法先固定后两位数字，只试验了 10 次就找出了正确答案。

我告诉她，其实还可以做进一步假设：不小心弄乱号码，最有可能只弄乱一个数字，而且可能性最大的是将这个数字只改变一“格”，也就是说将这一个数字加 1 或者减 1。按照这样的假设，只要试验 6 次就行了：在原来密码的基础上将第一位、第二位、第三位分别加 1 或减 1。比如，她的原始密码是 000，弄乱之后的密码很有可能 100,900,010,090,001,009 这 6 个号码之一。

最近，同样的故事在我自己身上又发生了一次，我自己也在机场办登机手续之前发现自己的箱子的密码被弄乱了，原来的密码打不开箱子。我胸有成竹地按照所说的方法试验，试验了 6 次果然打开了箱子。

有人告诉我：“千万不要将这个办法告诉别人。否则，你会被怀疑有本事打开别人的箱子偷东西；如果小偷知道了你这个方法，也可以用来打开箱子偷东西。”我告诉他：这个担心是多余的。箱子的主人知道原来的密码，所以可以采用我的这个方法只试验少数几次 就找到新的密码。只要行李箱的主人将原来的密码保密，别的人都不知道原来的密码，就不能在保持原来密码两位数字不变的基础上搜索出新的密码。



# 关于广义相对论的 数学理论

## 爱因斯坦的引力场方程与黑洞

ukim

本文的目的是介绍广义相对论的数学背景  
以及关于数学家们对黑洞形成机制研究的历史

从上至下：爱因斯坦，闵可夫斯基，希尔伯特

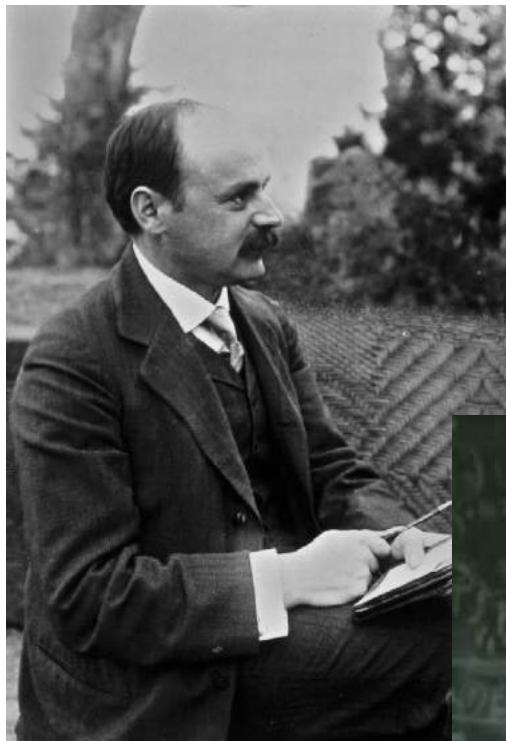
1915年11月25日，爱因斯坦向普鲁士科学院提交了广义相对论的论文。而在五天前，希尔伯特也向普鲁士科学院递上了一份关于引力学的手稿。长久以来，人们总是热衷于讨论究竟谁才是第一个提出广义相对论的人。然而这却并不是我们想要讨论的问题，我们关心的是这两份手稿里共同包含的一个方程，这个方程现在普遍被称为爱因斯坦引力场方程。

首先让我们尝试在不写下精确的表达式的情况下粗略地理解引力场方程。爱因斯坦认为，引力场或者物质的存在导致了时空的弯曲，而时空的弯曲恰恰体现了引力本身。引力场方程本身诠释这个想法。方程的右边是能量-动量张量，这个张量描述了时空中物质的分布；方程的左边可以被认为时时空本身 Ricci 曲率张量，恰如其名，这个张量描述了时空本身的弯曲。

从数学上来看，这个方程本身包含了10个变量和10个相互独立的子方程，并且是一个非线性的二阶双曲型非线性方程，仅仅写下这个方程就需要莫大的勇气和智能，更不要说是找到它的解了。实际上，关于爱因斯坦和希尔伯特对于

广义相对论的优先权之争就是围绕着谁先写下了这个方程。据说，1915年初期爱因斯坦对于如何把引力数学化的想法已经相当的成熟，唯一的缺憾就是未找到描述引力分布的场方程。是年七月，他应希尔伯特的邀请去哥廷根大学作了一系列毫无保留的演讲。恰如这个众所周知的调侃之言，“哥廷根马路上一个孩子，都可以比爱因斯坦更懂得四维几何”，希尔伯特由于比哥廷根马路上一个孩子懂得更多的四维几何，很快地得到了引力场方程的表达式，当然这丝毫不影响爱因斯坦的伟大，因为希尔伯特本人都说过，“发现相对论的，是作为物理学家的爱因斯坦，而不是数学家”。

言归正传，让我们致力于了解引力场方程的解。需要澄清的一点是，这个方程的解，不仅仅是一些经典意义上的场，除却这些描述物质分布的场以外，解方程还意味着来构造时空本身。换句话说，每一个解都对应着一个可能存在的宇宙。在这个方程刚刚诞生的时刻，关于爱因斯坦本人到底知道多少个解我们很难知道，但是无论如何，我们都可以断言他至少知道一个解，也就是现在被称为闵可夫斯基空间的解。



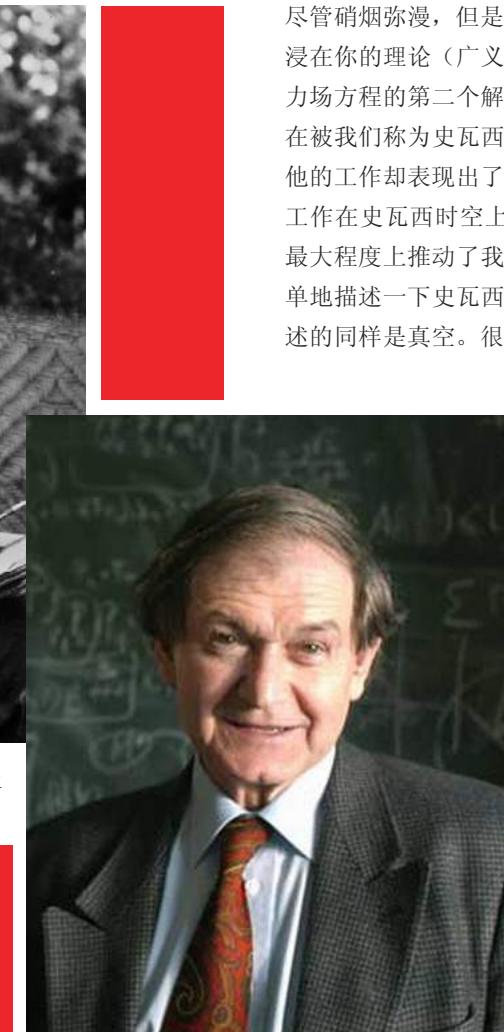
卡尔·史瓦西 (1873-1916), 德国天文学家

这个断言的逻辑不是基于闵可夫斯基曾经是爱因斯坦在大学时期的数学教授这一个事实, 而是因为闵可夫斯基空间是平坦而无弯曲的, 它的曲率是零。这是一个最最简单的例子, 在每一本关于四维几何的书上, 这个例子一定是第一个出现的。而且整套的广

义相对论在这个特殊的时空上退化为狭义相对论。我们提到过, 场方程的左边被 Ricci 曲率所决定。按照定义, Ricci 曲率是时空的曲率的某一些特殊的分量, 所以对于闵可夫斯基空间而言, 场方程的左边是零。毋庸置疑, 右边也必须消失。而我们又知道, 方程的右边描述了物质的分布, 所以对于闵可夫斯基空间而言, 是没有任何物质的, 也就是说这是场方程的一个真空解。

我们能不能找到其它的解呢?

同样是在 1915 年, 这一年的圣诞节之前的一天, 四十二岁的德国人卡尔·史瓦西 (Karl Schwarzschild) 从德军在俄国方面的前线给爱因斯坦写了一封与战争毫无瓜葛的信, 他提到: “就像你读到的一样, 这场战争对我还算不错,



罗杰·彭罗斯爵士, 牛津大学教授, 1988 年沃尔夫奖获得者

尽管硝烟弥漫, 但是我还是能甩掉他们而随心所欲地沉浸在你的理论 (广义相对论) 之中”。随后, 他附上重力场方程的第二个解, 这个在一战战壕中诞生的宇宙现在被我们称为史瓦西解。史瓦西在第二年的三月去世, 他的工作却表现出了令人惊讶的活力, 越来越多的研究工作在史瓦西时空上展开, 尤其是 Kruskal 后来的工作最大程度上推动了我们对史瓦西时空的理解。让我们简短地描述一下史瓦西解, 它是一个球对称的精确解, 描述的同样是真空。很多物理模型都可以构架在这个时空之上, 比如说一个球状星球以外的时空。在这个模型下, 通过计算, 我们可以容易地检验光在引力作用下的弯曲, 近星点的进动和引力红移等现象。然而, 这些都不是重点, 史瓦西解最让人振奋让人激动的一面是: 它预言了黑洞。

黑洞, 现在已是妇孺皆知的名词, 用妇孺皆知的说法, 是说一个星体的密度大到一定的程度, 其引力使得附近的光都无法逃逸, 那么既然我们看不到有光线从这个星体发出, “黑”的由来也就理所当然了。我们并不关心黑洞的精确定义而把精力放在史瓦西时空 (在 Kruskal 工作的意义下) 的一个特定的区域上。在这个区域

里, 我们通过计算类光的测地线, 可以发现光线永无逃逸的可能性, 也就是说, 这真的是黑洞的内部 (在正确的定义下, 这也是黑洞)。

自从黑洞被史瓦西解所预言的那一刻开始, 它就成为了广义相对论的核心论题。专家们对它既爱且恨, 直到今日, 尽管我们对黑洞的理解有了长足的进步, 但是诸如黑洞的基本性质和黑洞的形成等很多基本问题仍然需要进一步的理解。在史瓦西时空里面, 如果一个勇敢的观测者生活在黑洞的内部, 那么他会发现对于一个二维的球面而言, 如果我们由里向外沿着光线传播的方向将它撑大一点点的话, 它的面积非但没有像我们想象的那样理所当然的增加, 反而减少。牛津大学的数学物理学家罗杰·彭罗斯 (Roger Penrose) 是



Demetrios Christodoulou,  
希腊籍数学和物理学家，普林斯顿大学教授

第一个体会到这个简单现象背后的深刻意义的人，他把这种球面称为捕获曲面，其意义不言而喻：由于沿着光线传播的方向球面的面积越变越小，最后会坍塌为一个点，这样子光好象被这个曲面所捕获而在曲面坍塌的时刻最后也消失。彭罗斯著名的奇点定理说，在合理的物理假设下，如果时空当中存在一个捕获曲面的话，那么经过一个特定的时间之后，任何光不能被延伸，也就是说在未来有一个奇点，一切光都会消亡。直白的说，这个定理传达了一个骇人听闻的消息，一段时间之后，整个宇宙都会在引力的作用下而毁灭。值得庆幸的是，这个“一段时间之后”是相当长的一段时间。这里需要一提的是，霍金有一个相当类似的定理，说如果我们向过去做时间旅行的话，我们会最终到达一个起点而不能够进一步的倒退到更加古老的过去，这个起点现在被称为“大爆炸”。那么，彭罗斯的定理和黑洞又有什么关系呢？根据彭罗斯的一个猜想，物理学家认为所有的在未来的奇点都藏在黑洞里面。这样子，在这个猜想成立的情况下，有奇点就必有它的藏身之处——黑洞。另一方面，彭罗斯的定理又说有捕获曲面就有奇点。这样子，是否存在捕获曲面就成为辨别是否存在黑洞的重要依据。

我们再次回到爱因斯坦的重力场方程，从它简洁又不失华丽的外表，恐怕没有人能看到场方程竟然预言了黑洞的存在。近一个世纪后的今天，对于现实世界的人们来说，我们关心如何透过场方程读出未来的劫数；在数学家和物理学家

眼中，这意味着能否把重力场方程当成一个发展性的方程来求解。Choquet-Bruhat 女士是这个方面的先驱，通过引进近代的偏微分方程的技术，她证明了至少对很短时间内要发生的事情，我们还是相当有把握预测的。由于她的工作运用了极为繁琐的数学，数学家们欢欣鼓舞，他们再次找到了一个借口可以插手物理学家的事务。当然，这里的问题仍然相当的棘手，一些貌似简单的问题令他们一筹莫展。我们举一个具有划时代意义的猜想，叫做正质量猜想。在广义相对论中，质量的概念还是存在，但是质量是否是正的却变得不清楚了。直到上个世纪八十年代，这个猜想才第一次被理查德·舍恩 (Richard Schoen) 和丘成桐所证明，之后不久威腾 (Witten) 又给了另一个证明。正质量猜想不仅仅在广义相对论中，就是在微分几何当中也有着众多的应用。

由于闵可夫斯基空间的质量是零，根据正质量猜想它是具有最小的质量的时空，大家都猜想他应该是“稳定的”。这个稳定的意思是什么呢？简单来说，如果我们知道另外一个时空和闵可夫斯基空间在一个时刻相差无几的时候，那么对于无论多么遥远的未来，我们都可以说明这两个时空仍然非常近似。赫里斯托祖 (Christodoulou) 和 Klainerman 证实了这个猜想的正确性，他们在长达 600 页的论证中，通过发展了对重力场方程做能量估计的技术来理解引力波的衰减机制，并最终说明闵可夫斯基空间的稳定性。由于闵可夫斯基空间不含有黑洞，在这套理论开始发展的几年里面，没有人认为它对于理解黑洞有什么帮助。赫里斯托祖自有远见，他观察到在重力场方程中，不同的分量在引力波的传播的机制中扮演着不同的角色，这个观察早在他与 Klainerman 的证明中已彰显出其无可替代的重要性。如果要理解黑洞的形成，直观告诉我们，时空的某一个部分要相当的扭曲，这恰恰对应了赫里斯托祖发现的短脉冲初始值。他论证道，如果给一个合适的短脉冲初始值，在一段时间之后，仍然基于引力波的衰减机制，一个捕获曲面就可以产生。这应该是迄今为止，通过爱因斯坦的重力场方程对黑洞形成的数学机制最有意义的一个尝试。

在今后的研究中，关于黑洞和我们的宇宙，爱因斯坦的重力场方程还会说些什么呢？让我们拭目以待。

作者毕业于北京大学数学系，2010 年获得普林斯顿大学数学博士学位。为本刊特约撰稿人。



英国石油公司租用的“深海地平线”钻井平台发生爆炸并引发火灾。左图：灭火及营救现场。右图：泄漏的浮油污染了墨西哥湾海面。

# 幽遐诡伏，靡所不入

## ——反问题在石油勘探中的应用

张宇

### 从墨西哥湾的漏油事件谈起

2010年4月20日晚，在距美国路易斯安娜州61公里的墨西哥湾海面上，由BP（英国石油公司）租用的“深海地平线”（Deepwater Horizon）钻井平台在从事Macondo油田开发作业时发生爆炸，并引发火灾，11名工作人员遇难。经过约36个小时的剧烈燃烧，“深海地平线”于22日沉入海底。两天后，在事故地点出现了严重的石油泄漏，破裂的油井管道每天向墨西哥湾海域倾倒5-10万桶原油（约8000-16000立方米），历时近三个月，造成了极为严重的环境污染。直至7月15日，油井才被成功封堵。这是美国历史上迄今最严重的海上石油泄漏事件，也是本年度的重要焦点新闻。这次事件将对美国以至世界的能源开发、环境保护和生产安全管理政策产生深远的影响。

当关注的焦点聚集到英国石油公司时，我们发现这个公司在墨西哥湾地区寻找油气藏方面取得了巨大的成功。按

照公布的数据，出事的Macondo油田约有可供开发的原油5千万桶（约8百万立方米）。它的名字“Macondo”来自名著《百年孤独》中那个不幸的小镇，中文译为“马孔多”。实际上，在英国石油公司的开发版图上，“马孔多”只是一个小油田。2009年9月2日，英国石油公司宣布在墨西哥湾距休斯顿市东南400公里处发现了巨型油田Tiber。外界估计其总储量可达40-60亿桶，相当于约100个“马孔多”！英国石油公司的官方网站上例举了他们近几年在墨西哥湾深海地区开发的重要油田，预测产量都在1.5亿桶至6亿桶之间，包括Horn Mountain（2002年），Na Kika（2003年），Holstein（2004年），Mad Dog（2005年），Atlantis（2007年），Thunder Horse（2008年），等等，可谓硕果累累！

人们不禁会问：石油巨头们是怎样在墨西哥湾找到这些大油田的？以Tiber油田为例，此处的水深达到1200米，

油藏深埋在 1 万米以下！据古书《西游记》记载，孙悟空在皈依佛门之前曾闯入过建在海底的东海龙宫，取走了龙王的定海神针作为打斗兵器（又名如意金箍棒）。但是至今还没有可靠的证据显示任何人或神仙曾经达到过龙宫以下深 9 千米的地方。另一方面，深海石油开采的费用高得惊人，即使从事深海石油开发的公司拥有雄厚的资本和先进的技术，也不可能在茫茫无际的墨西哥湾到处打井窥测。以已经开发的 Thunder Horse 油田为例：它的水上钻井平台有 3 个足球场大，建筑在海水深度约为 1800 米的海面上。据估计英国石油公司等公司投入该项目的建造费用高达 50 亿美元！投资的高风险要求对资源的定位和估算有一套较准确的科学方法，尽量减少决策失误。所以深海寻宝既是与大自然的经济博弈，也是极具诱惑力的智力挑战。

## 秘密就在回声中

数学物理史上有这样一个有趣的问题：不用眼睛来看，仅仅通过聆听鼓的声音能否判断出鼓的形状？即所谓的“盲人听鼓”问题。该问题于 1910 年由丹麦著名物理学家劳伦兹 (Lorentz) 在哥廷根的系列讲演“物理学中的新、旧问题”中提出。它的背景来自于射线理论。

我们知道，当物体的材料确定后，它的音色和其形状密切相关。在数学上，一个物体的音色可以由一串谱

$\lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \dots$  来确定，它们对应着物体的固有频率。“盲人听鼓”即是要求通过已知的谱来确定一个鼓面的形状。

劳伦兹在他的讲演中猜测鼓的面积可以由下面的公式确定

$$\text{鼓面积} = 2\pi \lim_{\lambda \rightarrow \infty} \frac{\text{小于 } \lambda \text{ 的谱的数目}}{\lambda}$$

据说，当初大数学家希尔伯特认为在他的有生之年不可能看到这个公式的严格证明。但是一代宗师希尔伯特这次作出了错误的预测。不到两年时间，鼓面积的公式就被他的得意门生外尔 (Weyl) 证明了。而且证明方法采用的正是希尔伯特此前不久修炼出的独门绝技——积分理论。1954 年，Pleijel 证明了从鼓声中可以“听”出鼓的周长。1967 年，McKean 和 Singer 证明了从鼓声中可以“听”出鼓的内部是否有洞、有几个洞。直到 1992 年，Gordon 等人构造出了两面奇怪的“同声鼓”（图 1）：它们的形状不同，却有着相同的音色，单凭耳朵无法鉴别！

所以严格说来，“盲人听鼓”问题的答案是否定的。但是，对这个问题的研究启发了我们。当不能用眼睛直接观测时，以耳代目也能够获得关于物体形状的很多有用信息。举一个生活中的例子，夏天人们挑西瓜，总是把瓜放在耳边，用手拍一拍，有经验的人就知道瓜瓤熟不熟。深海区的石油探测



图 1. 左图：能否以耳代目，“听出”鼓的形状？右图：1992 年，数学家 Gordon, Webb 和 Wolpert 找到了两面形状不同的“同声鼓”。

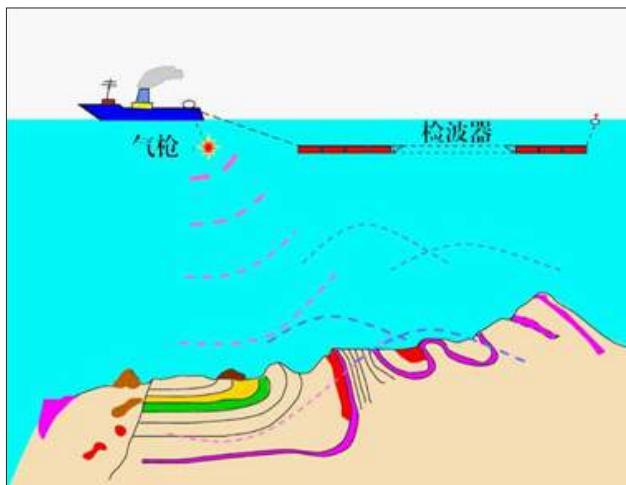


图 2. 海上人工地震数据的采集

就是应用了类似的原理。勘探地球物理学家希望能够叩问地球，用耳朵“听”出地下的地质构造，从而判断出油藏的准确位置和产量。

图 2 是海上石油勘探方法的示意图：数据采集船上带有气枪。当压缩空气被突然释放时，气枪会产生剧烈的爆炸声波。声波向地下传播，遇到构造变化会产生反射、散射和折射。这些回声中携带了地下的地质信息，被海面采集船拖带的检波器接收，记录为地震数据。海底宝藏的秘密就隐藏在这些数据里。

这是一个什么样的数学问题呢？

我们脚下的地球可以用三维坐标  $(x, y, z)$  来标定，其中  $z$  表示海平面下的深度。气枪的在海面的某个位置  $(x_s, y_s, 0)$  爆破，产生的声波按照速度  $v(x, y, z)$  在地下传播，满足波动方程

$$\left( \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \Delta \right) p(x, y, z; t) = 0$$

在海面的  $(x_r, y_r, 0)$  处，检波器接收到了气枪产生的回声数据  $D(x_r, y_r; x_s, y_s; t)$ 。我们勘探的目的是要从采集到的地震数据  $D$  中猜出代表地质构造的函数  $v$ 。

举一个最简单的例子，假设深度为  $Z$  米的地方有一个平层，声波传播速度是  $V$  米/秒。如果把气枪和检波器放在海面的  $(x_0, y_0, 0)$  处，气枪发射后经过时间  $T_0$  秒我们听到回声，那么很容易知道

$$T_0 = \frac{2Z}{V}$$

上面的公式里有两个未知数， $Z$  和  $V$ ，是不可解的。如果我们再做一次实验，将气枪和检波器分别放在  $(x_0 - X, y_0, 0)$  和  $(x_0 + X, y_0, 0)$  处（图 3），这时听到回声的时间延长至  $T_1$  秒，而且回声来自同一个地下反射点。根据勾股定理

$$T_1 = \frac{2\sqrt{Z^2 + X^2}}{V}$$

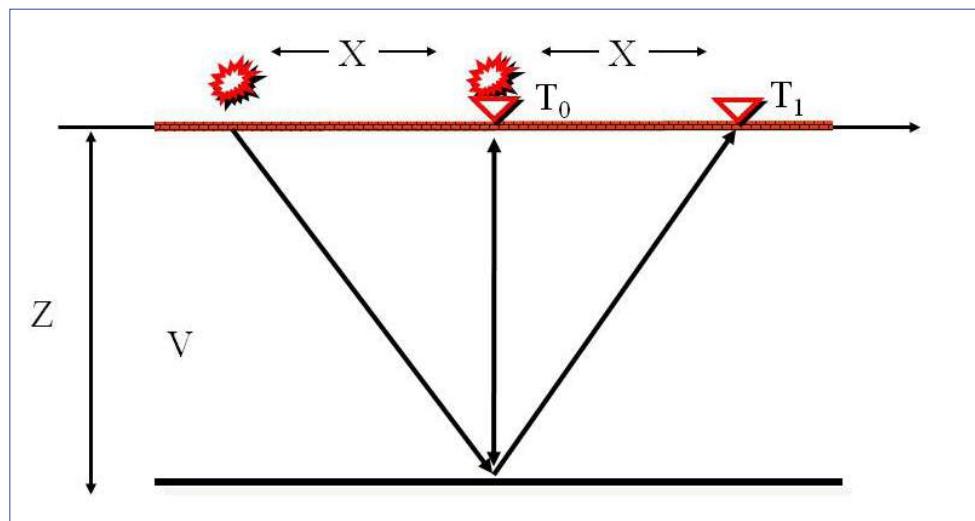
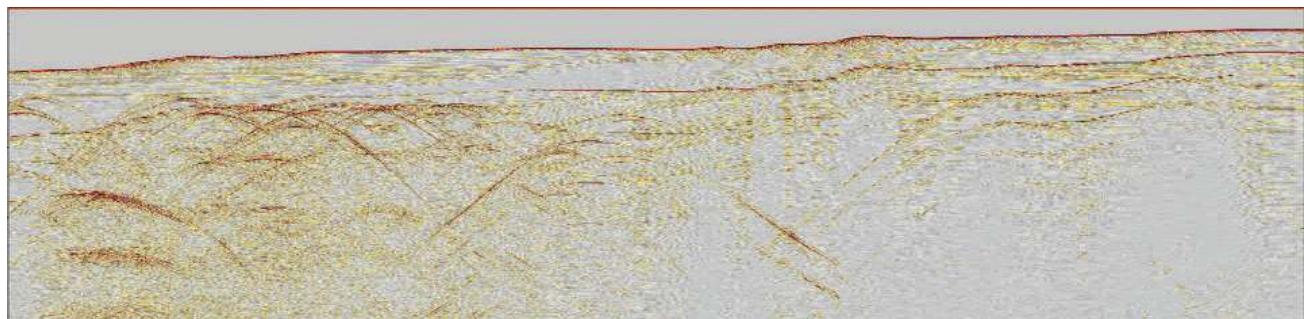


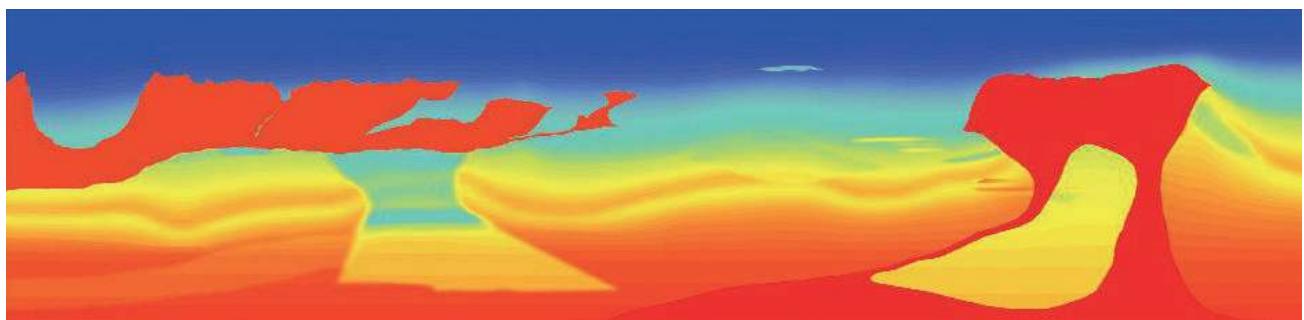
图 3：常速度、水平层模型可以通过两次实验来确定声波速度和反射层深度。



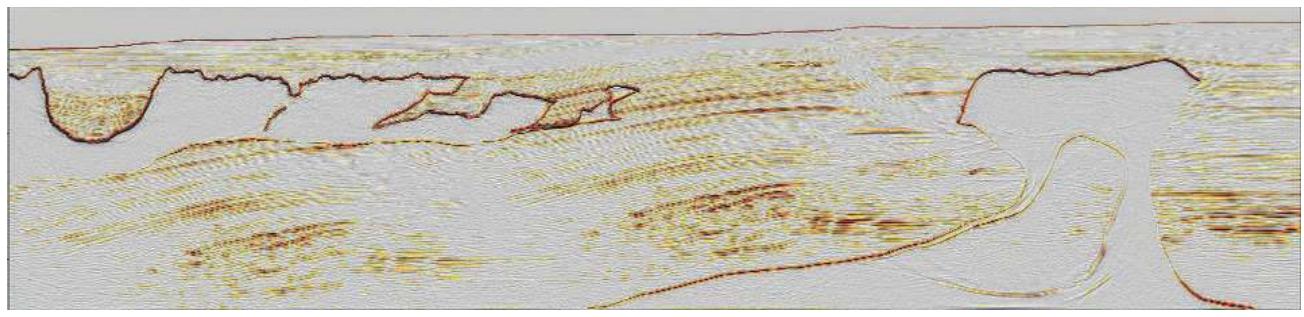
A



B



C



D

图 4: 一个 2 维人工合成数据的成像实例。A: 水面接收到的部分数据记录。B: 经过去噪和校正过的部分数据记录。C: 由数据分析出的背景速度模型。D: 偏移成像后得到的地下构造变化细节。

通过两次实验，我们就可以联立上面的两个方程，同时求出声波速度  $V$  和反射界面深度  $Z$ 。

真正的地下介质不可能是常速度，地质构造也不可能都是水平层。深海石油勘探需要揭示的是深埋地下，历经沧海桑田的复杂地貌，其困难程度可想而知。我们注意到，地下的速度函数  $v(x, y, z)$  是一个三维数据体，而我们接收到的地震数据  $D(x_r, y_r; x_s, y_s; t)$  却是五维的，信息中有二维的冗余度。这说明我们对地下的每个反射点做了很多次的声波反射实验，而这些五维的实验结果都来自同一个三维模型函数  $v(x, y, z)$ 。这样就可以通过数据的多次覆盖来提高对于地下构造判断的准确度。这个思路奠定了勘探数据处理的基础。经过数十年的摸索，地球物理学家找到了一些行之有效的解法。现行的勘探技术主要分为三步：

1. **数据处理**：海上采集到的数据有很多噪音干扰，比如海浪、背景噪声、相邻采集船传来的气枪回声，等等。另外，潮汐现象周期性地改变海水的深度，造成反射时间的偏差错落；气枪的震源效应和海面多次反射的混声也会引起反射信号的畸变（图 4A）。所以我们要对数据进行“整容”，使之更清晰、更干净、更可信（图 4B）。

2. **速度建模**：利用多次覆盖的试验数据来构建一个统一的地下模型。由于反射波的传播时间对速度的短周期变化不敏感，一步到位求解  $v(x, y, z)$  太困难。退而求其次，我们可以利用数据中的冗余信息构造一个粗眉大眼的近似速度  $v_0(x, y, z)$ 。这如同绘画，先勾勒轮廓，敷设底色，留待下一步皴擦点染，刻画雕琢（图 4C）。

3. **偏移成像**：从实践中，人们认识到在现有的方法和条件下，完全求出  $v(x, y, z)$  几乎是不可能的。必须采取更务实的态度，对  $v(x, y, z)$  做构造成像。也就是说只需要对速度函数的间断性变化进行比较精确地描绘，就可以提供给地质解释专家很多重要的石油埋藏线索。我们借助高性能计算机的帮助，将地震数据  $D$  和初始模型  $v_0$  综合起来进行处理，利用波动方程来推演各种反射信号的来龙去脉，输出的图像就显露出了地下山水的峥嵘面貌（图 4D）。

## 漫话反问题

读者或许会感到石油勘探所涉及的数学问题有些别致。在大学的数学物理课堂上，通常是给定震源、边界条件和介质速度，列出声波方程，再来探讨声波现象或计算接收到的声波信号。但是现在我们的问题“反”过来了，通过接收的信号来探测什么样的介质能够产生这样的观测现象。为了体

现这个差别，我们把这类问题称作“反问题”。而传统的“已知模型、初边值条件和源项来计算结果”的问题就叫做“正问题”。世间的事物或现象之间往往存在着一定的自然顺序，如时间顺序、空间顺序、因果顺序，等等。所谓正问题，一般是按着这种自然顺序来研究事物的演化过程或分布形态，起着由因推果的作用。反问题则是根据事物的演化结果，由可观测的现象来探求事物的内部规律或所受的外部影响，起着倒果求因的作用。可以看出，正、反两方面都是科学研究的重要内容。

以线性方程为例，它的正问题是已知矩阵  $A$  和向量  $\vec{x}$ ，求它们的乘积  $\vec{y}$

$$A\vec{x} = \vec{y}$$

它的结果是存在的、唯一的、而且稳定的。现在我们观测到的是带有噪音的数据

$$\vec{y}' = \vec{y} + \vec{n}$$

可以有很多种反问题的提法：

1. 已知  $\vec{y}'$ ，分离信号和噪音，求出  $\vec{y}$ ；
2. 已知  $\vec{y}'$  和  $A$ ，求出输入数据  $\vec{x}$ ；
3. 已知  $\vec{y}'$  和  $\vec{x}$ ，求出模型机制  $A$ ；
4. 已知  $\vec{y}'$ ，求出输入  $\vec{x}$  和模型  $A$ ，这时问题变成非线性。

上面任何一种反问题都比正问题要困难得多。

反问题通常体现了一种逆向思维。冯康先生在上世纪八十年代初曾经著文《数学物理中的反问题》，较早地介绍了这个新的研究方向。他将反问题的功能概括为“由表及里”、“索隐探秘”、“倒果求因”。在中国的传统文化中，只有智者高人才能透过现象看清本质，甚至参透因果，一语破的。科学化的反问题研究为我们在解决问题，增长智慧方面提供了很好的案例和方法论。

在西方，侦探小说有着悠久的传统，犹如武侠文化在中国。物理大师爱因斯坦在他与 Infeld 合著的《物理学的演化》一书中，反复将物理学家探寻自然奥秘的工作和神探的破案过程进行类比：

“自 Conan Doyle（柯南道尔）演绎出精彩的福尔摩斯探案故事以来，在侦探小说中总会出现这样一幕：侦探者针对案件的某个方面搜集到他所需的线索。尽管这些线索看上去支离破碎、杂乱无章、怪诞费解，但是能力超凡的侦探认为不需要进一步调查了，眼前的证据已经足够，剩下的只是通过慎思明辨来发现事实背后的脉络。这时，他或者拉一段悠扬的小提琴曲，或者斜倚沙发，默默地叼着烟斗。突然

间，灵光迸现！他不仅找到了对已知线索的合理解释，而且确信发生了一些迄今未了解到的情节。因为准确地推演了作案情境，他甚至知道可以到哪里去采集新的证据来证实他的推断。”

上面描述的破案过程就象是在求解反问题。当理性穿透现实的迷雾时，那种清澈、喜悦和潇洒的感觉是多么具有诱惑力！

我们下面看一个科学史上的著名的案例，来体会一下反问题的提出和解决过程。

1781年，天王星被确认为太阳系的第7颗大行星。40年后，法国天文学家布瓦尔 (Alexis Bouvard) 搜集了一个多世纪来的全部观测资料，包括了1781年之前的旧数据和之后的新数据，试图用牛顿的天体力学原理来计算天王星的运动轨道。他发现了一个奇怪的现象：用全部数据计算出的轨道与旧数据吻合得很好，但是与新数据相比误差远超出精度允许的范围；如果仅以新数据为依据重新计算轨道，得到的结果又无法和旧数据相匹配。布瓦尔的治学态度非常严谨，他在论文中指出：“两套数据的不符究竟是因为旧的观测记录不可靠，还是来自某个外部未知因素对这颗行星的干扰？我将这个谜留待将来去揭示。”

首先，布瓦尔等天文学家核查了1750年以后英国格林尼治天文台对各个行星所作的全部观测记录。结果发现，除天王星以外，对于其它行星的观测记录与理论计算结果都符合得相当好。似乎没有理由怀疑旧的天文观测唯独对天王星失准。既然如此，天文学家就需要对天王星的不规律运动作出科学的解释。

摆在天文学家面前的有两条路。

第一条路是质疑牛顿力学的普适性，或许万有引力定律不适用于距离太阳遥远的天王星，需要对之进行修正；

第二条路是寻找布瓦尔所猜测的“未知因素”。于是人们提出了“彗星撞击”、“未知卫星”和“未知行星”等多种可能。

在科学的研究中，困难是智者的试金石。1841年的暑期，还是英国剑桥大学二年级学生的亚当

斯 (J.C. Adams) 就定下计划，不仅要确认天王星的轨道异常是否来自未知行星的引力作用，还要尽可能地确认这颗新行星的轨道，以便通过观测来发现之。这不仅是一个新问题，而且是一个反问题。因为过去总是已知一颗行星的质量和轨道，根据万有引力定律计算出它对另一颗行星产生的轨道摄动。而现在则相反，亚当斯要假定已知天王星轨道的摄动，来计算出产生这一摄动的未知行星的质量和轨道。由于未知因素很多，实际计算起来是相当复杂和困难的。

亚当斯于1845年彻底解决了这个反问题。他所运用的方法在当时是空前新颖的。令人遗憾的是，英国天文学家 Airy 先入为主地认为天王星的轨道问题是引力定律不再适用的结果，没有重视 Adams 向他提交的新行星的轨道计算结果。

几乎与此同时，法国人勒威耶 (Urbain Le Verrier) 独立地解决了同样的反问题。1846年9月23日，柏林天文台的 Galle 按照勒威耶提交的计算轨道着手观测，当晚就在偏离预言位置不到1度的地方发现了一颗新的八等星。连续观测的数据都与勒威耶的预测结果吻合得很好，证实这是一颗新行星。这时英国天文台才想起了亚当斯的工作，悔之晚矣。

案子破了。干扰天王星正常运行的那颗神秘天体正是太阳系的第8颗大行星——海王星！不仅长期困扰天文界的天王星轨道异常问题在牛顿力学框架内得到了完满解释，而且

海王星的发现进一步验证了牛顿力学的正确性。

反问题的研究遍及各个领域，包括了定向设计，成像扫描，物性探测，逆时反演等很多技术，内容丰富，在工业、农业、国防、医学、金融、考古等各方面都有重要的应用。

## 知之惟艰

《古文尚书》中有“非知之艰，行之惟艰”的说法，是讲“知道一件事情并不难，难的是把事情做好”。数千年来，中国的先哲对“知易行难”和“知难行易”两个命题的谁是谁非论争不断。

在科学的研究中，如果是求解一个正问题，“知易行难”的描述可能是比较贴切的。因为问题的规律、

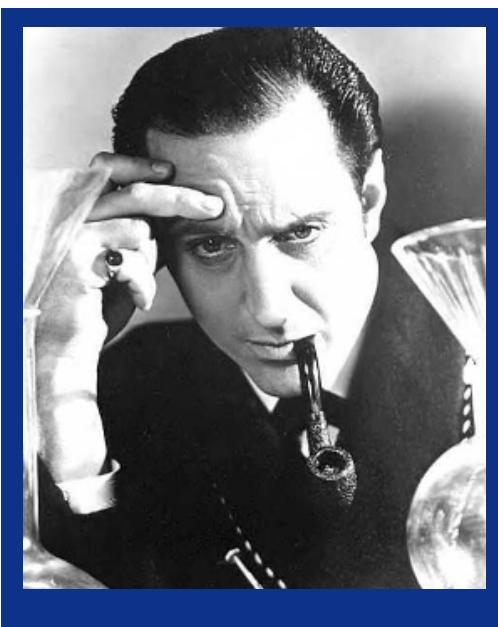


图 5：神探福尔摩斯

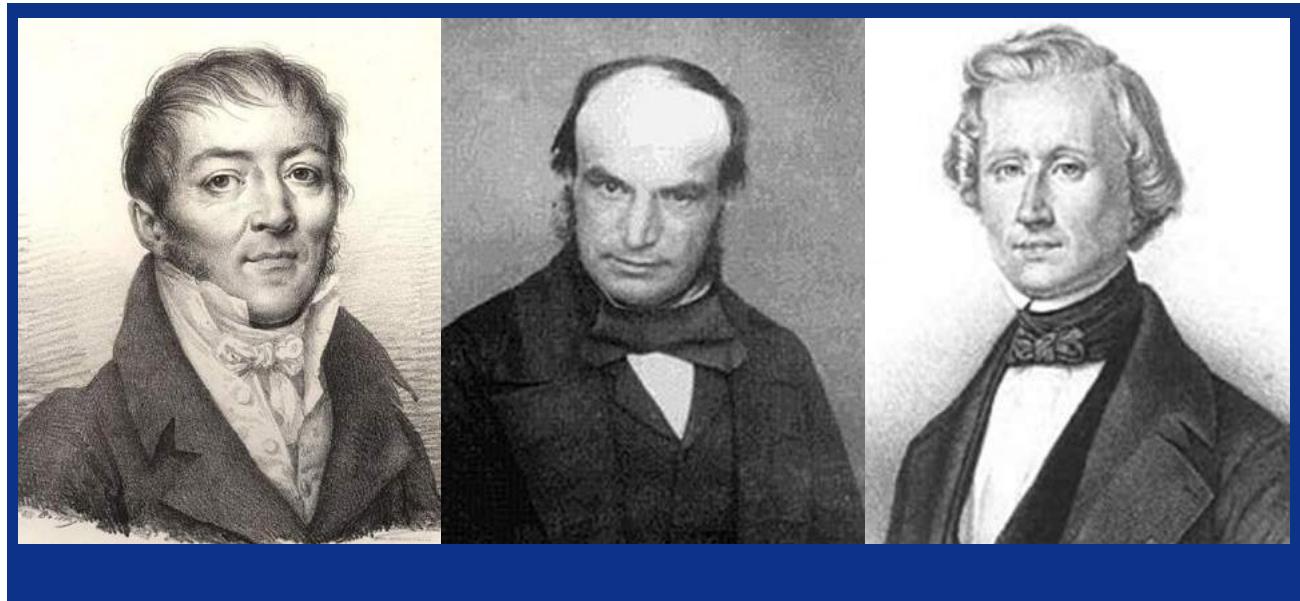


图 6: 发现天王星轨道异常现象的 Alexis Bouvard (左, 1767-1843)。成功地解决了这个难题并且预测了海王星轨道位置的 John Couch Adams (中, 1811-1892) 和 Urbain Le Verrier (右, 1811-1901)。

初始状态和模型都是已知的, 我们只需要继承前人的知识, 花费一些努力来计算、观测、考察各种现象变化。总的来说, 这种研究工作是比较直接的。

反问题的研究重在探测和发现。如前面所述, 虽然不能直接上天入地, 但是通过求解反问题可以使得我们找到极遥远的天体和极幽深的宝藏, 这就如同让我们有了神通。这种神通的得来并非容易。相对于正问题而言, 反问题的研究要困难得多, 可谓“知之惟艰”。这是因为反问题的求解往往违背了事物发展过程的自然顺序, 从而使正问题中的许多良好性质不再满足。更何况我们搜集到的资料经常是真伪交杂、缺失含混的, 这就更增加了求解的困难。尽管如此, 解决反问题仍然像破案猜谜一样引人入胜。举一个文史方面的例子。《西游记》在中国是家喻户晓的神话名著, 但是四百年来, 这部小说的作者是谁却是一个谜团。由于早期刻本没有作者署名, 清初刊刻时有好事者将著名道士丘处机的名字冠于卷首, 混淆视听。直至民国初期, 胡适先生通过书中的内证, 认定作者的时代是明朝中叶以后, 生活在元朝初期的丘处机属冒名顶替。接着, 他和鲁迅先生一起搜罗史料, 悉心考证, 认为作者是明代嘉靖年间的淮安人吴承恩。但是由于大量史料散佚, 直接证据阙如, 这个结论也仍然受到质疑。目前提出的《西游记》候选作者约有十人之多, 解未收敛, 仍属悬案。

法国数学家哈达玛 (Hadamard) 认为一个有意义的物理

现象的数学问题要满足适定性, 即问题的解要具有存在性、唯一性和稳定性。这个观念深刻地影响了数学物理的发展。但是反问题的出现为人们提出了一大批病态的方程和问题, 违背哈达玛的适定性要求, 导致了研究上的困难。

我们前面提到的声波勘探技术就是一堆不适定性反问题的集合。我们简单举几个例子:

1. **去除噪声:** 噪声是信号中的假信息。如果不能有效地切除噪声, 可能将反问题的求解引入歧途; 甚至导致矛盾方程, 违背的解存在性。把金粒和沙粒混在一起是一件再容易不过的事情, 但是沙里淘金就颇费周折。我们要区分噪音与信号的不同性质, 通过一些巧妙的变换来去伪存真, 纠偏校正。例如: 高频噪音可以通过信号的统计性质来进行鉴别; 特殊的低频噪音可以在频率域进行切除; 干扰成像的横波、地滚波可以通过时空分布的特殊性在一些高维变换域中进行分离; 多次反射可以用波场的线性变换来有效预测, 等等。

2. **层析成像:** 这是目前最流行的速度建模方法。它的主要部分是求解一个大型的病态线性方程, 来估计各个网格点上的速度值。这个病态方程在一些区域是超定方程, 需要利用信息的冗余度来提高解的可信度; 而在另一些区域又是不定方程, 存在严重的多解性。针对这类线性不适定性问题, 前苏联 Tikhonov 等学者提出了正则化方法。方法的主要思想是: 利用对解和数据误差的先验估计可以将问题的求解限定在某个较小范围内。通过对问题的适当改造, 将原本

不适定的问题转化为适定的最优化问题求解。而且先验估计表明在一定精度下用正则化方法求得的解是合理的。这很像是猜谜：“申明：我是戴高乐派来的间谍”。如果只是“打一人名”，猜起来就比较困难。如果限定“打一当代国际政治人物”，范围缩小了，就可以通过筛选，找到最优的答案——“阿拉法特”。

**3. 偏移成像：**尽管波动方程的正问题是一个线性方程，它的探测反问题却是非线性的，而且线性化后的逆算子求解也很困难。长期以来，地球物理学家用计算波动方程的共轭算子来替代求解逆算子，这样可以得到稳定的构造成像。所谓“计算波动方程的共轭算子”就是象《大话西游》中的月光宝盒一样让时光倒流，将地面接收的波场信号逆时间方向回传，从而找到产生反射的地下构造，显影造像。有趣的是，我们可以证明只要选择正确的求解域，对这种传统算法稍加修改，就可以得到有明确物理意义的稳定的反演解法。

**4. 衰减补偿：**经典的波动方程假设声波在传播时能量是守恒的。但是实际的传播过程中，一部份声波能量会转化成热能耗散掉。而且震动快（高频）的波比震动慢（低频）的波更容易被吸收。求解这类现象的反问题就更困难了。因为时间倒流时方程的能量会不断增大，一方面记录中混杂的噪音会被迅速放大，另一方面一些有效信号在正演时被衰减殆尽而无从恢复。这时的反问题违反了解的稳定性，连月光宝盒都失灵了，必须借助某种具有正则化性质的月光宝盒来近似恢复历史本来面目。

实际上，石油勘探的反问题经常存在着信息先天不足

的缺陷。我们在医院做 B 超诊断时，探头可以围绕全身，这样就能够完整地接收超声波的各种反射和散射信息，有效地对病灶进行探测。但是对于地下构造进行勘探时，我们只能把爆炸源和接收器放置在地面或海面的有限范围内。很可能我们的声波达不到地下的一些构造位置；或者虽然声波能够达到，但是反射信号会传播到很远的地方，不能被接收器采集记录。这就造成了很多地下的成像盲区（图 7）。另外，现有的偏移成像算法还不能完全解决由于多解性所导致的假像问题（图 7），这些假的构造会误导地质解释人员做出误判。在实际生产中，我们需要通过试验和分析，对这些具体问题作出判断和解释。

用传统的眼光来看，存在性、唯一性和稳定性，三者之一不满足就称为不适定性问题，这样的问题是不值得研究的。但是反问题的研究开阔了人们的视野，认识到这样的问题是大量存在的，并且有着重要的研究和应用价值。反问题有着特殊的困难，它向我们提出了许多在认识论、方法论中富有挑战性的课题，深化了对客观现象的理解。因而反问题的研究确有它独立的价值。

## 数学有价？

回想十二年前，笔者从事应用数学的博士后工作，当时困惑我的问题是“如何将‘应用’与‘数学’这两件事统一起来”。记得闲暇之余观看了一部香港电影《南海十三郎》，讲的是上个世纪三十年代的天才粤剧作家江誉镠，艺名南海十三郎。其中有一段关于唐涤生欲拜南海十三郎为师的情

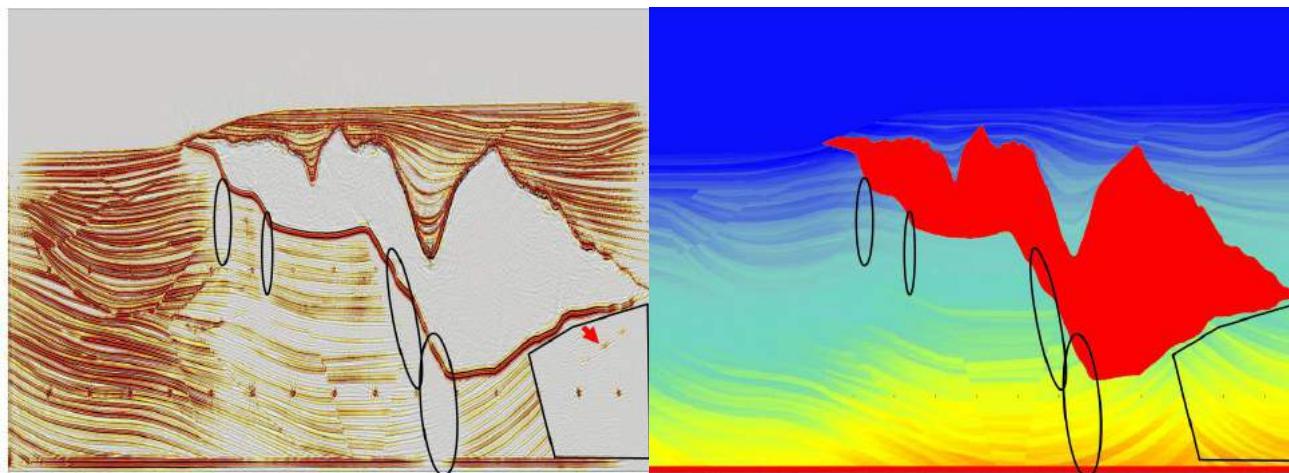


图 7：一个理论合成记录的偏移成像结果（左）和真实的速度模型（右）。曲线框标示的区域是由于观测方法限制所造成的偏移成像盲区。红色箭头所指的是偏移成像算法得到的假像。

节，至今印象颇深。

南海十三郎：“你为什么要拜我为师？”

唐涤生：“因为我要证明文章有价！”

后来唐涤生成为一代巨匠，不仅缔造了粤剧史上的辉煌，而且其剧作浑然天成，辞藻清隽雅丽，成为传诵不衰的经典。虽然中年早逝，他的一生很好地诠释了“文章有价”的信念。

那么数学有价吗？这是一直萦绕在我心中的问题。

进入勘探地球物理界以后，才发现生产上所提出的富有挑战性的数学问题俯拾皆是，我们几乎每天都在从事索隐探秘的研究活动，颇为引人入胜。

以偏移成像技术为例。早期的计算机内存小、速度慢，而勘探资料处理的数据量和计算量都很巨大。从 70 年代到 90 年代，资料处理人员不得不对数据进行简单的预处理，忍痛割爱，将辛辛苦苦采集来的五维地震数据压缩成三维，送入计算机进行反演成像。在当时，采用这种丢失大量原始信息的粗糙方法实在是迫不得已。

90 年代末，勘探界发展了积分法偏移技术，删繁就简，运用高频渐进分析的技巧，把成像步骤简化为常微分方程求解和积分求和两部分，有效地节省了计算量，终于可以对全部采集数据作偏移处理。但是一阵兴奋过后，人们发现这种简化方法远不能满足墨西哥湾地区复杂地形勘探的要求。

进入新千年，由于采用了并行计算机群技术，更精确的微分法偏移被引入生产。受当时计算机的内存限制，生产上需要将波动方程变形为单程波方程，降维求解。单程波方

程是地球物理学家们在 70 年发明的一种独门功夫，其道法心诀与发轫于 60 年代数学界的拟微分算子理论暗合。

另一方面，一些公司领异标新，为积分法注入了新的功力，实现了升级版的射线束偏移，使得算法更灵活、更准确，成像效果令人耳目一新。

与此同时，数据采集方法也得到了很大改进。英国石油公司率先采用了宽方位角采集技术，利用大量的反射信息来有效地减少成像的盲区，也使得地震数据量猛增几倍到几十倍。

2005 年后，逆时偏移方法应运而生。这种方法直接求解声波方程，看似返璞归真，实际功能强大。不管是反射波、折射波、散射波、回转波、棱柱波，无论信号的来路多么怪异，逆时偏移都可以因势利导，让它们复原归位。这种方法能够对复杂的地下构造做出精确的成像，成为墨西哥湾地区独领风骚的生产技术。

图 8 的实例显示了不同时期、不同算法对地下构造成像质量的影响，一路走来，进展令人振奋。

2008 年底，生产上实现了各向异性的逆时偏移算法，突破了传统偏移算法对速度所要求的各向同性假设。对于这种偏移，我们要假设声波沿着各个方向的传播速度均不相同，虽然计算成本和反问题的不确定性都大幅度增加，但使用起来招法更加灵活，在墨西哥湾地区得到了良好的效果（图 9）。

进入 2010 年，为了更准确地构建速度模型并进行岩性分析，生产要求逆时偏移对地下构造输出高维全息照片。如果我们考虑理想情况，这需要将五维的地震数据输入逆时偏

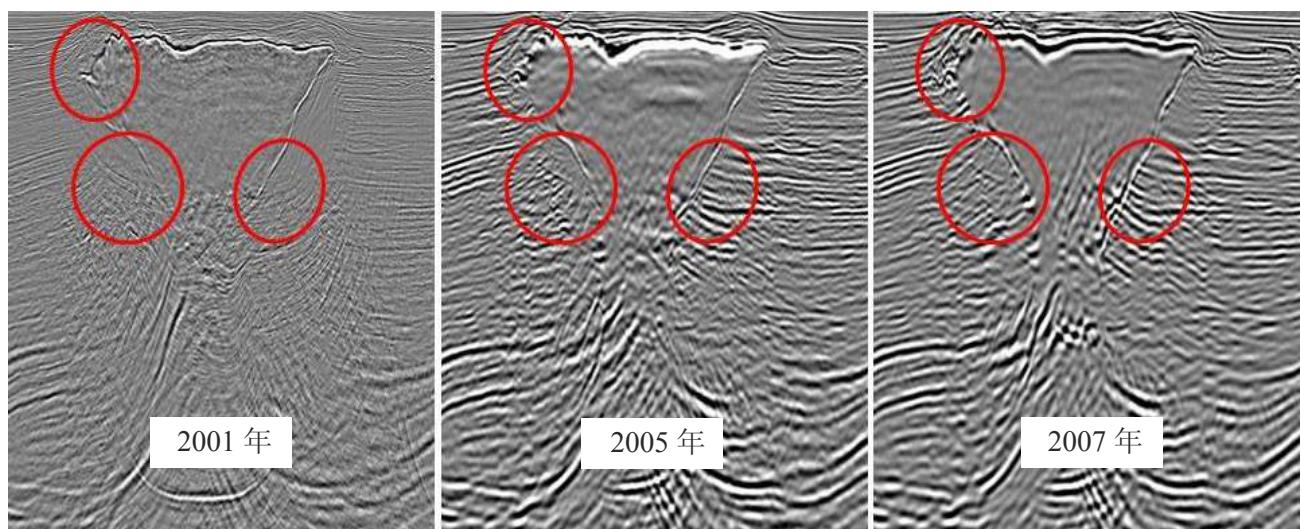


图 8：一个墨西哥湾地区的生产实例展示了不同偏移算法的成像效果。左：2001 年得到的积分法成像结果；中：2005 年得到的单程波偏移成像结果；右：2007 年得到的逆时偏移成像结果。

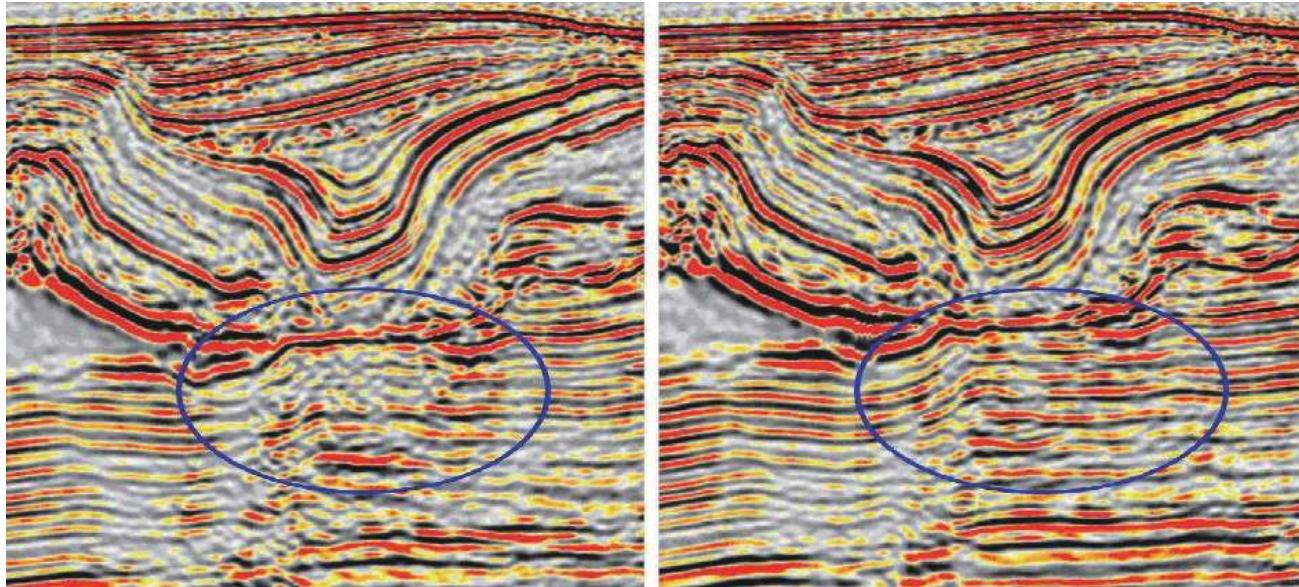


图 9：墨西哥湾地区某油田附近的偏移成像效果对比。左：各向同性的逆时偏移成像结果；右：各向异性的逆时偏移成像结果。

移，经过六维的偏微分方程计算和七维的拟微分算子变换，再叠加输出五维的成像信息。这必然导致巨大的计算工作量和复杂度。产业的需求敦促成像方法更上一层境界，再一次挑战数学算法和软件开发的极限。

无论勘探计算中的数学方法多么精巧，我们始终都是在猜谜。谜底只有在实际钻井后才能揭晓。在两年前的一次感恩节晚会上，一位在石油公司工作的朋友姗姗来迟，神情疲倦。一问才知，公司刚刚打了一口干井，数千万美元的投资泡汤了。一大早他所属的部门临时召集会议，检讨决策失误原因，其中之一就是偏移处理的成像剖面在井位处模棱两可，难以准确判断地下的构造。这个经历使我感到我们的科研工作不是纸上谈兵，在应对挑战的同时我们还承担着重要的生产责任。

在过去的十多年间，石油勘探的计算方法发生了日新月异的变化，而且技术的更新有加速的趋势。这种生命力和创造力来自巨大的商业利益的驱动。在这里，每项数学技术的商业价值都是可以计算的。也正是由于勘探技术的不断进步，石油巨头在墨西哥湾深海区的石油开采屡获创收。

展望未来，地震勘探的反问题远没有解决。实际的地震波的传播比声波现象更复杂，需要用 21 个弹性参数来描述。各向异性的声波偏移只是向这个方向迈出的第一步。另外非弹性吸收效应在偏移中的补偿还刚刚起步。随着研究的深入和计算技术的提高，传统的偏移成像方法也面临新的技术挑战。直接求解非线性反问题得到高精度的速度模型成为

当下的热门课题，很多理论、算法和实际困难都有待克服。

1700 多年前，数学家刘徽在他的名著《九章算术注》的序文里指出，数学的功用可以达到“虽幽遐诡伏，靡所不入”。我们希望更好地运用数学物理方法来探索自然的奥秘，绘出更准确、更清晰的地下寻宝图。

致谢：本文作者感谢 BP 公司和 SMAART 课题组提供的理论合成数据。同时感谢 CGGVeritas 公司管理层长期以来对科研工作的重视与支持。



#### 作者介绍：

张宇，1991 年毕业于北京大学数学系，1996 年于中国科学院计算数学与科学工程计算研究所获得计算数学博士学位。自 1999 年加入美国 VeritasDGC 公司起，从事勘探地球物理的方法研究与技术开发，其工作在国际勘探界多次获奖。现任法国 CGGVeritas 公司的特级专家（Distinguished Expert）和科研副总经理（Deputy Global Research Manager）。

# 理性文明两千年

## ——概述与重访（上）

项武义

» 本文将以简朴平实的表述，概括其精要；并且再以简洁易懂的途径和数理分析重访前述三个重大突破。我觉得唯有如此才能让有智而且有志的中华儿女，踏着巨人的脚印，迈步奋进，投身于承先启后，继往开来的理性文明之长河。

### § 1. 引言

理性文明 (Civilization of Rational Mind) 的启蒙，至少可以追溯到纪元前六、五世纪的毕达哥拉斯学派 (Pythagoreans)；世代相承，逐步演进，一直到四百年前开普勒 (Kepler) 的《新天文学》(Astronomia Nova) 和 1687 年牛顿 (Newton) 的《自然哲学的数学原理》(Philosophiae Naturalis Principia Mathematica)，才奠定了现代科学蓬勃发展的基础。纵观这两千多年理性文明的发展史，其主轴与重大进展主要在几何学、天文学与物理学；古希腊的几何基础论，开普勒的《新天文学》和牛顿的《原理》乃是在上述三者的重大突破，是理性文明史上三个光芒万丈的伟大里程碑！再者，太阳系永恒之舞的研究则又是一个贯穿几何、天文、物理两千年的核心议题和主角。

我们所在的地球和其它行星 (planets) 如金、木、水、火、土等星绕日运行，如今已是众所周知的常识。但是，此事一直到四百年前开普勒行星定律的伟大发现才真相大白！各个行星漫游于星际的行踪奇特各异，其理何在？此乃古天文学的核心议题，也是希腊几何学之量天巨梦，堪称“千古之谜”！开普勒的伟大发现不但使得困惑理性文明两千多年的“千古之谜”真相大白，也圆了希腊几何学的量天巨梦。我们所在的地球和地球所在的太阳系的永恒之舞，其实是如此精简完美！大自然的至善、至美、至精、至简，令人叹为观止！再者，由此简朴精到的实验性定律 (Empirical Laws)，再加以精益求精的数理分析，就不难探本究源顺理成章地认识到行星定律的“数理本质”在于个别行星运行的

加速度 (acceleration) 指向太阳而且其大小和“日-星距”的平方成反比 (参看 § 6)，此乃天上之理。若将它和伽利略 (Galileo) 的重力实验 (人间之理) 相比较，则天上人间合而为一，即得牛顿万有引力定律 (Law of Universal Gravitation)。太阳系永恒之舞的千古之谜，引人入胜，贯穿几何、天文、物理两千年的进展，令人神往！发人深思！本文将以简朴平实的表述，概括其精要；并且再以简洁易懂的途径和数理分析重访前述三个重大突破。我觉得唯有如此才能让有智而且有志的中华儿女，踏着巨人的脚印，迈步奋进，投身于承先启后，继往开来的理性文明之长河。

本文有很多素材取自张海潮、姚珩和本文作者合写的小册子《千古之谜与几何、天文、物理两千年》(高教出版社) 2010 年出版。可以说本文实乃它的摘要和另一侧面，而上述小册子则是本文的主要参考文献。理性文明两千年是一个极大的题目，在今后出版的刊物中，肯定还会涌现很多这个题材的论著，试写这篇短文，只是一种抛砖引玉之举。为我们相互切磋，返璞归真地研讨这个大题目起个头绪。

毕达哥拉斯 (Pythagoras) 所创导的哲理：宇宙的和谐与精要在于数、比值和完美的几何形体之妥善配合。若改用现代的说法和后见之明，毕达哥拉斯当年的灼见就是：数理分析乃是认知大自然的不二法门，而大自然的至精至简则是以数学形式表现者 (written in mathematics)。总之，一方面，基础数学在文明中扮演着核心的角色；而另一方面，基础数学教育与学习，当然要从它和理性文明的水乳交融中才能平实近人，引人入胜。

» 理性文明两千年是一个极大的题目，在目下创刊的期刊中，肯定还会涌现很多这个题材的论著，试写这篇短文，只是一种抛砖引玉。为我们相互切磋，返璞归真地研讨这个大题目起个头绪。

## § 2. 古希腊几何学与天文学——概述其要

古希腊文明是在继承古埃及和古巴比伦文明的基础之上，特别在天文学和几何学方面力求精进更上一层楼。早在纪元前六、五世纪，毕达哥拉斯本人创导宇宙具有和谐的内在结构的宏伟哲理；并且提出数、比值和简朴完美的几何形体是研究自然的主要途径。这个含义深远的卓见，不但启发其门人（世称 Pythagoreans）致力于数与几何的研究，也启示着两千多年世世代代的文明继承者，定量的数理分析乃是探索自然内在结构的不二法门。

### 2.1 定量平面几何基础（初）论

古希腊几何学是在继承古埃及和古巴比伦的几何知识的基础之上再更上层楼逐步精进发展而成的。在其启蒙阶段先行研讨定性平面几何 (qualitative plane geometry)，主要是对于三角形的几个叠合条件 (congruence conditions) 如边角边、角边角、边边边的等价性，等腰三角形定理和基本作图的讨论；所得者可以说乃是平面对于轴对称的诸多反映。

及至纪元前六、五世纪，特别是毕达哥拉斯学派开始致力于定量平面几何基础论的建立，从古埃及和巴比伦文明的考古发现，可以推想定量平面几何的好些基本公式，如矩形面积等于长乘宽，三角形面积等于二分之一底乘高，甚至于直角三角形的边长平方和关系式（亦即勾股定理）在当年业已是常用的通识，但是并没有给以严格论证；而当年古希腊几何学家们所致力者就是给这些基本公式给出系统的严格论证。当他们着手研讨定量平面几何基本公式的论证的起步时刻，很自然地认识到下述两点，即

其一：长度是一切几何量中的最基本者，所以长度度量的概念当然得先行严格定义。在此他们引进可公度性 (commensurability) 这一概念，即  $a, b$  同为另一公尺度 (common yardstick)  $c$  的整数倍，亦即  $a = m \cdot c, b = n \cdot c$ ，则  $a, b$  长度之比值定义为  $a:b = m:n$ 。再者他们还判定任何两个线段总是可公度的，并以此判定（即 universality of

commensurability）作为基础论的头号公设（或公理）。

其二：他们认识到基于平行性的平行分割乃是论证这些基本公式的必经之途，所以在进而研讨定量几何基础论之起步，引入现在称之为第五公设 (fifth postulate) 者，作为论证之依据，即如图 - 1 所示之同傍内角  $\angle 1, \angle 2$  之和，若小于一个平角，则  $l_1$  和  $l_2$  必相交于  $l$  之该侧。

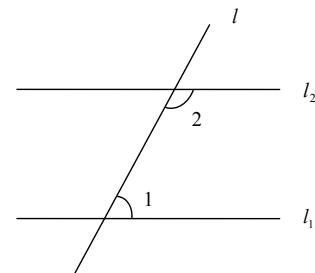


图 - 1

### 历史的注记

(i) 众所周知，易证上述第五公设和三角形内角和恒等于一个平角是逻辑相等的。

(ii) 当年的定性平面几何并没有发现下述不难证明的两个定理，即（参看图 - 1）

**定理 1：** 三角形内角和恒小于或等于平角。

**定理 2：** 若有一个三角形  $ABC$  的内角和等于平角，则所有三角形的内角和皆恒等于平角。

(iii) 由此可见，当我们由定性平面几何向定量平面几何推进时，在三角形内角和上有唯二的两种选项，即恒等于  $\pi$  或恒小于  $\pi$ ；前者是当年选用的欧氏几何，而后者则是一直到十九世纪才发现的非欧几何 (Non-Euclidean Geometry)。

### 2.2 石破天惊，几何巨震——希帕索斯

#### 发现不可公度比：

上述古希腊的基础论的两个基石之中，“平行公设”是使得定量平面几何的基本公式如面积公式等等都既精且简的必要选项，但是可公度性的普遍成立这个头号公设却根本是谬误的！这就是下述希帕索斯 (Hippasus) 在纪元前五世纪的伟大发现：不可公度线段的存在！如图 - 2 所示，设  $a$  和  $b$  分别是一个正五边形的边长和对角线长，则  $\lambda_1 = (b-a)$  和  $a$  又是一个小一号的正五边形的边长

>> 早在纪元前六、五世纪，毕达哥拉斯本人创导宇宙具有和谐的内在结构的宏伟哲理；并且提出数、比值和简朴完美的几何形体是研究自然的主要途径。这个含义深远的卓见，不但启发其门人致力于数与几何的研究，也启示着两千多年世世代代的文明继承者，定量的数理分析乃是探索自然内在结构的不二法门。

和对角线长。由此可见， $a$  和  $b$  的辗转丈量在长度上的表达式如下：

$$b = a + \lambda_1, \quad a = \lambda_1 + \lambda_2, \quad \dots, \quad \lambda_{k-1} = \lambda_k + \lambda_{k+1}, \quad \dots$$

其中  $\{\lambda_k, \lambda_{k+1}\}$  总是一个愈来愈小的正五边形的对角线长和边长，永无止休！所以是不可公度的！

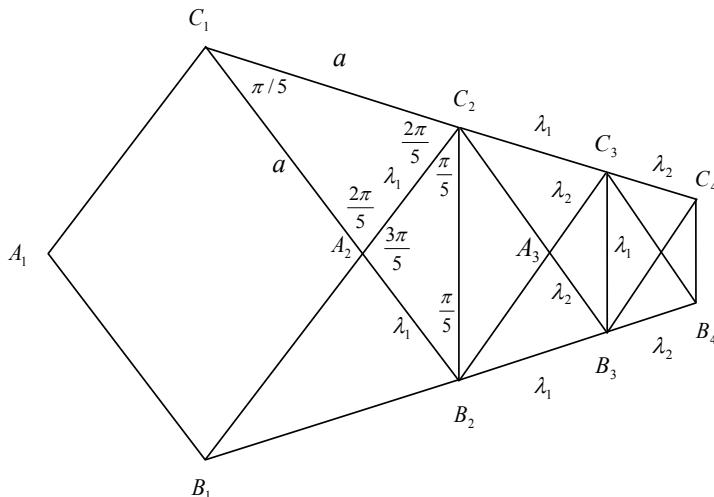


图 - 2

### 2.3 几何基础论的震后重建——脱胎换骨，得见精深：欧多克索斯逼近论的伟大创见

话说当年，希帕索斯的伟大发现，雄辩地指出当年希腊文明引以自豪的几何基础论乃是建立在一个根本错误的头号公设之上者。这个石破天惊的几何巨震 (geoquake) 使得当代的几何基础论摇摇欲坠，整个希腊几何学界无比难堪！

其实，不可公度量的发现，并非全面否定初论的成就，此事只不过明示原先认为完整无缺的论证乃是仅仅对可公度这种特殊情形的证明，而一般不可公度的情形，则尚有待补证，这就是当年希腊几何学亟待补救的震后重建之任务。大约经历了大半世纪的努力，此事终于促使欧多克索斯 (Eudoxus, 408-355 BC) 创建逼近论 (Theory of Approximation) 而完满达成。它不但使得几何学脱胎换骨，浴火重生，而且使得理性文明得以连绵世界之精深，奠定了分析学的重要基石，是理性文明发展上第一个光

>> 希帕索斯的伟大发现，指出当年希腊文明引以自豪的几何基础论乃是建立在一个根本错误的头号公设之上者。这个石破天惊的几何巨震 使得当代的几何基础论摇摇欲坠，整个希腊几何学界无比难堪！

芒万丈的里程碑。兹概述其要如下：

相信当年很可能是下述“相似三角形定理如何补证”这个问题，促使欧多克索斯创建其逼近论：

相似三角形定理：

设  $\Delta ABC$  和  $\Delta A'B'C'$  的对应角分别相等，则其对应边成比例，亦即

$$\angle A = \angle A', \quad \angle B = \angle B', \quad \angle C = \angle C'$$

$$\Rightarrow a : a' = b : b' = c : c'$$

(分析)：当上述三角形有一对对应边的比值是分数  $m/n$  时 (亦即可公度)，当年业已用平行分割法证明其余两对对应边的比值也等于  $m/n$ 。由此可见，所需要加以补证的情形乃是三对对应边皆为不可公度的情形，如何证明它们的“比值”依然相等？

首先，欧多克索斯认识到两对不可公度的线段的“比值”，例如  $a : a'$  和  $b : b'$ ，其相应的概念尚有待明确。因为它们不再是分数，在本质上还是一种有待理解的“新东西”。上述情况可以概括成：可公度比是“已知”的分数；而不可公度比则是有待理解的“未知”。两者不相等但是其大小关系的实质内涵却又其义甚明，这就是下面叙述的欧多克索斯逼近论的起点：

比较原则：设  $a$  和  $a'$  不可公度，则

$$a : a' \left\{ \begin{array}{l} > \\ < \end{array} \right\} \frac{m}{n} \Leftrightarrow a \left\{ \begin{array}{l} \text{长于} \\ \text{短于} \end{array} \right\} \frac{m}{n} a' \\ \Leftrightarrow n \cdot a \left\{ \begin{array}{l} \text{长于} \\ \text{短于} \end{array} \right\} m \cdot a'$$

由此顺理成章，使得他认识到不可公度比之间的大小和相等的定义如下：

(i) 若有分数使得

$$a : b \left\{ \begin{array}{l} > \\ < \end{array} \right\} \frac{m}{n} \left\{ \begin{array}{l} > \\ < \end{array} \right\} c : d$$

则有  $a : b \left\{ \begin{array}{l} > \\ < \end{array} \right\} c : d$ ，反之亦然。

(ii) 若对于任给正分数  $m/n$ ，它和  $a : a'$  和  $b : b'$  的大小关系总是同步的，则定义

$a:a' = b:b'$ , 亦即

$$na \begin{cases} > \\ < \end{cases} ma' \quad \text{和} \quad nb \begin{cases} > \\ < \end{cases} mb'.$$

对于任给  $m, n$  皆为同步, 则定义  $a:a' = b:b'$ 。

再者, 为了使得上述简朴、精到的定义更有说服力, 他还论证了下述逼近定理:

逼近定理:

对于一个给定的不可公度比  $a:b$  和一个任意大正整数  $N$ , 恒有另一正整数  $m$  使得  $\frac{m}{N} < a:b < \frac{m+1}{N}$ 。

有鉴于证明是不可能无中生有的, 所以上述定理的证明当然也要有所本。为此, 他提出现今误称为阿基米德 (Archimedes) 公理者, 作为上述论证之依据, 即

Eudoxus 公设: 任给两个线段  $l$  和  $s$ , 不论  $l$  有多长,  $s$  有多短, 恒有足够大的整数  $n$  使得  $n \cdot s$  比  $l$  长。

(逼近定理的证明): 取  $l = a, s = \frac{1}{N}b$ 。令  $m+1$  为使  $n \cdot s > l$  的最小正整数, 则有

$$m \cdot \frac{1}{N}b < a < (m+1) \cdot \frac{1}{N}b, \text{ 亦即 } \frac{m}{N} < a:b < \frac{m+1}{N}.$$

这样就证明了逼近定理。□

推论 1: 设  $a:b$  和  $c:d$  是两个不相等的不可公度比, 即

$$a:b \begin{cases} > \\ < \end{cases} c:d,$$

则存在有分数  $m/n$ , 使得

$$a:b \begin{cases} > \\ < \end{cases} \frac{m}{n} \begin{cases} > \\ < \end{cases} c:d.$$

(证): 两种情形的证法完全一样, 只证  $a:b < c:d$  的情形。取  $N$  足够大, 使得  $1/N$  小于其差  $(c:d - a:b)$ 。则前述  $(m+1)/N$  必然满足

$$a:b < \frac{m+1}{N} < c:d。假若不然, 则有$$

$$\frac{m}{N} < a:b < c:d < \frac{m+1}{N} \Rightarrow (c:d - a:b) < \frac{1}{N}$$

和所取  $1/N$  小于  $(c:d - a:b)$  矛盾。□

推论 2: 设  $a:a'$  和  $b:b'$  对于任给分数的大小关系相同, 则  $a:a' = b:b'$ 。由上述逼近定理,  $a:a'$  和  $b:b'$  之间的差别要比任给  $1/N$  还要小, 它只能是零!

欧多克索斯对于相似三角形定理之补证:

对于任意大  $N$ , 取  $m$  使得

$$\frac{m}{N} < a:a' < \frac{m+1}{N}$$

如图-3 所示, 取  $C_N$  和  $C_N^*$  使得

$$\overline{BC_N} = \frac{m}{N}a', \quad \overline{BC_N^*} = \frac{m+1}{N}a'$$

而且  $\overline{A_N C_N} \parallel \overline{AC} \parallel \overline{A_N^* C_N^*}$ 。

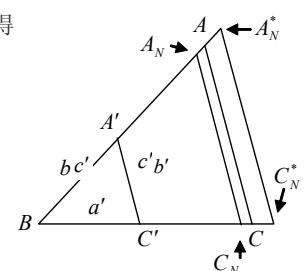


图-3

由可公度比的相似三角形定理, 即有

$$\frac{m}{N} = \overline{BA_N} : \overline{BA'} < c:c' < \overline{BA_N^*} : \overline{BA'} = \frac{m+1}{N},$$

$$\frac{m}{N} = \overline{A_N C_N} : \overline{A'C'} < b:b' < \overline{A_N^* C_N^*} : \overline{A'C'} = \frac{m+1}{N}.$$

所以  $b:b'$  和  $a:a'$  (以及  $c:c'$  和  $a:a'$ ) 之间的差别必须是零, 因为它们都要比可以小到任意小的  $1/N$  还要小! □

## 历史的注记

(i) 当年欧多克索斯就是用同样的逼近论证, 简朴精到地把原先只是在可公度比的特殊情形下具有证明的基本公式逐一补证, 使得它们在不可公度比的一般情形也都普遍得证。重建几何基础论的丰功伟业, 得以简洁完美地达成。

(ii) 如今回反思, 在定性平面几何中, 我们基本上只用对称性, 但是到了定量平面几何, 平直性(亦即平行性或三角形内角和恒为平角)和连续性就自然而然地展现其重要性; 前者是可公度比的情形的论证之所基, 而后者则是进而推广到不可公度比的一般情形的论证之所本。

## 逼近与极限, 连续性的认知与拓展:

希帕索斯的不可公度比的发现, 深刻地触及空间连续性的本质; 而欧多克索斯的逼近论则开拓了理解连续世界的简洁途径; 前者为理性文明发现了连续世界, 而后者则教导我们如何去认知天衣无缝的连续世界。改用现代常用的术语, 就是妥用比较原则和上、下夹逼数列, 以“已知之简”去逼近“未知(亦即待知事物)”; 其实就是通常“以简御繁”, 以已知理解未知这种简朴的哲理的量化和精确化。回顾当年欧多克索斯在重建几何基础论中, 他所一再运用者乃是被夹逼于妥加构造的一对夹逼数列之间的数  $\alpha$  之唯一性, 即若有

$\alpha$  和  $\alpha'$  满足

$$a_n \rightarrow \begin{cases} \alpha \\ \alpha' \end{cases} \leftarrow b_n, (b_n - a_n) \rightarrow 0, \text{ 则 } \alpha = \alpha'.$$

因为  $|\alpha - \alpha'| \leq (b_n - a_n) \rightarrow 0 \Rightarrow |\alpha - \alpha'| = 0$ 。

在此, 当然还会想到被夹逼于一对上、下夹逼数列之间的  $\alpha$  的存在性问题, 即

设  $\{a_n\}$  和  $\{b_n\}$  分别是递增和递减数列, 而且  $b_n \geq a_n$ ,  $(b_n - a_n) \rightarrow 0$ , 是否恒有一个实数  $\alpha$  被它们夹逼于其间? 亦即  $a_n \leq \alpha \leq b_n, \forall n$ 。

在此不妨设想当年几何大师欧多克索斯在讲述逼近论时, 曾有一位听者有此一问, 大师的回答又将如何? 我觉得不论他自己是否业已想过上述存在性问题, 他都会先说: 这倒是一个好问题! 然后在稍加思考后, 用下述图解说明其答案是肯定的。

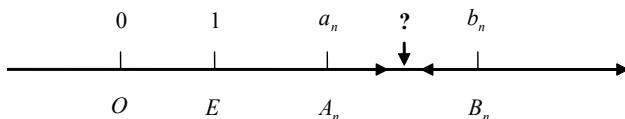


图 - 4

因为假若不存在, 则直线岂不是在那里缺了一点! 此事和直线连续不断但是一剪就断的直观本质相矛盾! 换言之, 上述存在性其实就是上述直观本质的解析描述。直线连续不断, 但是一剪就断乃是空间连续性直观简朴的刻画, 通过逼近法把它转化成夹逼数列的存在性这种解析描述 (又是几何直观的量化和精确化!), 它就可以用来论证分析学、几何学、代数学中各种各样的存在性定理之所基, 洋洋大观, 多彩多姿令人叹为观止! 连续世界之美妙, 有如无缝天衣; 欧多克索斯的逼近思想, 简朴精到, 大智若愚, 大巧若拙。大师风范高山仰止, 令人神往心仪, 自当学而时思之! 在此不禁赞叹: 无缝天衣尚须匠心裁!

## 2.4 古希腊天文学简介

天文学是古希腊文明世代相承用力最多、最深的学科。量天巨梦直接促进了古希腊几何学的发展; 天文与几何, 相辅相成齐头并进, 乃是古文明中最为辉煌的两大支柱, 此事至少可以追溯到希腊文明所继承的古埃及与古巴比伦文明。

对于日、月、星象周而复始的运行的长期观察与详细纪录, 其中最令人难以理解者是有五颗明亮的行星, 即中国古代称之为金星、木星、水星、火星和土星而西文称之为 Venus, Jupiter, Mercury, Mars 和 Saturn 者, 它们漫游于黄道十二宫 (zodiac zones) 的星座之间, 行踪独特怪异 (例如各有其逆行现象), 其理何在? 令古天文学家们困惑难解, 堪称“千古之谜”! 它也就自然而然地成为古希腊天文学的核心议题。世代相承想方设法以妥加组合的几何模型来解说行星的视运动 (亦即行星漫游星际的独特行踪)。在这方面历经六、七个世纪所得的成果, 在托勒密 (Ptolemy) 的巨著《至大论》(Almagest) 中集其大成。如今回顾它所达成者, 乃是对于日、月、行星的视运动具有相当不错的可预测性的一套几何模型, 但是在本质上却是一种和实况不符的地心论 (geocentric theory)。我们在此仅简略的介绍其梗概, 给下一节所要讨论的天文学文艺复兴提供一个参照的历史背景。

在长达六、七个世纪世代相承对于行星之谜的探讨之中, 古希腊两位最杰出的几何大师欧多克索斯和阿波罗尼奥斯 (Apollonius, 262-190 BC) 先后提出当代最有影响的几何模型, 即前者的同心球天体模型和后者的本轮一均轮天体模型:

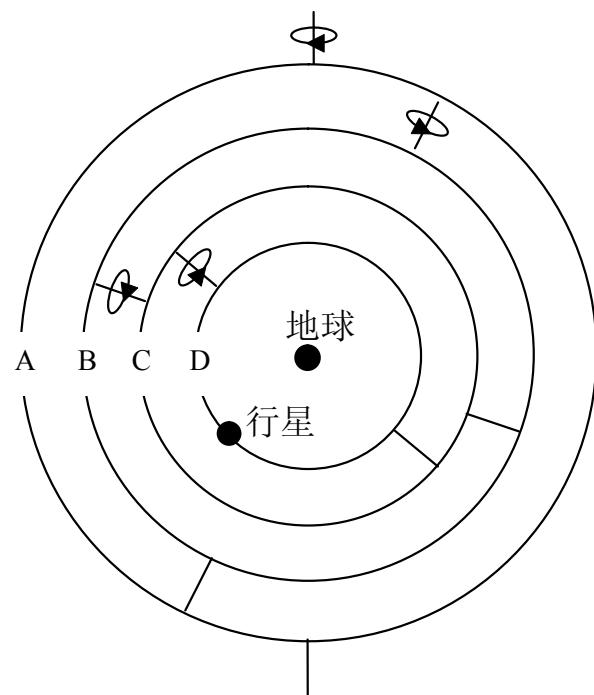


图 - 5

欧多克索斯的原著早已失传，但其基本想法由亚里斯多德 (Aristotle, 384-322 BC) 保留了下来。如图 - 5 所示，由四个同心球组成，各球以互相倾斜的轴，以不同的速度旋转。最外者绕南北间的轴自转，每日一周，次外者之转轴倾斜  $23.5^\circ$ ，以“行星年”为周期；第三、第四者各自围绕着彼此倾斜一个小角度的轴，前者和第二轴垂直，而最内层的赤道上则镶嵌着行星。

欧氏的同心球模式有一个缺陷，由于它的行星和地球的距离不变，无法解释为何行星逆行时会显得更亮。托勒密在他的著作《系统》(Syntaxis) 中指出，阿波罗尼斯的本轮一均轮模型，可以解说上述逆行变亮现象，而《至大论》中所采用的几何模型，则是上述阿氏模型的简单改进。(参看图 - 6 和图 - 8)

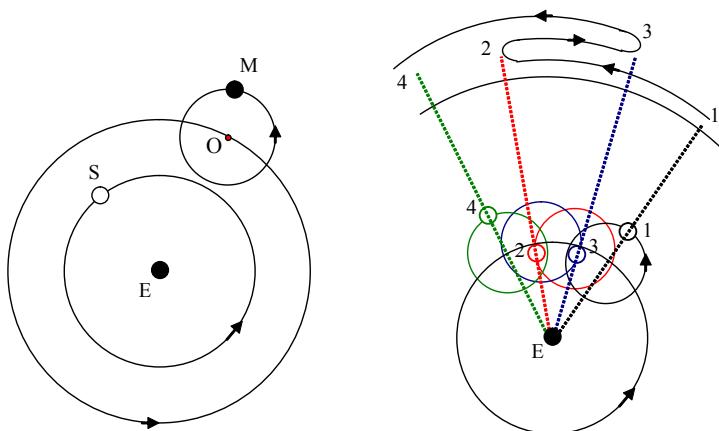


图 - 6

### 古代天文学的奠基——希帕克斯 (Hipparchus 190-120 BC)

有鉴于行星的行踪各异，上述欧多克索斯或阿波罗尼斯的几何模型只能对于行星运行作定性而非定量的解释。希帕克斯认识到当时的天文观测非常不足，因而无法为理论的检验、修正或改进提供实质依据。所以他主张改弦更张：不应专注以形成完全的行星理论为梦想，而应实事求是，致力于有系统的天文观察，力求精准，夜以继夜地累积大量天文数据。他所完成的代表作包括：

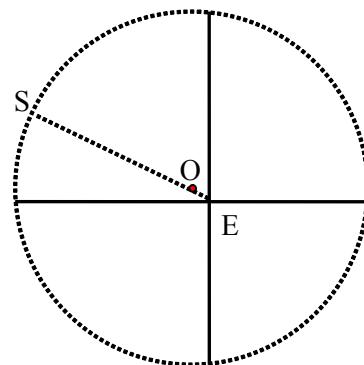


图 - 7

### (1) 四季的长短与太阳的偏心圆：

在希氏之前，已知四季之长短不同，他通过精心观测四季长短的差别，对于当代太阳绕地球作等距圆周运动的学说提出定量的修正，主张地球偏离圆心者约为半径之  $1/24$ ，(参见图 - 7)。

### (2) 月亮的周转圆（本轮）与偏心圆的定量测算：

月亮环绕地球的运动很早便已知不是等速。他进而测算，得出下述定量的推论：

若以本轮均轮描述，则其半径之比应为  $247:3122$ ；若以偏心圆描述，则其半径与偏心距之比应为  $3144:327$ 。

### (3) 进动（或岁差）(Precession of equinoxes)：

在希氏著作《春分点与夏至点之移动》中，他测量室女星 (Spica) 和其它恒星之经度，并与前人所测者作比较，发现室女星对秋分点而言，业已移动  $2^\circ$ 。另外根据巴比伦的观测资料，他算出赤道年 (太阳回到春分点的周期) 较 365.25 天要少  $1/300$  天；而恒星年 (太阳回到一恒星之周期) 较 365.25 天要多  $1/144$  天，其间有微小的差别，称之为岁差。希氏认为：这是由于春分点会绕着垂直于黄道面的轴作非常小的进动 (precession)。他的测算每世纪约为  $1^\circ$  (现代之实测为每七十二年进动  $1^\circ$ ，即二万六千年为其周期)。希氏精准观察的能力和敏锐的思想，令人叹为观止！

>> 希氏的天文宝库，一直到三百多年后才在托氏的《至大论》中开花结果，提出了解说行星运行的全套技巧，将古天文学的理论系统化。

#### (4) 发明、改良天文观测仪器和恒量表：

希氏利用他自己发明的一系列天文观测仪器如浑天仪 (armillary sphere)、星盘 (astrolabion) 等等，标出至少 850 颗恒星的位置，它是天际的“地图”。托勒密自述他所使用的恒星表，几乎全部来自于希氏者。

总之，希帕克斯是古天文学的伟大奠基者，他的工作乃是托勒密集古天文学之大成的《至大论》的前身和实质基础。

#### 托勒密的《至大论》(Almagest)

希氏的天文宝库，一直到三百多年后才在托氏的《至大论》中开花结果，提出了解说行星运行的全套技巧，将古天文学的理论系统化，以清晰的几何论述集其大成，提供相当令人满意的可预测性之几何模型与数理表述。

《至大论》内含十三章，前八章分别描述日、月运动及恒星表，后五章则探讨行星运动，此部分也是托勒密最杰出的贡献，因在此之前并未有令人满意的行星理论。虽然书中大部分内容由三角表、图形、公式和证明组成，充满了冗长的演示性计算，以及大量观测数据表，但其基本的创见主要则在偏心匀速点 (equant) 的引入。即均轮不是对圆心 C，而是对偏离圆心的偏心匀速点以固定的角度变化等速率旋转 (图 - 8)，而地球则在圆心的另一边点上。托勒密便是增加了此模型，而可以解释行星运动中更多的不规则性。

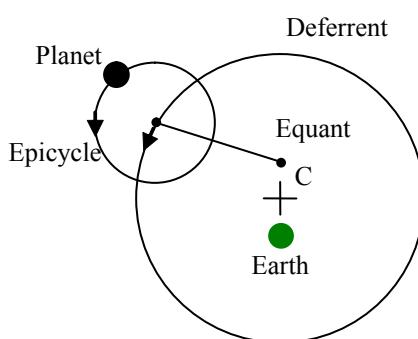


图 - 8

>> 自西罗马帝国灭亡一直到十五世纪，古希腊文明总算熬过了漫长的黑暗时代，先在意大利开始复苏逐渐扩及欧洲各大学，全面开展了对于古希腊文明的重建与复兴，史称文艺复兴。

由行星的观测数据，托勒密计算出每个行星的本轮大小、偏心距大小（皆以均轮半径表示），以及行星逆行的时间长短。他所欲呈现的为数学精确性、而非物理原因，《至大论》严格之数学论证，与将天文现象和有序的圆周运动妥加结合，成效卓著，方法有力，让其后十三个世纪，历经阿拉伯世界与中世纪的欧洲天文学家，均沿袭着其基本形式，只是另加上一些小本轮，做一些技术上的修正，而从未想到需要做根本的修改。

#### 古天文学的绝响：阿利斯塔克的日心说

在古天文学中，阿利斯塔克 (Aristarchus 310-230 BC) 是独树一帜的日心论者。可惜他的著作《论太阳、月亮的大小及距离》早已失传。我们仅仅从阿基米德 (Archimedes 287-212 BC) 的《数沙术》(The Sand Reckoner) 中略窥其梗概：

“盖伦王阁下想必已知多数天文学家所主张宇宙是以地球为中心的圆球，……您之所闻为天文学家的共识。但是阿利斯塔克曾发表其著作，内含一些假设，显示宇宙要比刚才所提之‘宇宙’大上数倍。他假设恒星与太阳皆不动，而地球围绕着太阳作圆周运动，太阳位于此轨道中心。包含恒星圆球的中心与包含太阳圆球的中心位置相同，恒星圆球非常大，因此地球的旋转效应与它至恒星距离相较，有如球心与球面之对比。”

#### § 3. 天文学的文艺复兴： 哥白尼、第谷、开普勒天文学三接力

自西罗马帝国灭亡一直到十五世纪，古希腊文明总算熬过了漫长的黑暗时代，先在意大利开始复苏逐渐扩及欧洲各大学，全面开展了对于古希腊文明的重建与复兴，史称文艺复兴。但是在早期，天文学上乃是以学习《至大论》为主，并将其奉为经典。

##### 3.1 哥白尼 (Copernicus, 1473-1543)： 日心学说的文艺复兴

在意大利的波隆纳 (Bologna) 大学求学期间，哥白尼深受天文学家诺瓦拉 (Novara, 1454-1504)

的影响，并且成为他的助理。他们一起研读佩尔巴赫 (Peurbach) 的《至大论节录》，共同进行天文观测。例如托勒密体系给月球一个很大的本轮，使得其月、地距离在满月与上弦月时有甚大差别。而他们对于月球轨道的测算，则确认月、地距其实是几乎不变的！哥白尼在意大利六年，深受这位良师益友的教导，熟习了托勒密天文学并且深刻了解其中的缺陷与危机。诺瓦拉不但批判托勒密体系的烦琐有违天文学宇宙应该是一个有序的和谐体；而且深信数学为真实之体现和宇宙之本质。此种新柏拉图主义的信念教导且启示了哥白尼渴望去构想、探索由简单的数学关系所构成的宇宙。他曾如此写下对于托勒密体系的批判：

“托勒密和其它许多天文家的行星理论，虽因能与观测资料吻合，而似乎没有甚么呈现的困难，但当偏心匀速点被构想出来，且要求行星既不是围绕着均轮，亦非本轮的中心，在做均匀速率运动；这样的系统似乎不够绝对，也很难使人心灵愉悦。”

“同心圆、偏心圆和本轮，……引用了许多与均匀运动的基本原则，显然抵触的概念，……也不能得出……对称性，……彼此不协调。……那些人采用偏心圆论证的过程或方法，如果不是遗漏了某些重要的东西，就是塞进了一些外来的毫不相关的东西。”

托勒密系统引入偏心匀速点、本轮、均轮所造成理论的过度复杂性与人为性，显然并不符合数学的简单性与自然的对称性。哥白尼因而欲删去偏心匀速点，以还原自然的本质，并重建和谐的天文学。

“了解这些缺陷后，我经常思考是否可能发现一个更合理的圆的安排，从这里现象的不规律将被排除，在这里万物将对着真正的中心均匀地运动，如同绝对运动所需的规则。”

如果，以地球为宇宙中心并不能给出完美均匀的圆形，那么，要以什么为天体的中心才可达成此理想？

由此可见，当他在希腊古藉中读到阿利斯塔克的日心主张和论述时，有如拨云见日，豁然顿悟！理性文明史中，被冷冻了一千七百年的“真知灼见”——阿氏的日心说——终于在哥白尼的努力下萌芽，茁壮；不但使得天文学经历了上千年的迷途，终于知返；而且也直接激发起波澜壮阔的天文学全面革新——开普勒新天文学。他在 1515 年的《概要》(Commentariolus) 中，以下述七点概括了当年“顿悟”之后的所思所见：

1. 所有天球或圆没有唯一的中心。
2. 地球的中心并非宇宙的中心，仅是重力的中心，和月球轨道的中心。
3. 所有天体以太阳为中点绕行，因此太阳是宇宙的中心。
4. 地球到太阳的距离和苍天的高度的比例远小于地球半径和地日距离的比例，地日距离与苍天的高度相比是极微小的。
5. 天空中任何运动的发生并不是由于天空的旋转，而是地球的旋转。地球同时连带其周围的元素进行完全的旋转，每天对着固定的极点运动，而苍天和最高的天空未曾改变。
6. 我们所见太阳发生运动并非由于它本身的运动，而是由于地球在运动，同时天球和行星与我们一样都绕着太阳旋转。地球不只有一种运动。
7. 行星的逆行和顺行运动的原因并非行星的运动，而是地球的运动。因此，地球的运动足够去解释许多星体看起来不均匀的现象。

第 7 点所言，行星不规则的运动都归因于地球的运动，而非天体本身进行不完美的运动，因此行星逆行的谜题也可迎刃而解。

有鉴于天体运行，特别是行星在天际的视运动，是夜夜可测者，所以任何天体运动的理论当然都必须具有足够好的可预测性才有其实质意义。如今回顾，托勒密的《至大论》之所以盛行一千三百

>> 诺瓦拉不但批判托勒密体系的烦琐有违天文学宇宙应该是一个有序的和谐体；而且深信数学为真实之体现和宇宙之本质。此种新柏拉图主义的信念教导且启示了哥白尼渴望去构想、探索由简单的数学关系所构成的宇宙。

>> 理性文明史中，被冷冻了一千七百年的“真知灼见”终于在哥白尼的努力下萌芽，茁壮；不但使得天文学经历了上千年的迷途，终于知返；而且也直接激发起波澜壮阔的天文学全面革新——开普勒新天文学。

» 从纯几何的观点来看,“日心论”和原先的“地心论”其实只是“原点”选取上的差别;但是在理解大自然(此处是太阳系永恒之舞),则“日心”还是“地心”乃是天差地别的。

年奉为经典的主要原因乃是它具有相当好的可预测性。所以哥白尼要贯彻他顿悟的日心观点,就必须下苦功建立一个具有良好可预测性的日心体系。这个艰巨浩大的苦功——《天体运行论》(On the Revolutions of the Heavenly Spheres),在瑞提克斯(Rheticus)的大力协助之下,一直到1543年才得以完成。

从纯几何的观点来看,“日心论”和原先的“地心论”其实只是“原点”选取上的差别;但是在理解大自然(此处是太阳系永恒之舞)这个问题上,则“日心”还是“地心”乃是天差地别的!唯有正确的原点才能展现其精简的本质与规律,所以正确的观点是探索自然规律至关重要的起步!再者,我们观测天象的“天文台”只能位于地球,亦即所有天文资料(例如行星的视运动)都必然是“地心”者。若要改用“日心”观点就必须作工程浩大的“坐标变换”。长话短说,当年哥白尼和他的助手所要逐步构造的日心体系,在本质上乃是对于原先的托勒密地心体系做庞大的“几何变换”之所得。在此限于篇幅,我们将略去对此一划时代巨著实质内容的介绍,而仅仅作下述概括:

在《天体运行论》中的日心体系,依然采用均轮和本轮描述法(只是本轮的个数减少了),而且太阳的位置并非居于均轮之圆心。大体上来说,它在行星的周期性和行星逆行现象的解释等定性层面上远比原先的地心体系简朴自然;但是在定量层面的可预测性上,则和原先的地心体系互有出入,实为伯仲之间。由此可见,它和日心论的全面贯彻,行星运行的千古之谜的真正得解,相去尚远,还有待第谷、开普勒各尽其毕生之力的巨棒接力,才能克竟其功!

» 第谷出生于丹麦的一个贵族家庭,他似乎在天意安排下,注定了要毕生奉献给天文观测者。他的处女作《Der Stella》使得他名满欧洲,所以在游学回国时,腓特烈大帝不但斥资为他建造尤拉尼斯堡(Uranisborg)天文台(图3-17),而且把整个海芬岛都赐为他的领地。

### 3.2 第谷 (Tycho de Brahe, 1546-1601): 天文观测宝库

如今回顾反思,任何天文学理论的实质基础必然在于天文观测之数据。当年托勒密的《至大论》的基础在于希帕克斯的天文宝库;而哥白尼的《天体运行论》的实测基础其实还是同样的希氏宝库,因为当年哥白尼和瑞提克斯乃是通过托氏体系的几

何变换来构造日心体系的!由此可见,唯有在天文实测方面更上层楼,才有可能产生更上层楼的天文学理论。纵观天文学发展史,由希帕克斯到第谷相隔一千七百年,才达成天文实测上可贵的更上层楼。

第谷 (Tycho de Brahe, 1546-1601) 出生于丹麦的一个贵族家庭,他似乎在天意安排下,注定了要毕生奉献给天文观测。话说当年,在他还是年少的高中生时,在丹麦的哥本哈根观测到日偏蚀,此事对于常人也许不足为奇,但是却使他认识到天象之可预测性,从此立志钻研天文学,购置天文仪器和书籍,醉心于斯,及至他转到莱比锡念大学的时代,在他热衷的夜以继夜的观察中,看到土星和木星几乎相重的“土、木冲”,当他去查看当代的星表对于此事的预测时日,发现比他看到的时日要晚了好些天。此事让他认识到古往今来天文观测的精度不足,他这位丹麦贵族在这一点上有用武之余地,于是开始自行设计,构造更高精度的天文仪器,他在这方面的努力与准备使得他能够比别人更加精准地进行观测。

1572年出现的新星 (Nova) 之诞生,在众说纷纭、莫衷一是的氛围中,他脱颖而出,根据他的观测可以确认它是一颗新的恒星,并以此写了他的处女作《Der Stella》,此书使得他名满欧洲,成为丹麦王国的骄傲,所以在游学回国时,腓特烈大帝不但斥资为他建造尤拉尼斯堡(Uranisborg)天文台(图3-17),而且把整个海芬岛都赐为他的领地,让这位丹麦王国的天文骄子,能够数十年如一日,优裕地夜以继夜热衷于他力求精准的天文观测,累积了当代空前未有的天文宝库。

他是所有肉眼观测者中最伟大的。他设计和制造了许多更大、更稳定、校正得更准确的新仪器。凭借无比的天才,他检查并纠正了在这些仪器的使用中发生的许多错误,建立起一整套关于搜集行星和恒星位置的精确信息的方法。最重要的是,他开始对行星实行定期观测,只要行星穿过天际,而不只是在某些特别有利的位置才观测。……他对行星位置的观测精度通常可靠至 $4'$ ,是古代最好的观测者所达到的精度的两倍多。不过比第谷的个人观测的精度更重要的,是他所积累的数据整体的可信度

和广度。在他的一生中，他和他训练的观测者，把欧洲天文学从对古代数据的依赖中解放了出来，并且消除了一系列由于错误数据产生的表面的天文学问题。

### 3.3 开普勒 (Kepler, 1571-1630): 千古之谜真相大白，新天文学

开创新天文学的主角开普勒出身于当时南德新教区域威尔的一个贫困家庭，幸赖当地的统治者重视教育，奖励学术，开普勒才能凭借着他优秀地成绩，靠奖学金逐步念到大学，就读于新教的学术中心杜宾根大学，甚得该校天文学教授梅思特林 (M. Maestlin, 1550-1631) 的赏识，而梅思特林则是一个哥白尼日心论的鼓吹者。当年在天文学上，日心论和根深蒂固的托勒密地心论是学术界争论不休的热门议题，开普勒就曾经以日心论者参加这种辩论会，但是他当时主修的是往后作新教传教士的学位 (也拿着攻读这种学位的奖学金)。也许是“天意”或者是命运的安排，1594-95 年的两件偶发事件使得开普勒踏上毕生致力于天文学的征程，数十年如一日，锲而不舍，百折不挠地探索太阳系的千古之谜。

其一是在 1594 年，位于新教区域格拉兹的一所高中的一位数学老师突然病故，于是迫切地向当时新教学术中心杜宾根大学的教授团求助，希望为该校推荐一位能胜任的替补者，大家一致认为青年才俊开普勒是适当人选。因此当年原本想以传教士为职业的开普勒就改行到格拉兹去做数学教师，而在当时，他还得兼教天文课程。

其二是在 1595 年 7 月 19 日的天文课课堂上，他突发异想，发现一个正三角形的内切圆半径和外接圆半径之间的比值，大致等同于当年哥白尼《天体运行论》中木星和土星的均轮半径之比，此事使得开普勒大为兴奋，进而探讨当年的六个行星 (即地球和金、木、水、火、土) 之轨圆大小关系之间的规律何在？对于既笃信天主又是哥白尼学说的鼓吹者，此事着实耐人寻味。当年年少气盛的开普勒还认定整个太阳系乃是天主的杰出创造，所以包括行星个数为什么恰好是六个 (当年所知者只有六个，

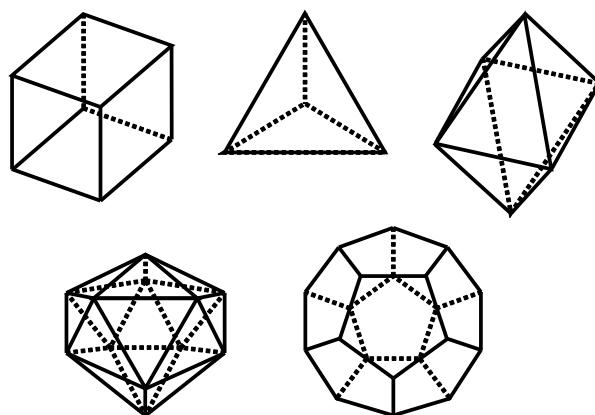


图 - 9 五个正多面体

后来发现了天王星、海王星和冥王星等) 也一定有其“道理”，究竟其理何在呢？据开普勒自己的日记记载，经过那些时日的沉思狂想，突然“顿悟”到其中的“奥秘和天意”：为什么行星的个数不多不少，恰恰是六个呢？那是因为立体几何中恰恰有五个正多面体；即正四面体、正六面体、正八面体、正十二面体和正廿面体 (图 - 9)。

而上述立体几何的“五”和行星个数的“六”又有何关联呢？他说他可以清楚地想到六个行星绕日运行的轨道可以看成是位于六个有些厚度的同心球壳之内者，而在它们之间，恰恰可以妥加安置五个各别的正多面体，每个和其内的球壳外切而和其外者内接。他觉得此事实在太奇妙了！他不但解释了行星个数恰好是六个，而且也确定了上述同心球壳的大小、厚度！年少的开普勒认定这是天主的“启示” (revelation)，让他得窥宇宙的奥秘，问题只是在如何妥善配置五个正多面体于六个轨球薄壳之间 (可说是一种几何的植树问题)。因此，他狂热地投身于哥白尼天体运行体系之中，研究六个行星各别的轨道所“属于”的球壳之大小、厚度和正多面体的妥为配置，其结果就是开普勒的处女作《宇宙的奥秘》。

下述图解所展现者，就是他的少年狂想曲的要点，按照他本人的自述，这就是驱策他终其一生，探索太阳系永恒之舞的规律的原动力！也是这位新天文学的创建者的奇妙启蒙 (图 - 10)。

>> 开创新天文学的主角开普勒出身于当时南德新教区域威尔的一个贫困家庭，幸赖当地的统治者重视教育，奖励学术，开普勒才能凭借着他优秀地成绩，靠奖学金逐步念到大学。

>> 据开普勒自己的日记记载，经过那些时日的沉思狂想，突然“顿悟”到其中的“秘奥和天意”：为什么行星的个数不多不少，恰恰是六个呢？那是因为立体几何中恰恰有五个正多面体。

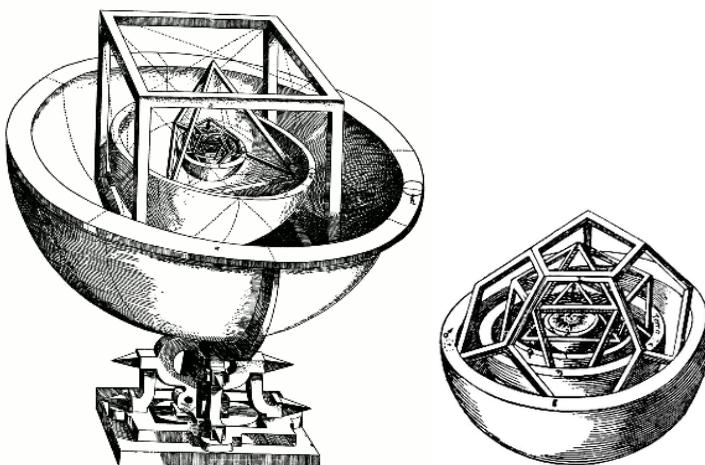


图 - 10 《宇宙奥秘》中六颗行星轨球模型

>> 太阳系永恒之舞竟是如此精简美妙，长达几千年的困惑，豁然得解。开氏伟大的实验性定律是理性文明第二个光芒万丈的里程碑。

当年开普勒当然把他的少年狂想曲《宇宙奥秘》寄赠给当代的天文学大师第谷，请他指正。想必第谷也只把它看成少年狂想曲，但是对于这位少年的才气和冲劲则留有深刻印象。而开普勒则一直狂热地要证实他伟大的“猜想”，但是凑来凑去还是不如他所想象那样完美无缺。他当时的的想法是：这种缺失不可能在于他伟大的猜想有问题，而是当代对于行星轨道的大小测算有误，需要用更加精确的实测数据去重新计算，他当然知道当代精确的天文宝库乃是第谷所拥有。总之，第谷和开普勒都逐渐意识到彼此的互补性，携手合作才是有所进展的迫切

需要。由此看来，这两位一老一少、互补互需的天文学家的合作理当是天作之合，但是他们在 1600 年初到 1601 年 10 月 24 日第谷逝世的共处却远非融洽，所以只能说是天作之遇，冥冥之中，似有天意，要他们达成天文巨棒的交接，其中某些细节难明也无关文明之发展，在此略过不谈。重要的是，第谷毕生累积的天文宝库由旷世奇才开普勒传承，千古之谜得以真相大白，人类的理性文明得以突飞猛进，唯有天意，才可能有此天作之遇和奇特的巨棒交接。

由于第谷的突然逝世，开普勒被任命为皇家数学家，继承第谷的职位和其天文宝库之使用权，从此开普勒运用他超群的几何分析能力探索第谷宝库所蕴含的行星运行规律，艰苦卓越，百折不挠，廿年有成；终于从第谷的实测数据总结出其所隐含的实验性定律：开普勒行星运动三定律，即

椭圆律：地球和金、木、水、火、土星绕日运行的轨道各为椭圆，太阳位居其焦点之一。

面积律：上述六个行星的日—星连线在单位时间中扫过的面积守恒，亦即各有  $\frac{1}{2}R^2\omega = \text{常数}$ 。

周期律：上述六个行星之椭圆轨道的长轴之立方和其周期之平方之比值皆相同。

太阳系永恒之舞竟是如此精简美妙，长达几千年的困惑，豁然得解，开氏伟大的实验性定律是理性文明第二个光芒万丈的里程碑。

## 未完待续



### 作者介绍：

项武义，台湾大学本科毕业，普林斯顿大学博士，著名数学家，美国伯克利加州大学教授。研究领域为微分几何。除学术成就外，在数学教学法上也颇有建树。经常于两岸三地讲学与交流。教学心得包括在《基础数学讲义》的三卷本《基础代数学》、《基础几何学》与《基础分析学》等。



### 作者介绍：

蒋迅，本科和硕士毕业于北京师范大学，在美国马里兰大学获得博士学位。目前在美国从事科学计算工作。曾应北京师范大学张英伯教授邀请，开办了关于数学文化的个人博客；内容包括书评、随感和其他评论。

# 推介陶哲轩的数学博客

蒋迅

在我知道的数学博客里，陶哲轩 (Terence Tao) 的博客 What's new (<http://terrytao.wordpress.com>) 是最好的。它好在其更新之勤快，内容之丰富和问答之及时。

大家都知道陶哲轩是一位华裔大数学家。他在 2000 年获颁塞勒姆奖 (Salem Prize)，2002 年获颁博谢纪念奖 (Bocher Prize)，并且在 2003 年获颁克雷研究奖 (Clay Research Award)，这些奖项都是为了表彰他对分析学的贡献，当中包括挂谷猜想 (Kakeya conjecture) 和 wave map。在 2005 年，他获得美国数学会的利瓦伊·科南特奖 (Levi L. Conant Prize)，澳大利亚数学会奖 (Australian Mathematical Society Medal) 和奥斯特洛斯基奖 (Ostrowski Prize)。2006 年，他获得印度拉马努金奖 (SASTRA Ramanujan Prize) 和菲尔兹奖 (Fields Medal) 并在国际数学家大会做了一小时报告。2007 年，他被选为澳大利亚 2007 年名人 (Australian of the Year) 并获得麦克阿瑟奖 (MacArthur Award)。2008 年，他获得美国奖励科学家的最高奖艾伦·沃特曼奖 (Alan T. Waterman Award)。这样一位大数学家能够如此辛勤地维持

一个博客，使我们能近距离看到他思想的火花，这是我们网友的荣幸。

陶哲轩虽然是华裔，但他除了能说一些广东话以外，并不会中文。我看到有人留言希望他写中文，对这样无聊的留言他都不予理睬。但是如果你是正经跟他讨论学术问题，他回答的都很及时。北京师范大学的王昆扬老师在翻译《陶哲轩实分析》过程中就和他有过通讯。陶哲轩表现得非常谦虚。

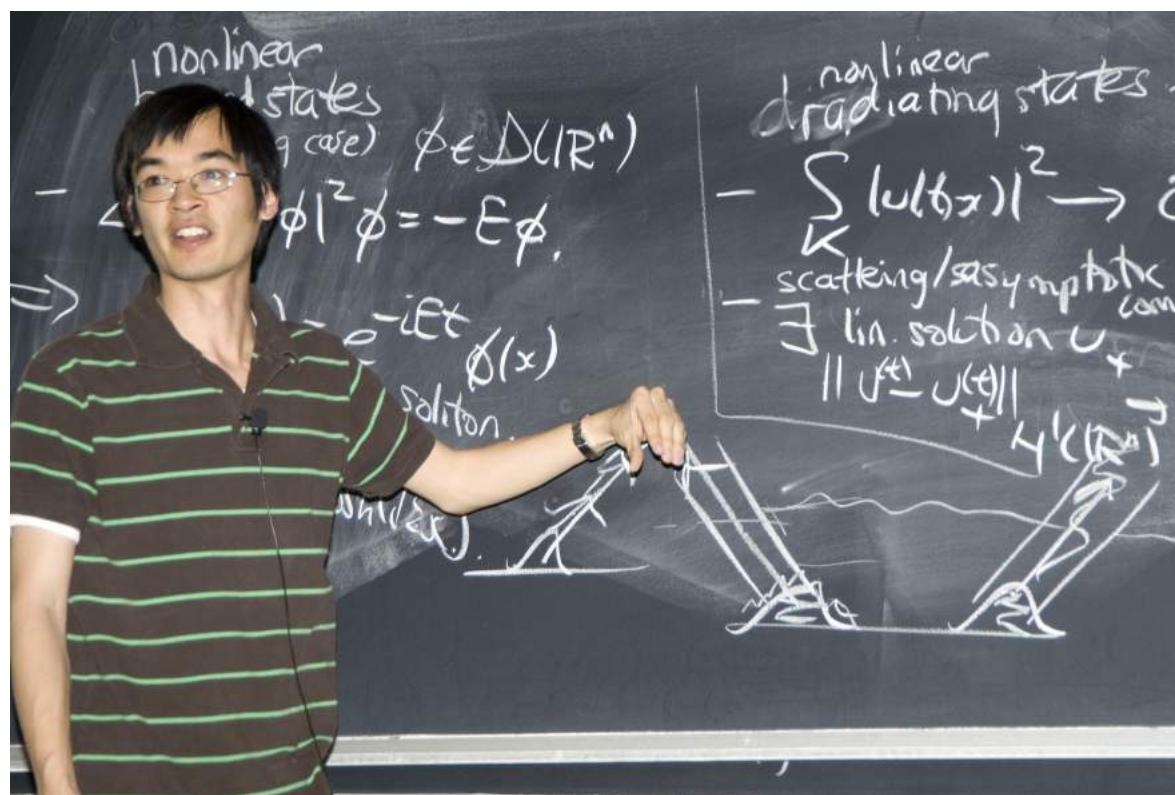
陶哲轩的博客建在了 WordPress.com，这是一个很自然的选择，因为 WordPress.com 支持 LaTeX，所以写起数学表达式就特别方便。我在自己的英文博客里介绍了 WordPress.com 的 LaTeX。不过对于大陆的数学家来说，大家可能有时觉得看他的博客会遇到麻烦，因为有时候，政府的长城防火墙会把 WordPress.com 整个封掉。从这个意义上说，如果陶哲轩能有一个独立博客就好了。

陶哲轩博客上的有些内容，比如他新的研究结果、新的领域介绍、新的猜想、他的演讲等，特别高深，不是我们平常人能看的懂的。但也有许多博文很吸引我们。

这些包括：

- 帮助提高数学思维的游戏 (Suggestions for games that promote mathematical thinking);
- 用你自己的语言写作 (Write in your own voice);
- 陶哲轩的第三本博客图书 (An epsilon of room: pages from year three of a mathematical blog);
- 英语不可交换性的一个例子 (A demonstration of the non-commutativity of the English language);
- 如何在网页上写数学表达式的讨论 (Displaying mathematics on the Web, Displaying maths online, II);
- 应用驱动的化学元素表 (Applications-oriented periodic table);
- 对新网站“数学溢出”的介绍 (Math Overflow);
- 描写盖尔范德 (Israel Gelfand);
- 数学 / 统计博客和维基 (Mathematics/Statistics blogs wiki page);
- 数学家需要对博客知道什么 (What do mathematicians need to know about blogging?);
- 一个新的数学博客 (New polymath blog, and comment ratings);
- 谷歌的浪潮 (Google Wave);
- WordPress 对 LaTeX 的支持 (WordPress LaTeX bug collection drive);
- 一个与飞机场有关的智力测验 (An airport-inspired puzzle);
- 更新 Java 小应用程序 (Upgrading old Java applets), 瞧大数学家对技术也很通;
- 在美国艺术和科学院上的演讲 (A speech for the American Academy of Arts and Sciences), 这篇应该翻译成中文。

陶哲轩博客上“友情链接”也非常丰富, 这里就不再多罗嗦了, 建议读者自己去点击一遍, 我想你是不会发现浪费了时间的。



# 做数学一定要是天才吗？

陶哲轩 / 文 谢敏仪 / 译

这个问题的回答是一个大写的：NO！为了达成对数学有良好的、有意义的贡献的目的，人们必须要刻苦努力；学好自己的领域，掌握一些其他领域的知识和工具；多问问题；多与其他数学工作者交流；要对数学有个宏观的把握。当然，一定水平的才智、耐心以及心智上的成熟是必须的。但是，数学工作者绝不需要什么神奇的“天才”基因，什么天生的洞察能力；不需要什么超自然的能力使自己总有灵感去出人意料地解决难题。

大众对数学家的形象有一个错误的认识：这些人似乎都是离群索居（甚至有一点疯癫）的天才。他们不去关注

其他同行的工作，不按常规的方式思考。他们总是能够获得无法解释的灵感（或者经过痛苦的挣扎之后突然获得），然后在所有专家都一筹莫展的时候，在某个重大的问题上取得了突破性的进展。这样浪漫的形象真够吸引人的，可是至少在现代数学学科中，这样的人或事基本没有出现过。在数学中，我们的确有很多惊人的结论、深刻的定理，但那都是经过几年、几十年甚至几个世纪的积累，在很多优秀或者伟大的数学家的努力之下一点一点得到的。每次从一个层次到另一个层次的理解加深的确都很不平凡，有些甚至是非常的出人意料。尽管如此，这些成就也无一例外的建立在前人工作的基础之上，绝不是全新的。（例如，Wiles 解决费马最后



接受西班牙国王颁发菲尔兹奖

定理的工作或者 Perelman 解决庞加莱猜想的工作。）

今天的数学就是这样：一些直觉、浩繁的文献，再加上一点点运气，在大量连续不断的刻苦工作中慢慢的积累、缓缓的进展。事实上，我甚至觉得现实中的情况比前述浪漫的假说更令我满足，尽管我当年做学生的时候，也曾经以为数学的发展主要是靠少数的天才和一些神秘的灵感。其实，这种“天才的神话”是有其缺陷的，因为没有人能够定期的产生灵感，甚至都不能保证每次产生的这些个灵感的正确性（如果有人宣称能够做到这些，我建议要持怀疑态度）。相信灵感还会产生一些问题：一些人会过度地把自己投入到大问题中；人



2006 年陶哲轩及另三位菲尔茨奖获得者和颁奖的西班牙国王合影

们本应对自己的工作和所用的工具抱有合理的怀疑，但上述态度却使一些人的这种怀疑能力渐渐丧失；还有一些人在数学上极端不自信；还有很多很多的问题……。

当然了，如果我们不使用“天才”这样极端的词汇，我们会发现在很多时候，一些数学家比其他人会反应更快一些，会更有经验，会更有效率，会更仔细，甚至更有创造性。但是，并不是这些所谓的“最好”的数学家才应该做数学。这其实是一种关于绝对优势和相对优势的很普遍的错误观念。有意义的数学科研的领域极其广大，决不是一些所谓的“最好”的数学家能够完成的任务，而且有时候你所拥有的一些想法和工具会弥补一些优秀数学家的错误，而这些优秀的数学家们也会在某些数学研究过程中暴露出弱点。只要你受过教育、拥有热情，再加上些许才智，一定会有数学的某个方面在等着你做出重要的、奠基性的工作。这些也许不是数学里最光彩照人的地方，但却是最健康的部分。往往一些现在看来枯燥无用的领域，在将来会比一些看上去很漂亮的方向更加有意义。而且，应该先在一个领域中做一些不那么光彩

照人的工作，直到有机会和能力之时，再去解决那些重大的问题。看看那些伟大的数学家们早期的论文，你就会明白我的意思了。

有的时候，大量的灵感和才智反而对长期的数学发展有害，试想如果在早期，问题解决的太容易，一个人可能就不会刻苦努力，不会问一些“傻”的问题，不会尝试去扩展自己的领域，这样迟早造成灵感的枯竭。而且，如果一个人习惯了不大费时费力的小聪明，他就不能拥有解决真正困难的大问题所需要的耐心和坚韧的性格。聪明才智自然重要，但是如何发展和培养显然更加重要。

要记住，专业做数学不是一项运动比赛。做数学的目的不是得多少分数，获多少个奖项。做数学其实是为了理解数学，为自己，也为学生和同事，最终要为她的发展和应用做出贡献。为了这个任务，她真的需要所有人的共同拼搏！

致谢：感谢陶哲轩教授允许本刊连载他的博客译文。

# 翰林外史

连载一

## 科学院故事之王元买瓜

萨苏

徐迟先生的一篇精彩报告文学，让中国老百姓认识了一个叫“陈景润”的数学家。在我的印象里，在科学界，这当时是一个相当轰动的事情。这件事我回忆起来一度感到有些困惑，一部报告文学把这么多老学者弄得激动不已，是怎么回事？直到很久以后我才醒悟到这是多年来官方媒体对赛先生的第一声久违的呼唤，久经考验成了“老运动员”的老知识分子们，敏感的意识到了这个信号——国家需要科学。

象萨爹这种逍遥派就没有这样敏感，所以他得出的结论也与众不同——宣传哥德巴赫猜想，大概表示国家要重视基础研究了。他当时还大发感慨——这才是正路子，那么大的国家，总要有些搞基础理论的，整个研究才有后劲，这些年在基础研究方面投入太少了。

别说，他这个思路放在今天还满有道理的。

不过，那个时候对陈景润的宣传，显然没有这样具体的目的。至少在老百姓心目中，对哥德巴赫猜想的狂热，更

多的是出于对“民族英雄”的朴素崇拜，其结果就是带动了一代小儿女，信誓旦旦的要当科学家——相信萨的同龄人，在少年时代决心作“科学家”的不在少数。

万事有利必有弊，对陈先生以及随后的杨乐张广厚等学者的宣传固然精彩，但也许是出于突出他们在科研上的专注，便有不少描述围绕着陈景润先生走路撞树，或者张广厚先生吃馒头蘸墨水之类的逸闻做文章，一时，对科学家们的崇拜之余，便是老百姓善意地把心目中的科学家反串成了不分五谷，手无缚鸡之力的老夫子。

这其实就有点儿像我们习惯的宣传问题了，比如说某人尽忠职守，必然要他爸爸妈妈老婆孩子统统患上要命的疾病，或者撞上没谱的汽车，然后再让他洒泪而绝不离开岗位……

真真假假之中不免有被宣传的典型大打喷嚏，心中忐忑——“谁背后骂我呢？”

其实从事数学研究的也是普通人，工作时候专注过火是

有的，但离开数学他们都和大伙儿一样个性鲜明，有不识时务的冬烘先生，也有精明过人的小诸葛。我所接触过的科学院一些老大就颇有些生活能力超越常人的家伙，比如搞信息论的杨耀武先生，分筋错骨手内外兼修，等闲武打影星未必是他对手；人称中国硬件大王的万加雷先生，火车上一副扑克玩的几个骗子几乎乌江上吊……

就连买西瓜都能有特殊的表现。

中关村每到盛夏，八十二楼门口总有个大号的西瓜摊，摊主是个歪脖子大兴人，姓魏，挑西瓜不用敲，用耳朵贴上听，十拿九稳——有一个不稳是生瓜太多他故意搭着卖的。因为这个绝活儿，这位在中关村的小摊贩里位列八大怪。八大怪其余几位师傅也是各有故事，比如海中市场卖牛肉的海回子师傅，看着您摸肉就赶着问您——要哪块儿？脖子？胸脯？还是屁股蛋？一边说一边用切肉刀往自己身上相应的部位比划，特别形象。

兄弟有一次故意跟他开玩笑——有牛尾巴么？

那位说了，跑题了嗨。哦，的确，赶紧拉回来，那次大概是八七或者八八年，萨爹让萨去买西瓜，萨骑上车，直奔魏歪脖的瓜棚子——毕竟他的瓜好。一看买的人不少，正要往里挤，忽然看到有两位熟悉的人物，也在挑西瓜呢。谁呢？王元先生和王太太，两位一边挑一边算价钱呢……

王元先生很容易辨认，他有一副特别精神的脸孔，两只眼睛秀气有神，个头虽然不高，在人群中却如鹤立鸡群。我想他年轻的时候一定是属于美男子。

后来我将这个想法问之萨爹，萨爹没有正面回答，说数学界确实有几个美男子，他印象最深的，却不是王元先生，而是他们系的一位老师。当时北

大数学力学系男学生眼镜众多，感情问题上往往入不敷出，但这位老师出乎寻常的一表人材，轻易把化学系一位校花追到了手，夫唱妇随，羡煞鸳鸯。化学系同仁吃不到葡萄，又不好说葡萄酸，于是见到这位老师就不怀好意地称他“化学系的女婿”，好歹占些口头便宜。

这位老师叫做丁石孙，后来当了北大的校长。

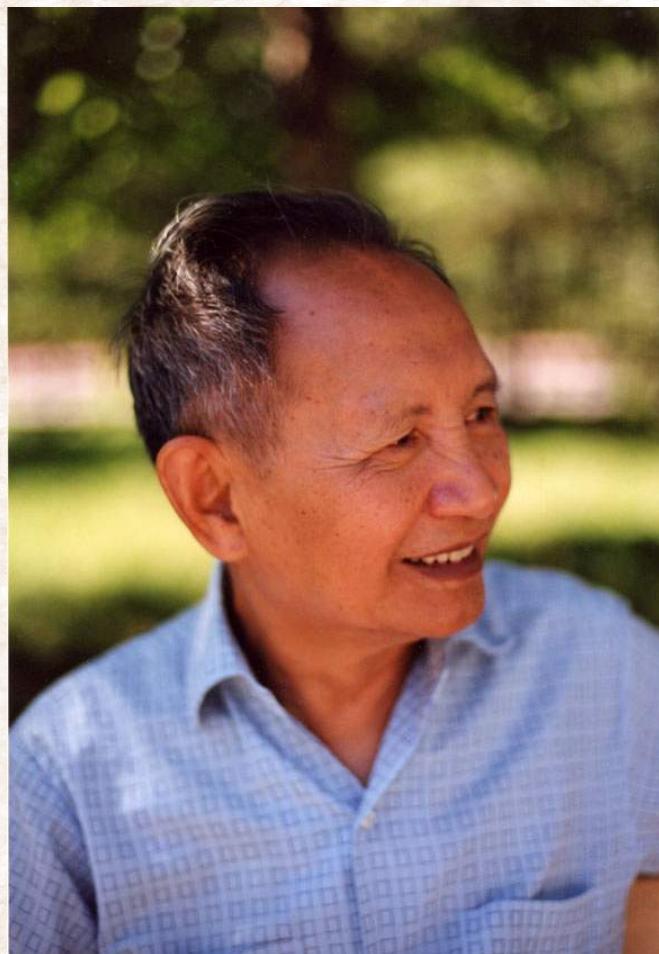
说完，萨爹叹口气——去年校庆，丁先生已经要坐轮椅来了。

言归正传。

王元挤在瓜棚子里挑西瓜好像有点儿不可思议，堂堂所长大人，科学院院士，审查陈景润论文的数学家陪着夫人挑西瓜——那年好像还没有院士的说法，但王元已经成为“元老”了，这份资历大家心里都明白的。莫非王先生在作秀？

那年头还没有作秀一说呢。王先生来挑西瓜很自然，第一，此人是学数学的，做事自然带了数的原则。数有什么原则？一半是“素”，一半是“和”么。

萨爹告诉我前几天在中关村街上看到王元先生，穿一身朴素的干部服，七十多奔八十的人了，还是那么精神；另有一位记者采访他，到了中午，王院士拉上记者就去了附近一个不起眼的饺子馆，吃的宾主尽欢，才十几块钱。王先生告诉记者，这儿周围的小馆子我都吃遍了，自然知道哪个好，哪个便宜。看着饺子，记者的题目都有了——“茶壶里煮饺子，心里有数”。干部服的朴素，吃饺子的随和，王先生去买西瓜有什么奇怪？第二，王先生的腰包也并不鼓。知识分子作了官，很多人学不会权钱交易那一套，甚至还想用自己的行为影响世风，虽然貌似螳臂挡车，但自古总是少



王元院士摄于2002年



王元院士在练习书法

不了这样脑子不转弯的人。和王先生同级别的一位所长与萨爹交往甚多，他的太太是中学老师，退休后给人补习，讲课费收入甚丰，遇到萨娘叹气曰：我真没见过这么多的钱……所长大人挣不出退休中学老师的讲课费来，王先生对着西瓜多核计核计显然也是经济基础所要求的。

魏歪脖的西瓜卖得好，不免萝卜快了不洗泥，不再称重，分大瓜小瓜而卖，大瓜三块一个，小瓜一块一个。

看着大瓜小瓜尺寸差别不是很大，很多人都拼命的往小瓜那边挤。

王太太好像也是这样，却听见王元先生说——“买那个大的。”

“大的贵三倍呢……”太太犹豫。

“大的比小的值。”王先生说。

王太太挑了两个大瓜，交了钱，看看别人都在抢小瓜，似乎又有些犹豫。

王先生看出她犹豫，笑笑说：你吃瓜吃的是什么？吃的不是容积，不是面积。那小瓜的半径是大瓜的三分之二稍弱，

容积可是按立方算的。小的容积不到大的 30%，当然买大的赚。

王太太点点头，又摇摇头——你算的不对，那大西瓜皮厚，小西瓜还皮薄呢，算容积，恐怕还是大的吃亏。

我就在他们身后，没好意思叫，却听王太太说得有意思，心想王先生到底是搞数学的，这生活上的事儿啊，说到底还是和理论不太一样。

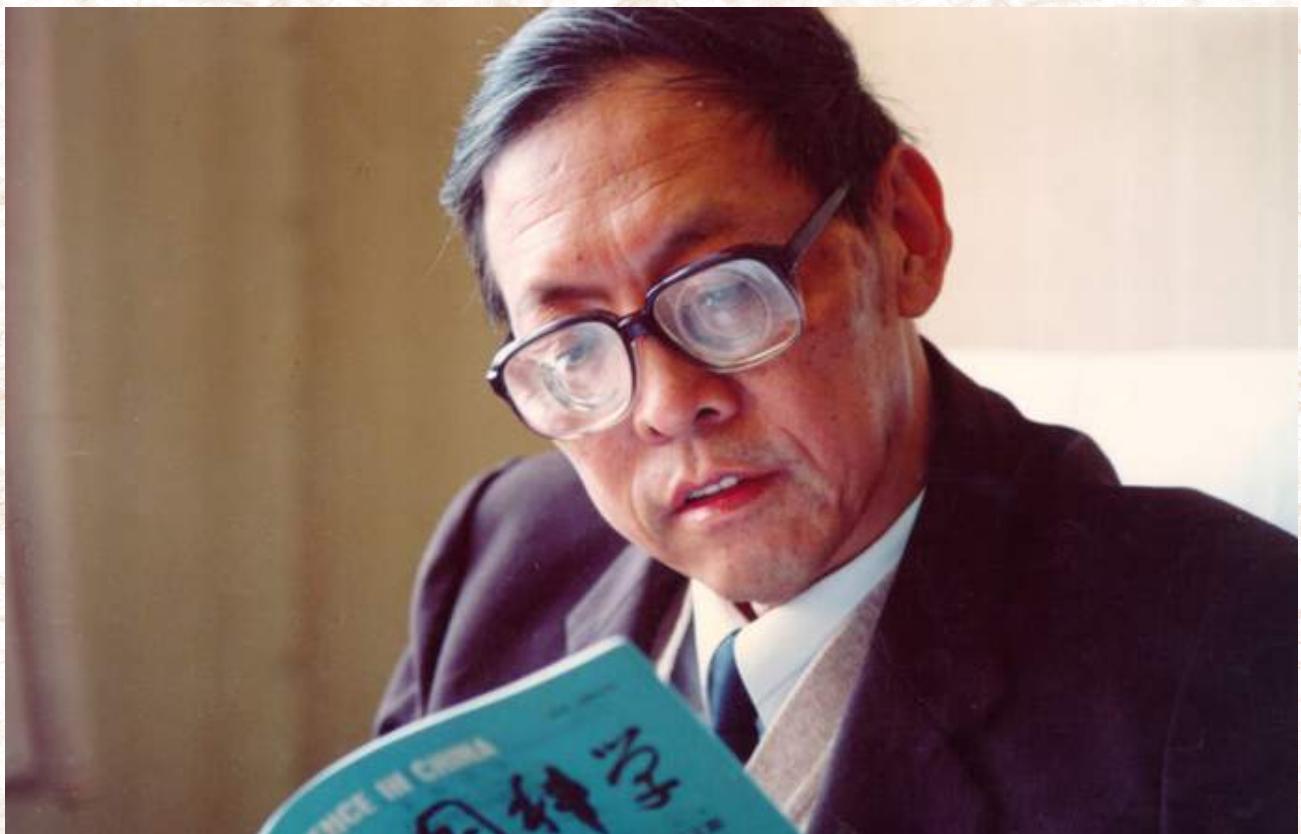
却见王先生胸有成竹，点点头道：嘿嘿，你别忘了那小西瓜的瓜皮却是三个瓜的，大西瓜只有一个，哪个皮多你再算算表面积看。

王太太说：头疼，我不算了……

两个人抱了西瓜回家，留下魏歪脖看得目瞪口呆，还有一个萨。

听说山东大学修校门，请了该校哲学家兼易经研究会的刘大钧先生起卦。

刘先生占校门，王先生买西瓜，予曰：物尽其用，人尽其才……



原山东大学校长潘承洞院士 (1934-1997)

## 毕不了业的潘承洞

萨苏

星期天，到机场接萨爹，回来路上想起一位朋友的嘱咐，便向萨爹打听数学家潘承洞先生的事情。大概因为萨写东西老出圈，萨爹有些紧张，小心翼翼地问，是不是有杂志约稿啊？你想问什么？潘先生对哥德巴赫猜想证明的改进？不不不，萨赶紧叫暂停，心说您打住，您讲数学我可是没少吃过苦头，我这儿开车呢您给我讲哥德巴赫猜想？待会儿撞桥墩子算谁的啊？连忙解释，我这朋友是山东大学学数学的，想了解点儿老校长当年在北大的情况，如此而已。

这样，萨爹放心了，说潘承洞啊，那可是好学生，潘承洞、潘承彪当时都在数学力学系，都很有才，所不同处，承洞相貌粗犷些，承彪就秀气些，说起来，兄弟俩都是北大数学系最好的学生呢。

怎么是最好的学生呢？

那当然了，你知道么？山东有一条“潘承洞路”，搞数学的这么多人，哪个能命名一条路的？

萨承认，老爷子说的没错，能命名一条路的，要么是张自忠那样的民族英雄，要么是闵子骞那样的大贤，数学家？顶多也就是“杨辉三角”，还怎么听怎么别扭，老让人家对老先生的脸型产生不健康联想。

人不能入错行啊，看看体操里的“佳妮腾跃”，同样的用人名命名，那多好听啊。说起来数学家还不是最惨的，想想您要是研究病毒的呢？

萨爹看看窗外，悠然神往的样子，说，就因为他是最好的学生，差点儿毕不了业。

这下子我奇怪了，哪有好学生还毕不了业的？



潘承洞与华罗庚

慢慢解释来，竟然还真有这样的事，好学生还毕不了业？

真的，按照萨爹的说法，潘承洞先生还真差点儿毕不了业，但这个责任并不在他。

萨爹在北大读书的时候，潘承彪和他是同学，潘承洞先生则给他们上课。那时候的潘承洞先生身份十分特殊，说他是老师吧，他自己还没毕业，说他是学生吧，可他又给学生上课。

而且他还尽管不少乱七八糟的事情，好像现在的办公室主任，萨爹记得有一年北京三建来维修学生宿舍，施工队有事找负责的老师，问他你找哪个老师？那施工队的非常有灵气，在嘴唇前面一比，大伙儿就明白了，潘承洞先生的门牙有点儿向外突，这个形象很鲜明。事后才知道，那几个施工的工人里面，居然有一位后来比潘先生还有名。多年以后，这位接见潘先生的时候叙旧，还提起来说那时候就是我给你们抹房顶呢——这位抹房顶的，就是后来的全国政协主席——李瑞环。只是当初找潘先生的是不是李主席，可就说不准了。

潘先生那时候在系里年轻有精力，多担一点儿事情是正常的。但他的身份比较特殊，大家都有点儿奇怪，这潘先生研究生读了五年，怎么还毕不了业呢？一来二去，学生们也终于明白了是怎么回事。

原来，潘先生毕不了业，纯粹是教育部和北大闹矛盾造成的。

北大数学力学系，培养出不少好学生来，比如张恭庆、高庆狮、王选等等，其中是有一点秘诀的。那就是这个系分配学生的时候很有“私心”。最好的学生，除了科学院面子太大没办法只好给几个，全部留校。因此，它的师资力量特别强。潘承洞先生1956年毕业以后，已经才名远播，也是顺利留校的。不幸的是他的才华太好，闵嗣鹤教授对他爱的

不行，又把他收了作自己的研究生。没想到这下子给自己找麻烦了。

大概是五八年，因为学生的分配问题，北大和教育部较上劲儿了。当时教育部批了几年北大的留校学生终于觉得不对劲，给北大来文件了——你每年好学生都自己留下了，而且还留这么多？有必要么？不能搞“儿孙满堂”，“近亲繁殖”啊，都分配下去到各省各部，不能截流！

北大这边也挺横——我培养出来的我不能先挑，还有没有天理了？没有好教师怎么能有好学生呢？你们眼光太肤浅。

官司打下来，自然是北大没有教育部的拳头大，只好捏着鼻子服从了。比如潘承彪先生，原来也是安排留校的，让这样一折腾，没办法只好改分配到农机学院了。

服从是服从，对潘承洞先生这样的，就实在舍不得。怎么办呢？上有政策下有对策，系里的办法就是——干脆不给潘先生毕业，你没毕业怎么分配阿。就这样把潘先生“扣”在了北大。

六零年萨爹完成学业，分配去科学院工作，回头一看，给自己讲课的潘承洞先生，咳，潘先生还没毕业呢……

直到六一年，北大才万般不舍地给潘先生办了毕业手续，分配山东大学任教去了——总不能让人家念一辈子吧？

一个研究生从五六年读到六一年，潘先生在当时大概也是创了纪录的。

### 作者介绍：

萨苏，本名弓云，汉族，祖籍河北，生于北京。1992年毕业于北京师范大学，第一份工作是在北京保利大厦做侍应生。自此先后在美国通用电气、AT&T、诺基亚、AMECO等公司工作，现为一家美国公司驻日的网络工程项目主管，住日本关西的小城伊丹市。因为亲戚中有几位文史方面的专业人士，养成对文史的爱好，曾兼任《环球时报》驻日本记者，现回到国内工作。他曾出版过《中国厨子》、《嫁给太监》、《梦里关山走遍》、《北京段子》、《与“鬼”为邻》等书。他是新浪最佳写作奖获得者，其新浪博客在2006年被评为年度新浪最佳写作博客。





1936年华罗庚赴英国剑桥前在颐和园的留影

## 华罗庚逸事

袁传宽

我从北京大学毕业时，正值“文化大革命”时期，被分配到甘肃省，当了一名中学教员。1978年风暴过去，拨乱反正，国家各行各业恢复了正常秩序，我也准备去兰州大学数学系工作。突然，清华大学发来公函，商调我与妻子回京赴清华大学任教。我喜出望外，却又一头雾水。时隔多日之后，华罗庚教授才告诉我：“遇到了刘达同志，把你们夫妇的名字和工作单位写给了他。”当时的刘达是清华大学的校长。

“文革”中，华罗庚身处逆境，但对否定“数论”十分不以为然，私下对我说：“‘数论’虽然是很抽象的理论，可它非常有用。能不能把它派上用场，那要看自家的道行。”接着，他给我讲了一个故事。在抗日战争时期，华罗庚有一

次出国考察前曾在庐山集训。当时国民党政府的兵工署署长（后任国民政府国防部长）俞大维特地上山，请他帮忙破译日军密码。俞大维说：已经研究了好几个月了，仍然一筹莫展。华答应“试试看”。俞大维很高兴地说：“马上让人把他们近来的工作送来，以供先生参考。”

华罗庚说：“不必了，但需要给我几份你们近日截获的密码原文。”智力非凡的华教授仅一夜之间就把日军的密码破解了。他对我说：“我就是用上了‘数论’中的‘缪比乌斯函数’！”

日军那时使用的密码技术，是把原来的文件，俗称“明文”，用数学方法变换一下，谓之“加密”。加密后的文件，俗称“密文”。“密文”传输出去，即使被截获，别人也如同雾里看花，难解其意。

看过截获的日军密文，华罗庚以他那过人的智慧、对“数论”的精通、对数字的敏感和对密码原理的洞察力，极快地发现了日军密码的秘密：从明文变换到密文的加密过程，日军使用的原来是“缪比乌斯”。

1990年，我的朋友陈树柏教授，计划在美国硅谷创办一所以培养高科技人才为目标的新型大学。为此，他走访美国的政治、经济、学术、企业各界人士，寻求支持，谑称“化缘”。一天，他拉我一同去拜访蔡孟坚将军。此人在海峡两岸、国共两党内都非常“有名”，因为他经手主办过“可能改写中国现代历史”的事件。

蔡孟坚何许人？国民党原有两个情报系统，一个是“军事调查统计局”，简称“军统”，由戴笠负责；另外一个系统叫做“中央调查统计局”，简称“中统”，由陈立夫负责。蔡孟坚是“中统”干将，少将衔，据说是国民党里最年轻的将军，深受蒋介石器重。1930年，他24岁，被派到武汉，是“中统”驻武汉的特派员。不久之后，蔡孟坚抓捕了当时的中共中央政治局候补委员、特科负责人顾顺章，而顾随即叛变，并且供出了包括周恩来在内的许多中共高级领导人的住址等重要情报。幸亏打入“中统”高层的中共党员钱壮飞截获了相关电报，立即赶赴上海，报告了顾顺章叛变的消息。当“中统”特务们赶去搜捕时，周恩来刚刚在10分钟之前及时转移了。周恩来比蔡孟坚谋高一筹。

我和陈树柏驱车到蔡孟坚位于北加利福尼亚的寓所见他，那年他已85岁，身材不高，精神矍铄，思维敏捷，声音洪亮。听说我来自中国大陆，并且在甘肃工作过，马上问我是否吃过“白兰瓜”。兰州的白兰瓜全国有名，甘肃人颇以其为骄傲。蔡孟坚告诉我，那是在他当兰州市市长时从美国引进的。这令我“小”吃一惊，于是追问：如何引进？



1937年与清华同事在剑桥留影：核物理学家张文裕（左一），华罗庚（左二），物理学家王竹溪（右一）。

“白兰瓜就是美国的‘Honeydew’，我偷了它的种子，带回兰州试验，没想到居然生长得很好。”

我恍然大悟。“Honeydew”译成中文应该是“蜜露”的意思，是美国一种香瓜的名字，多美的名字。这瓜一年四季在美国的超市随处可见。白兰瓜果然与蜜露的样子近似，但白兰瓜更为甜蜜，许是兰州的水土更适合蜜露生长。

他还告诉我，当年他如何改造兰州的警察，从服装，到风纪。言谈间看出蔡将军内心深处对那他曾作过一任父母官的兰州感情颇深。

将军十分健谈，又问我：知道不知道大陆有个了不起的数学家华罗庚？我告诉他：不仅知道，还很密切，他是我的恩师！接下来蔡将军的话可要令我“大”吃一惊了：

“我们是50年的朋友了！当年我亲见华教授破了日本人的密码，1980年我们还见过面。”我的兴头上升了：“愿闻其详。”蔡将军于是娓娓道来。

1943年，国民党政府听说美国有了原子弹，打算组团到美国考察。正式组团之前，政府邀请部分科学家如华罗庚教授等，和情治系统的特工如蔡孟坚将军等，到庐山“集训”，研究判断中国制造原子弹的可能性。华、蔡二位先生于是成为“室友”。

兵工署署长俞大维是留美数学博士，在数理逻辑方面颇有造诣，他很钦佩华罗庚教授的才学。听说华先生在山上，特地赶到住地拜访。谈话之间说到日军密码的困扰，恳请华先生助一臂之力，破解日军军事密码。华应允下来，深知事关重大，十万火急。他连夜观察、反复比对，仔细寻觅密码

中数字的规律，彻夜未眠。蔡将军说：次日清晨，华教授如厕，出来后手中拿着数张手纸，上面写满了字，交给蔡孟坚说：“问题已经解决，但我没有时间重新抄写了。就请将军立即转交俞署长。”

蔡将军说：俞大维知道以后，火速派人把蔡孟坚接走，急不可待地阅读华教授的手稿，然后拍案叫绝，欣喜若狂，马上传令部下：火速按照华罗庚教授指教的办法解码！大获成功，所截获、破译的日军密码都是极其紧要的军事情报，例如日军飞机轰炸昆明的计划等等。蔡将军对华先生钦佩得五体投地：“华教授了不起，立了大功！蒋介石要亲自见他，还送他照片，我陪着他去的庐山牯岭。”

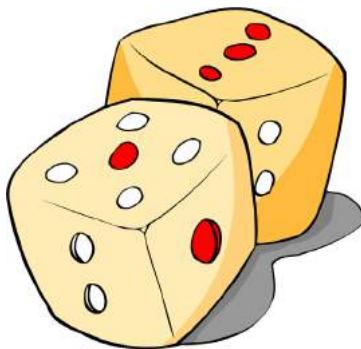
破译日军密码，一个故事，两人讲述，内容吻合，互见互补。

华教授是蔡将军终生难忘的朋友。无巧不成书，1980年，大陆改革开放，华先生首次率团出访美国，就在一家饭店的大厅，两人不期而遇，并且刹那间都认出了对方。那次重逢的5年之后，华先生仙逝东瀛。

“古来万事东流水”，蔡孟坚将军历尽沧桑，目睹兴亡，似已看破红尘。对于先生的逝世他感慨说：“人间使命，圆满完成，驾返瑶池，何必留恋。我和华教授有缘分，还会再见面。”



作者与华罗庚1984年在美国合影



# 上帝掷色子

—— 2008 美国统计年会杂记

万精油

关于美国的年会我写过好几个。比如数学年会（题目是谁想当数学家）；羽毛球全国老年年会（题目是生命不息，拼搏不止），以及美国围棋年会。但对我参加过多次的统计年会却一直没有写。一方面因为没想到好的标题，另一方面担心大家觉得统计很枯燥。最近看一篇关于量子力学的文章，提到爱因斯坦的著名论断：“上帝不掷色子”。统计学实际上就是关于掷色子的学问。根据观测到的数据来推出色子的一些性质。或者已知色子的性质算出某种情况出现的概率。用“上帝掷色子”作标题，借着爱因斯坦的名气或许可以抓一些眼球。

有了标题算是有了好的开头。每年的统计年会有意思的事情不少，写起来就比较容易了。

## 一英里高的城市

还是老习惯，先来一段与统计无关的轻松话题。

2008 年的年会在美国科罗拉多州的丹佛市召开。飞机刚着陆喇叭里就传出机长的迎宾词：“欢迎来到一英里高的城市” (Welcome to the Mile High City)。丹佛的海拔正好是一英里 (1609 米)，这也算是很巧合的事。这个高度比起其它一些高原城市来说算不了什么，比如拉萨的海拔就比这里高出一倍还多。但对于我们这些居住在平原的人来说，这个高度就有明显的效应了。

首先，天显得出奇的蓝。这种蓝天我只在云南大理看见过。回来查了一下，大理的海拔比这里还要高。另外一点就是感到氧气不足。一般走路似乎还没有什么感觉，但跑起来

就明显喘不过气来。刚来的第一天开会开到很晚，已经不能出去跑步，只好到旅馆里的健身房去跑。没想到平均七分钟一英里的速度竟然坚持不下来，只好往下调。最后调到七分半钟的速度才勉强跑完三英里，而且已经累得不行。第二天早上起来时的静止心跳也串到每分钟七十多下（在家时我一般都在五十以下），难怪跑不动。后来听人说一般人要好几个月才能完全适应这种情况。跑步不行就做重力训练，缺氧的情况对此不影响。事实上因为海拔高，这些铁块应该比标明的重量轻一点。或许是心理原因，在旅馆健身房几天下来，我竟然打破了我平常的重量纪录，压腿终于可以压到三倍于我的体重。

这里的人已经习惯了这种状况，跑步不受影响。我抽空去了一趟 科罗拉多斯普林斯 (Colorado Spring)，路上看见很多跑步和骑车的人。最有意思的是有些马路上还专门给自行车留一条道（比一般的车道窄三分之一左右），在美国其它地方我还没有见过。为此对这里留下了很好的印象。

因为接近民主党大会，城市里到处挂着民主党的宣传条幅，也算是一景。

## 上帝掷色子

爱因斯坦“上帝不掷色子”的话针对的不是统计，而是对海森堡测不准原理所给的一个哲学断语，属于可知论与不可知论的争议范畴。统计在物理上的重要性是不可争的，它作为热力学、量子力学的理论基石之一也是众所周知的事实。爱因斯坦 1905 年发表的五篇重要文章中，除了相对论与光

电效应（因此而获诺贝尔奖）的文章外，还有一篇关于布朗运动的。这布朗运动可就是实打实的依赖于统计。统计不单是在物理这样的理论上有用，在现实中的应用更是到了无所不及的地步。政治、经济、管理、体育、制药，你想得出来的领域都或多或少地可以找到统计的应用。来开会的人除了学校的教授、研究生，相当一部分来自政府各部门（卫生部、标准局、药检局）、各大制药公司、华尔街投行等等等等。洋洋五六千人，可谓声势浩大。

大会的演讲程序表，单是题目及主讲人就列了好几页。“线性回归”，

“蒙提卡罗”，“基因矩阵”，“棒球比赛数据”，“选举加权”，五花八门的题目真是应有尽有。这也是我很喜欢来参加这个的原因之一。总能找到有兴趣的演讲听，开会效率很高。

最近看到一本书上有一章的题目是：“上帝不掷色子，或许会玩牌”，其实还是一个意思。规律定在那里（比如万有引力、电磁场），剩下的就是按这些规律的运动。变量多了，系统就很复杂，宏观上的结果就带有很多随机性，与掷色子差不多。因为有大数定理（或者叫中心极限定理），统计总会在现实中到处派上用场。上帝的色子总是要继续掷下去的。

### 有偏差的样品

斯坦福大学的统计教授笛阿孔尼斯 (Persi Diaconis) 在课堂上给学生表演掷硬币，说是想掷头就掷头，想掷尾就掷尾，可以掷出任何给定的概率。如果用它掷出的结果做样本去估计那个硬币的性质就不会得到正确的结果，因为样本有系统误差。

笛阿孔尼斯是数学界很传奇的人物。他能准确地掷出头尾是因为他从 14 岁到 24 岁都是在各地巡回演出的职业魔术师。24 岁时他想弄清楚一些组合游戏里面的原理，就请人



斯坦福大学的统计教授笛阿孔尼斯掷硬币可以掷出任何给定的概率；因为他从 14 岁到 24 岁都是在各地巡回演出的职业魔术师。

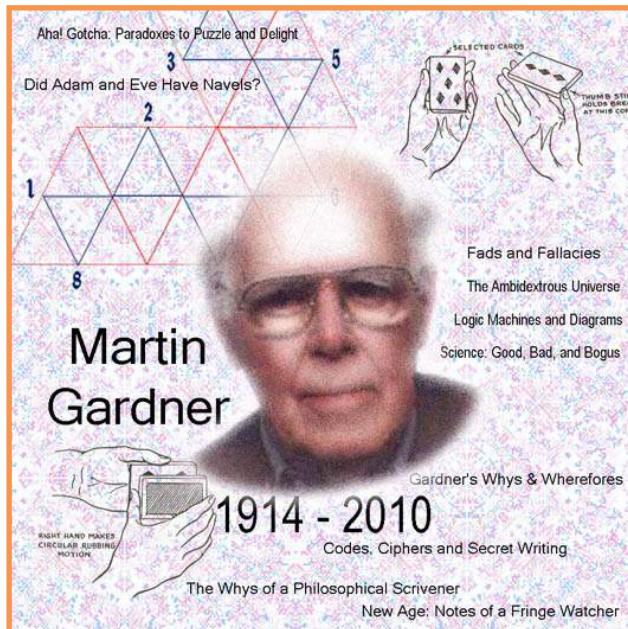
给他推荐一本概率书。别人给他推荐了费勒的概率数学原理，可惜他看不懂，因为他不懂微积分。为了弄懂费勒的书他决定上大学。两年就数学本科毕业。这时他已经被数学、统计这些理论东西所吸引，决定继续读研究生。而且说要读就读最好的，于是就申请哈佛。本来，凭他的成绩是进不了哈佛的，因为他第一年的微积分得了两个 D。所幸的是他有著名趣味数学专栏作家嘉德纳 (Martin Gardner) 给他写推荐信。推荐信说：“数学的东西我不是太懂，但我知道在过去十年里

发明的最好的十个数学魔术中，这小子发明了其中两个。凭这点你们是不是应该多考虑一下”。几乎每个数学家都是嘉德纳的粉丝，哈佛数学教授也不例外。嘉德纳的话份量很重，笛阿孔尼斯当然就进了哈佛。事实证明嘉德纳的眼力是不错的。笛阿孔尼斯经过哈佛的熏陶终于成了数学、统计上的大家。他的研究范围很广，证明的定理当然也很多。其中一个定理在非数学界也很有名气，那就是“洗牌定理”。说的是一个付 52 张的牌要洗七次才能洗匀。洗少了不匀，洗多了没必要。所以你下次打牌一定要洗七次。如果洗太少，上次有人出拖拉机，就要影响下次牌的分布。

笛阿孔尼斯的故事很多，可以写一本书。我们还是言归正传，谈我们的样品偏差。

样品偏差有些是人为的，比如笛阿孔尼斯掷的硬币；有的是无意识的，比如有人用佛罗里达的数据得出结论说富人死亡率高于穷人死亡率。事实上因为很多老人搬到佛罗里达去度晚年，最后死在那里。这些老人平均起来比当地人要富很多，大大影响了死亡人员的经济情况。

这次会议中听到一个有意思的样品偏差的例子。说是二次世界大战时，美国国防部有人研究战斗机应该把飞行员放在什么位置比较安全。他从所有飞回来（没有被击落）的飞



马丁·嘉德纳 (Martin Gardner; 1914-2010)，名声显赫的业余数学大师、魔术师、怀疑论者，他曾经为《科学美国人》杂志趣味数学专栏写作长达 20 多年。嘉德纳没有数学博士学位，但是他的作品能让广大普通读者和数学家为之着迷。

机上的弹孔取样做统计。发现有个位置弹孔很少，于是得出结论那个位置最安全。后来有人说：那个位置上有弹孔的飞机大概都被击落了，所以，飞回来的飞机上那个位置的弹孔最少，或许那是最不安全的位置。显然这个人的统计没有学好，或者说战争年代高人都去造原子弹去了。

这种偏差样品现实生活中也能找到很多例子。比如你如果用三鹿奶粉来测一般奶粉的成分，那就有系统偏差。另一个更切实的例子是，我经常听一些从中国回来的人说，中国人现在生活比美国好。说是他们的同学个个开好车，顿顿吃饭馆，家事有佣人。不象我们在美国下班后回家还要做家务，周末还要割草。对这些论点我不敢赞同。首先生活质量的判别有许多因素，另外，后园有草割也不见得都是坏事。但我反对的原因主要还是样品的偏差。需知这些过得好的同学都是在大城市，不能代表绝大多数农民。实际上这些同学也不能代表大城市的居民，甚至连他们的同学都不能代表。很可能的情况是这些是同学中混得最好的一小部分。你从国外回去，混得好的同学来找你，表示他们混得不比你差。而这些混得好的同学常常也是同学聚会的积极组织者。混得好不到老同学处显摆一下岂不是锦衣夜行。所以我说这些同学是带有严重偏差的样品。

## 博览会

数学会也好，统计会也好，与年会同时进行的都有一个博览会。就是与它有关的各个商家在这里宣传他们的产品，还有各政府部门在这里摆摊招工。最多的当然是书商，其次是各种各样的数学与统计软件。十几个篮球场那么大的大厅被这些厂家占得满满的。

每个厂家为了吸引顾客，都在自己的亭子里放一些免费小礼品，各种各样的笔、书签，鼠标垫等等。大家边看边拿，一圈走下来，差不多装半个塑料袋。有些礼品还真是很实用。比如房利美 (Fanniemae) 的笔形螺丝刀，体积比一支笔大不了多少，却有四种不同的螺丝头，很实用。谷歌 (Google) 的闪光胸针设计得也别致有趣。

还有些艺术家在这里卖数学艺术品。比如那个卖克莱茵瓶的就是每会必到。克莱茵瓶是二维无定向曲面。虽然怀特定理说可以把它嵌入到欧氏空间中，但那需要四维空间。要在三维里做克莱茵瓶，就必须得自相交。这自相交在什么地方交，以什么方式相交，可以产生各种各样的克莱茵瓶。这些克莱茵瓶怎么把水倒进去，倒出来都可以研究一番。我没有买过，每次看见都要想如果里面脏了怎么洗。另一个每会必到的是卖科学衫的。在 T 恤衫上印出各种科学幽默、卡通。我每次都买一两件。最喜欢的一件是：一个有曲面积分的式子，里面有椭圆函数等一长串数学符号，下面是一句问话：到底哪一步你不懂？(Which part of this don't you understand?) 我们家的 T 恤衫除了跑步比赛发的以外，差不多都是这些科学衫。

对我来说当然主要是转书铺。这里买书可以比书店便宜百分之二十。与工作有关的书可以报账，便不便宜也无所谓。但自己买书百分之二十还是比较可观的。有时还会有意外惊喜。上次买一本趣味数学书，正遇到作者 (Peter Winkler) 在那签名。我对趣味数学有很大的兴趣，正好借机与他聊了半天，收获很大。

对数学软件我也很感兴趣。我并不是要买这些软件，而是对他们的一些设计或相关的东西有兴趣。有一次我走到软件公司 Mathematica 的亭子面前。亭子里一个工作人员过来与我打招呼。我随便瞟了一眼他衣服上别的名片，眼睛突然发亮。

我：哇，你就是大名鼎鼎的 Eric。

E：大名鼎鼎不敢当，我就是 Eric。

我：你的数学世界 (MathWorld) 给我太多的帮助，我真应



埃里克·韦斯坦因 (Eric W. Weisstein)，1969 年出生于美国，是数学方面网上百科全书数学世界的创始人。主要编辑 MathWorld、ScienceWorld 等著名网站。

该谢谢你。

E：很高兴它能对你有帮助。

我：你知不知道你的数学世界是我浏览器上的第三个常用地址。

E：让我猜一猜，第一个肯定是谷歌 (Google)，第二个大概是维基 (WIKI)。

我：全说对了。

E：很荣幸能排到第三，我一个人的能力也不能与它们竞争。

我：难道数学世界都是你一人之力吗？

E：以前都是我一个人，后来有些人帮忙。不过 95% 以上都是我自己搞的。

我：厉害厉害。谢谢。

埃里克·韦斯坦因 (Eric Weisstein) 是加州理工学院的物理博士。从高中开始就收集数学公式及相关信息。后来把它放到网上，一直发展成现在的数学世界。数学世界是数学方面的网上百科全书，相当于维基，在数学界享有盛誉。不

过它比维基早很多，而且运作方式也不一样。加入 Wolfram Research 公司以后，数学世界已经扩展成科学世界 (www.scienceworld.com)，其中包括数学世界、物理世界、生物世界等等，建议大家去看一看。韦斯坦因现在是国家电子图书馆的活跃人物之一，也算是牛人。与他聊天收获很多。后来我们又聊了一些数学软件的设计，Mathematica 与 Matlab 的比较，非常有趣。临走时我给他们提了一些建议，没想到回来以后收到他们发展部门的邮件说你的建议非常好，我们正在考虑采用。

每次开这种会，我都要在博览会 (EXPO) 里呆好几个小时。收获虽赶不上听学术报告，但也算相当重要的一部分。

## 高维问题

虽然说是讲故事，但统计会杂记总免不了要讲一些理论性的东西。还是挑一样现在比较热的东西来讲一讲。

传统的统计一般是三五个参数，几十上百个样本，用这些样本来估计那几个参数或者建分类模型。现在差不多倒过来了。经常出现十来个样本，几万个变量的情况。比如常见的基因矩阵数据 (MicroArray)，十几个矩阵数据，几万个“基因”都是变量。学过数学的都知道，一般情况下，如果变量比方程多，可以有无数多个解。通过传统方法用这些数据建模型，几乎可以得到任何你想要的结果。事实上现在有不少人就是这样做的，把原始数据做这样或那样的变换然后用来建分类模型。这样做出来的结果，按范剑青的话说“与随机猜测同样糟糕”。

范剑青出国前是中国科学院应用数学所的研究生，现在在普林斯顿当教授。算是中国出来的留学生中出类拔萃的人物，照网上的流行语，算是“大牛”。他在这次会上给了一个“高维数据”的报告，讲的就是这个问题。因为是大牛做报告，听的人把大厅挤得满满的。他用实例指出没有选择地全用这些高维数据推出的结果等同于随机猜测。

另一个由高维数据带来的问题就是假正问题 (False Positive)。一般的假设检验都用 5% 作为分界线。小于 5% 的事件被认为是小概率事件。可是，如果对每个变量做假设检验，几万个做下来，小概率事件也几乎成了肯定事件。这就是所谓假正问题。一米八五的个子是小概率事件，但在全中国找几十万个也不会有问题。当然，假正问题变量少的时候也存在，只不过当变量多的时候，这个问题就变得更加突出。

基因矩阵数据是现在很热门的话题，大会中有很多报告



本科毕业于复旦大学的范剑青现在是普林斯顿大学统计系讲座教授，2000年COPSS统计大奖获得者。

都是围绕这个问题在展开。其中很多方法涉及到很深的数据分析知识（比如非负矩阵分解），对我这种有数学背景的人正对胃口，所以这种报告我几乎都去听。这也算是我现在的工作中最接近前沿的了。

### 统计会上的中国人

最后还是谈点轻松话题结尾。

这个大会与数学大会一样，也搞了一个知识竞赛。数学大会的竞赛叫“谁想当数学家？”。统计大会这个竞赛叫“统计杯”。本来想谈一下这个竞赛，可是不论从形式到内容都比数学大会的竞赛差太多，不谈也罢。还是另选话题吧。

五六千人的大会大概有四分之一的中国人。大会花名册的最后几页（从W到Z）几乎被张王赵周这些中国大姓占满了（还有于俞余的统一拼法Yu）。有些小讲座从主持人到演讲者几乎都是中国人。

我读书的时候，读数学的都去摘皇冠上的明珠，搞数论、几何之类的，统计算冷门。现在讲究实用主义，统计一下变热了。学数学的如果不改行，只有在学校当教授。学统计的却可以在学校、公司、政府部门到处找到事做。统计现在是如此的热门，以至于许多从前不搞统计的人现在也往统计上靠。这次会议上碰到十几年前的一个邻居，学经济的，也摇

身一变成了统计学家。在博览会看见一个人觉得面熟，聊起来原来在羽毛球比赛时见过，现在也搞起统计来了。看到大会材料中一个什么委员会的主席名字很眼熟，后来见面才发现是与我在中文学校一起打乒乓球的家长。这阵势大有全民搞统计的味道。

前几年开会还能碰到一些过去的同学，现在很少碰到了。大部分中国人都是年轻人。与一帮中国人一起吃饭，聊天中得知其中一位今年博士毕业，他的导师是我在科学院读研究生时的同学的学生。按照金庸武侠小说的说法，他应该叫我师叔祖了。相当一部分的参会者都是这样的年轻人，我这个年龄的人越来越少了。不过我现在来开会主要是来长长知识，顺便逛一下开会的城市及周边，能不能碰见老朋友不是很重要。当然，如果碰见了老朋友就多一份惊喜。

明年的统计会在华盛顿特区，希望到时候能碰见更多的朋友。

作者后记：这是两年前写的文章，现在读起来居然完全没有过时。事实上，随着计算机技术的发展，一切东西都数字化了。需要用到统计的东西越来越多起来。去年八月纽约时报一篇讨论什么专业最有前途的文章标题是，“对今天的学生来说，就一个词：统计”。(For Today's Graduate, Just One Word: Statistics)，见 <http://www.nytimes.com/2009/08/06/technology/06stats.html>。此文说，未来十年，统计将会是最有前途的专业。



### 作者介绍：

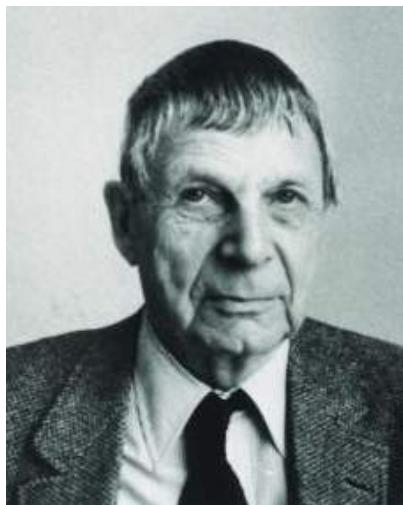
万精油，本科毕业于四川大学数学系。中国科学院数学研究所硕士，美国马里兰大学数学博士。业余时间爱好写作。以杂文，记事为主，科普为辅，偶尔也写小说。代表作为科幻小说《墨绿》，获新语丝文学二等奖。因为兴趣广泛，起笔名为万精油。

# 聊聊数学家的故事

(连载二)

ukim

写给那些，喜欢数学和不喜欢数学的人们  
写给那些，了解数学家和不了解数学家的人们



阿尔夫斯 (1907-1996)，芬兰数学家

下面是一个很传奇的事情，希望那些认为数学“没有用”的看看数学家是如何认为数学是有用的。阿尔夫斯说以下这些话时，正处受封锁的二战时期。“费尔兹奖章给了我一个很实在的好处，当被允许从芬兰去瑞典后，我想搭火车去见一下我的妻子，可是身上只有 10 元钱。我翻出了费尔兹奖章，把它拿到当铺当了!!!!，从而有了足够的路费……我确信那是唯一一个在当铺里呆过的费尔兹奖章……”

当时的人们无一不认为他将是那种不朽的数学家。但是事实证明，外尔的伟大无人能比，尽管哈尔在测度论上贡献突出，但是柯朗还是说他和外尔“根本没法相比”。

后来成为钱学森导师的冯·卡门 (von Karman) 通过哈尔的介绍来到哥廷根，等到哈尔去了匈牙利之后，他很快成为“圈”内的领袖。外尔和冯·卡门同时爱上了一个才貌双全的女孩，并且展开了一场竞争。最终圈内人都感到特别的沮丧，因为那个女孩子选择了外尔。圈外人外尔再一次证明了他的优秀。

## 故事七：哥廷根的传说 (2)

外尔 (H. Weyl) 刚去哥廷根的时候，被拒之“圈”外。所谓的圈，是指特普利茨 (Toeplitz)、施密特 (Schmidt)、赫克 (Hecke) 和哈尔 (Haar) 等一群年轻人。大家一起谈论数学物理，很有贵族的感觉。一次，大家在等待希尔伯特来上课，特普利茨指着远处说：“看那边的那个家伙，他就是外尔先生。他也是那种考虑数学的人。”就这样子，外尔就不属于“圈”这个集合了。这个故事是柯朗 (R. Courant) 讲的。

当时哈尔是希尔伯特的助手，哥廷根



外尔 (1885-1955)，德国数学家、物理学家

## 故事八：哥廷根的传说（3）



艾德蒙·朗道 (1877-1938)，德国数论专家

开始讲一下艾德蒙·朗道 (Edmund Landau) 的故事，另一个著名的朗道是俄国的物理学家，后面也会谈到。艾德蒙·朗道是后来的哥廷根的数学系系主任，此人不仅解析数论超强，而且超级有钱。曾有人问他怎么能在哥廷根找到他的住处，他很轻描淡写地说：“这个没有任何困难，因为它是城里最好的那座房子。”

1909-1934 年的数学系系主任就是艾德蒙·朗道了。朗道的工作习惯很奇怪，用 6 个小时工作，6 个小时休息，如此交替。他收到过无穷多关于证明了费尔马大定理的信件，后来实在没有精力处理，就印了一批卡片，样子大概是这个样子的：

亲爱的 \_\_\_\_\_

谢谢您寄来的关于费尔马大定理的证明。

第一个错误在 \_\_\_\_\_ 页 \_\_\_\_\_ 行。这使得证明无效。

艾德蒙·朗道

尽管有很多的稿件都退回了，但据说剩下的还有 3 米多高。

朗道是比较自大的那种人，根本看不起物理、化学之类，甚至看不起应用数学。他把任何和数学的应用有关的东西贬为“润滑油”。一次，斯坦豪斯 (Steinhaus) 的博士考试需要一个天文学家的提问。朗道似乎很关心，就问斯坦豪斯都被问了什么问题。当知道被问的问题是有关三体问题的微分方程的时候，他大声地说：“啊，如此说来，他竟然知道这个……”



庞加莱 (1854-1912)，法国数学家、物理学家

## 故事九：哥廷根的故事（4）

戴恩 (Dehn) 是希尔伯特最得意的弟子之一，曾经率先解决了一个希尔伯特的问题。戴恩离开哥廷根，躲避纳粹追捕的时候，经过苏联。换火车时，在海参崴逗留了一阵，闲来无事就去了当地的图书馆。这里的数学书仅仅占了一个架子，且全部都是“施普林格”的黄皮书 (施普林格应该说是对数学物理的传播发展推动最大的出版社了)。

庞加莱 (Poincaré) 也曾去哥廷根演讲，顺便攻击了一下康托 (Cantor) 的集合论。他演讲的时候策梅罗坐在靠近他脚边的位子上，当时策梅罗 (Zermelo) 恰好证明了每个集合都可以良序化，然而庞加莱并

不认识策梅罗，他大喊道：“策梅罗那个几乎独创的证明也应该彻底地毁掉，扔到窗外去！”策梅罗本来就性情古怪暴躁，那天更是绝望盛怒。柯朗 (Courant) 甚至认为策梅罗一定会在那天吃正餐的时候杀死庞加莱。



哥廷根大学大讲堂

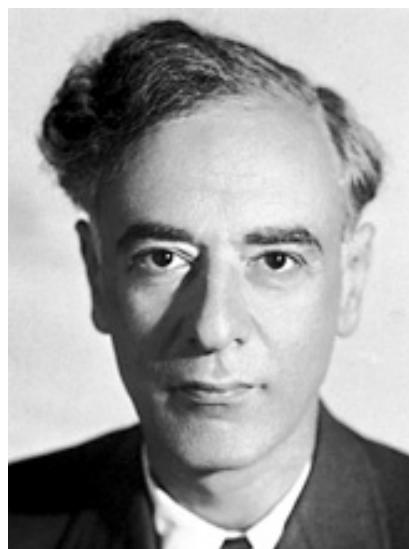
卡拉特奥多 (Caratheodory) 是希腊的一个富人子弟，在测度论等很多方面有着重要的贡献。北大图书馆还有他的一本讲复变函数的书，非常的几何化，特别优美。他当初是一个工程师，26岁突然放弃了这样一个有前途的职业来学习数学，众人很不理解，他说：“通过不受束缚的专心的数学研究，我的生活会变得更有意义，我无法抗拒这样的诱惑。”他选择的学校是哥廷根。

奥斯卡德 (W. F. Osgood) 原来是哈佛大学的数学教授，来中国讲过课，我这里还有他在中国的讲稿。他也是哥廷根毕业的，娶了一位德国姑娘，在美国也保持着德国的传统。大概是受哥廷根的影响太大，奥斯卡德做事都模仿克莱因。他留着欧洲式的头发，抽烟的时候不停地用小刀戳雪茄，一直抽到发苦的烟蒂头。



康托 (1845-1918)，德国数学家

## 故事十：广义相对论



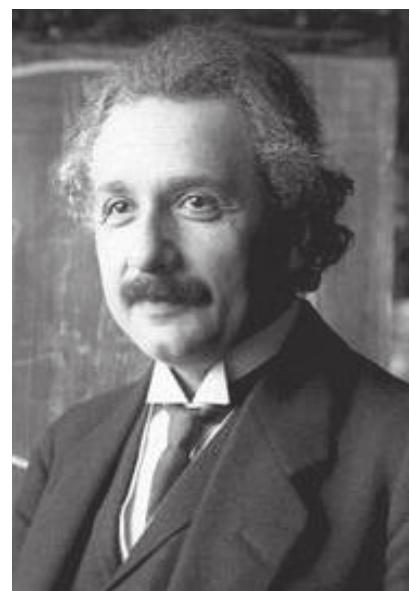
列夫多维奇·朗道 (1908-1968)，1962年诺贝尔物理奖得主

阿尔伯特·爱因斯坦构思广义相对论的时候，尽管他的数学家朋友教了他很多黎曼几何，他的数学还是不尽如人意。后来，他去哥廷根给希尔伯特等很多数学家做过几次报告。走后不久，希尔伯特就算出来了那个著名的场方程（希尔伯特的数学当然比爱因斯坦好很多）。不久，爱因斯坦也得出来了。有人建议希尔伯特考虑这个东西的署名权问题，希尔伯特很坦诚地说：“哥廷根马路上的每一个孩子，都比爱因斯坦更懂得四维几何。但是，尽管如此，发明相对论的仍然是爱因斯坦而不是数学家。”

据说，爱因斯坦的场方程的第一个球对称的解，也就是施瓦茨查尔德 (Schwarzschild) 解，是同名的这个人，在一战的战壕里给出的。施瓦茨查尔德是哥廷根大学天文学的教授。艾丁顿 (Eddington) 是一个伟

大的天文物理学家，下面这个故事是讲他如何吹牛的。爱因斯坦的广义相对论发表没有多久，有记者去采访艾丁顿，说：“听说世界上只有三个人懂得这套高深的理论，不知这三个人都是谁？”艾丁顿低头沉思，很久没有回答。那个记者忍不住又问了一遍，艾丁顿说：“我正在想谁是第三个人……”

似乎每一个大人物都以和爱因斯坦交谈过而感到无比的光荣。杨振宁曾说，他当初见爱因斯坦的时候，过于激动，以至于事后根本不知道自己说过什么，而爱因斯坦又说过什么；列夫多维奇·朗道，苏联最伟大的那个物理学家，说自己当年参加某会议的时候，有幸和爱因斯坦说过几句话。但是某个认识朗道的人说他纯属幻想。当时此人和朗道一起，坐在那次开会的大厅的最后几排，连听都听不清，根本不可能谈话。可见朗道对爱因斯坦的景仰程度。



爱因斯坦 (1879-1955)，最伟大的物理学家

## 书评

## 乌拉姆自传《一个数学家的经历》

丁 玖

去年是杰出的美籍波兰数学家斯塔尼斯拉夫·乌拉姆 (Stanislaw Ulam, 1909-1984) 诞辰一百周年，也是他去世二十五周年。在其生前身后的几十年，乌拉姆，这位不到二十岁就以证明无穷集合重要定理而留名数学史的神童、极具原创力的几大科学领域的先驱、鲜为人知的“氢弹之父”，他的思想、文章、以及那闻名于世的 150 页《数学问题集》(A Collection of Mathematical Problems, 1960)，始终不断地给一代代科学爱好者、研究者启迪与动力。

乌拉姆去世前不久，在他法国太太弗兰科斯·乌拉姆 (Francoise Ulam) 帮助下撰写的自传《一个数学家的经历》(Adventures of a Mathematician, 1976)，是我读过的英文版科学家传记中的钟爱。在这本客观、幽默、机智、耐看的自传中，乌拉姆不光栩栩如生地忠实记载了自己的一生经历和科学生涯，也妙笔生花地详细描绘了其他数学巨人、物理奇才的有趣个性和轶事轶闻，如别具一格的“控制论之父”维纳 (Norbert Wiener, 1894-1964)。更有价值的是，乌拉姆

不时地将他的科学哲学与数学思想穿插于往事娓娓动听的叙述中，最后一章干脆就是“关于数学与科学的随想”。在这里我们聆听着一位“科学先哲”关于数学对现代物理、生物科学新应用的真知灼见。辉煌过去的回忆伴随着更辉煌未来的设想，不正是最好的回忆录所必须具有的吗？我读过美国杰出的物理学家费恩曼 (Richard Feynman, 1918-1988) 英文传记的优秀中译本《迷人的科学风采——费恩曼传》(译者江向东；1999 年上海出版)，但还未欣赏过中文版的《一个数学家的经历》。这本书告诉我们：真正的创造性数学研究，不是奥林匹克数学竞赛，而是会创造“黑板或草稿纸上的一些乱涂但会改变人类事态

的道路”之奇迹，这连乌拉姆自己也惊奇不止。

中国读者，尤其是年轻的一代，可能更知道美籍匈牙利数学家、“电子计算机之父”冯·诺依曼 (John von Neumann, 1903-1957)，而不太清楚乌拉姆的生平和工作。岂不知，年龄相差六岁的他们既是同一个数量级的大纯

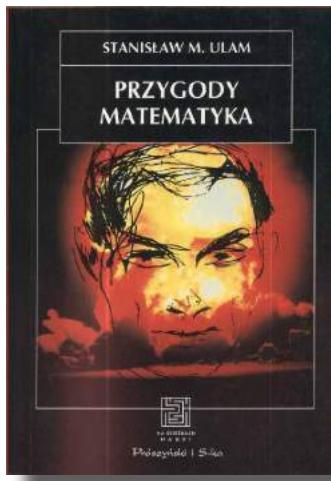
粹数学家和应用数学家，也是互不嫉妒、心有灵犀的真正亲密战友。哈佛大学数学系丘成桐教授曾说过，与其让中学生们上“奥数班”，不如让他们读读伟大科学家的传记。乌拉姆的这本自传，无疑会让求知欲旺盛的读者爱不释手！

乌拉姆是犹太人，生于波兰 Galicia 省首府 Lwow 市一个律师之家，很早就有强烈的数学好奇心，四岁就对家中东方地毯上的复杂图形着迷。十一岁前，当他目视父亲书房内一本伟大的瑞士数学家欧拉 (Leonhard Euler, 1707-1783) 的《代数》时，那“神秘的感觉”油然而生。二十世纪上半叶，以谢尔宾斯基 (Waclaw

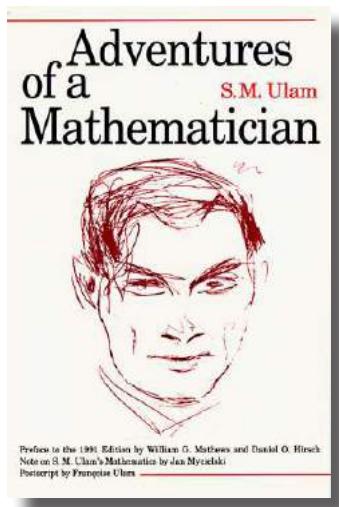


乌拉姆 (1909-1984)，杰出的美籍波兰数学家

Sierpinski, 1882-1969)、斯坦豪斯 (Hugo Steinhaus, 1887-1972)、库拉托夫斯基 (Kazimir Kuratowski, 1896-1980) 等为代表的波兰数学学派之兴起与壮大，给他提供了让其数学天才得以巨大发展的土壤。从 1927 年进入 Lwow 工学院求学起到 1936 年应冯·诺依曼之邀访问美国普林斯顿高等研究院止，影响他至深的老师之一便是著名的波兰数学家、现代数学分支“泛函分析”之集大成者巴拿赫 (Stefan Banach, 1892-1945)。在那个至少在数学界现已名闻遐迩的“苏格兰咖啡店”，不停地提出、讨论、甚至争执数学问题，在大理石桌面上匆匆记下“思想的火花”，是乌拉姆和他的师友们推动现代数学前进的神圣



《一个数学家的经历》波兰文版



《一个数学家的经历》英文版

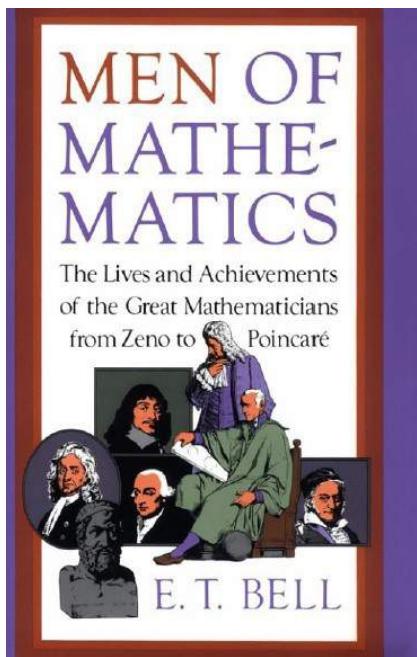
事业。巴拿赫专门放在“苏格兰咖啡店”内供大家使用的大笔记本记录了这批非同寻常的头脑催生的数学问题和集体思维结果，现已成为著名的“苏格兰笔记”。交谈再交谈，而不是关门死读书，是他一贯倡导的数学研究法。

纳粹德国1939年对波兰的侵略，大批犹太人的被杀，也让身在哈佛的乌拉姆不得不继续留在美国。除和他一起来到美国读大学的弟弟亚当·乌拉姆 (Adam Ulam, 1922-2000; 后来成为历史学家、哈佛教授、著作等身的西方俄国与苏联共产主义研究权威)，他在祖国的亲属只剩下两个表弟兄幸免于难。残酷无比的第二次世界大战，使波兰数学界失去了一代骄子，死的死、逃的逃，从此失去昔日的辉煌。巴拿赫在饥饿和重病中死去，幸而顽强地挣扎到希特勒灭亡之日。与法国数学家勒雷 (Jean Leray, 1906-1998) 共创有名的勒雷—肖德不动点定理的肖德 (Juliusz Schauder, 1896-1943) 惨死于纳粹屠刀。一些后来在美国数学界如雷灌耳的名字，如艾伦伯格 (Samuel Eilenberg, 1913-1998)、胡尔维茨 (Witold Hurewicz, 1904-1956)、卡克 (Mark Kac, 1914-1984)、塔斯基 (Alfred Tarski, 1901-1983)、和泽格蒙德 (Antoni Zygmund, 1900-1992)，都是来自波兰的难民数学家。

我第一次听到乌拉姆的大名是在美国选修我博士论文导师李天岩教授开设的高等研究生课程 “[0, 1] 上的遍历理论”时。李教授三十岁前的三大数学贡献之一是他证明了一类区间映射的“乌拉姆猜想”。讲到导致这个著名猜想的“乌拉姆方法”时，他顺带提及乌拉姆是“氢弹之父”，这让我感到既新鲜又好奇。我早就知道曾任普林斯顿高等研究院院长的美国物理学家奥本海默被公认为“原子弹之父”，也听说过杨振宁教授芝加哥大学博士论文导师、美籍匈牙利物理学家特勒被广称为“氢弹之父”，但从未听说过乌拉姆和氢弹的关系。不久，我的博士论文居然来自于《数学问题集》中“乌拉姆方法”的灵感。几年后，中科院计算数学研究所的周爱辉和我共同解决了一类多维映射的“乌拉姆猜想”。从此，“乌拉姆”在我们的心中扎了根。

工作之后，在任教的大学图书馆，我发现了乌拉姆的自传《一个数学家的经历》，便如饥似渴地读完了它，其第十一章简述了他和特勒的氢弹研究。2001年美国“9/11”悲剧发生的一月月底，我在俄亥俄州立大学召开的一个美国数学家会议上见到曾为乌拉姆合作者的美国数学家莫尔丁 (Dan Mauldin) 教授，问他乌拉姆是不是“氢弹之父”。他回答我：“是的。特勒有很多想法，但大都是错的，而乌拉姆的想法是对的。”1991年版的乌拉姆自传书中马修斯 (William G. Mathews) 和赫希 (Daniel O. Hirsch) 撰写的新版前言，2005年麦克米伦 (Priscilla J. McMillan) 出版的书《罗伯特·奥本海默的毁灭和现代军备竞赛的起源》(The Ruin of J. Robert Oppenheimer and the Birth of the Modern Arms Race)，都告诉我们氢弹发展史上的一些真实故事。

在1945年日本广岛、长崎饱受原子弹之难后，绝大多数参与原子弹研究“曼哈顿工程”的科学家，包括李政道教授芝加哥大学博士论文导师、卓越的美籍意大利物理学家费米在内，出于“科学家的良心”，反对继续研制可能毁灭人类的核武器。但是从“曼哈顿工程”始，特勒就全身心地投入氢弹研制，矢志不渝，原因之一是他患上了“冷战思维”的慢性病。但是，特勒原始氢弹模型有“重氢引爆”和“核聚变维持”两大不确定性。乌拉姆和美国数学家埃弗雷特 (Cornelius Everett) 的计算尺手算以及冯·诺依曼的计算机复算，加上乌拉姆和费米的大力合作、都证实了特勒原始氢弹模型两个基本假设的不可行性。约半年后，一个利用“压缩波传播”的新颖想法出现在乌拉姆的大脑中，这一关键的建议足以解决“重氢引爆”和“核聚变维



贝尔的《数学精英》曾经影响了上世纪众多数学家早期对数学的喜爱。此书有中文译本，商务印书馆 1991 年出版。

持”两大困难。1991 年版的乌拉姆自传后记中，他的太太回忆了令她牢记在心的 1951 年 1 月 23 日那一天中午：

“我发现他正在家中起居室表情奇怪地凝望着窗外的花园，说道，‘我找到一个让它工作的途径。’‘什么工作？’我问。‘氢弹’，他回答道。‘这是一个全然不同的方案，它将改变历史的进程。’”

对科学思想毫无保留的乌拉姆很快就告诉了特勒这一新方法，后者马上领悟到它的价值。作为物理学家的特勒很自然地将乌拉姆原先设想的导致“压缩波传播”的“机械冲击”改善为“辐射爆聚”。由此产生的“特勒—乌拉姆装置”成为名叫“迈克”的第一枚氢弹 1952 年 11 月 1 日成功爆炸的基础，日后并固定为热核炸弹的标准特征。由于乌拉姆生前从不为名声所累，他的自传对其在氢弹研究中的决定性作用也低调处理，加上氢弹研究报告最后大都由“热核武器鼓吹者”特勒执笔，在媒体报道中、在不知内情的公众眼里，“氢弹之父”的桂冠戴到了物理学家特勒的头上，而数学家乌拉姆基本上成了无名英雄。也许，谁是“氢弹之父”取决于不同的定义，但是特勒在乌拉姆离世十五年之后的 1999 年作为 91 岁高龄的老人，面对《科学美国人》杂志的采访者宣称：是他，而不是乌拉姆，对氢弹有贡献（“I contributed; Ulam did not.”）。最公平的说法可能出自于美籍德国物理学家、“曼哈顿工程”理论部主任、1967 年诺贝尔物理奖获得者贝特的妙论：“氢弹被造后，记者开始称特勒

为氢弹之父。为了历史起见，我认为这样说更精确：乌拉姆是父亲，因他提供了种子；特勒是母亲，因他‘十月怀胎’。至于我，我猜我则是助产士。”

1943 年前，乌拉姆是“纯粹数学家”，是如与他合作五十年的匈牙利传奇数学家爱尔得斯 (Paul Erdos, 1913-1996) 所云的“把咖啡转变成定理的机器”，在现代数学重要分支集合论、测度论、遍历理论、拓扑学等留下了开拓者的足迹。作为波兰人出于对纳粹的憎恨、作为美国公民出于对美国的热爱，他被终生朋友冯·诺依曼邀请到“曼哈顿工程”所在地的洛斯阿拉莫斯 (Los Alamos) 国家实验室与物理学家们为伍。二战后，他介入氢弹研究完全出自对未知世界的好奇心，而不像特勒那样把科学与政治相结合。对科学探索的极端热爱让他无意之中竟成了实际上的氢弹之父。同时，作为最早接触现代计算机的数学家之一，他在李天岩及其博士论文导师约克 (James Yorke) 1975 年发表“周期三则混沌”著名论文前的 40 年代，就和费米等人成了“非线性分析”这一集数学、物理、计算机学科于一身的科学领域的开创者。1947 年他就和冯·诺依曼找到现已成为“混沌学”最有名的映射之一的“逻辑斯蒂模型”  $S(x) = 4x(1-x)$  的不变密度函数。他是科学计算中十分有用的“蒙特卡罗法”的提出者之一。他的两本文集《集合、数、及宇宙万象》(“Sets, Numbers, Universes”) 和《科学、计算机、及故友》(“Science, Computers, and People”), 充满令人称奇的数学智慧和超越时代的科学思想。他无愧于去世后，世人慷慨赠与他的“贤者”(“Sage”) 这一崇高称号。

就像美国数学家贝尔 (Eric T. Bell) 1936 年出版的《数学精英》(Men of Mathematics) 对二十世纪一代代数学家少年时代成长的巨大影响那样，《一个数学家的经历》以其引人入胜的笔调告诉我们上个世纪的一位数学巨匠是怎样成长的，这对二十一世纪中国新一代数学家的生长土壤具有催肥的功能。

写于 2010 年 8 月 11 日，美国哈蒂斯堡市

### 作者介绍：

丁玖为南京大学数学系计算数学专业 77 级本科生，84 年获硕士学位，师从何旭初教授。1990 年获美国密西根州立大学应用数学博士学位，导师李天岩教授。现为美国南密西西比大学数学系教授。



汤教授：

有关伊藤清教授的照片，基本上就是我寄给汪嘉冈教授的这些，这里我再寄上一张他当年访问上海复旦大学时和苏步青教授互赠礼物的照片。

以伊藤教授为首的日本概率论学派对中国有着友好的情怀，并热情开展与中国学术界的交流。在伊藤来访之后，他的主要弟子池田 (Nobuyuki Ikeda) 教授，渡边 (Watanabe Sinzo) 教授，国田 (Kunita Hiroshi) 教授，福岛 (Masatoshi Fukushima) 教授，西尾 (Nisio Makiko) 教授都利用访问中国的机会热情介绍他们的工作。他们不仅在京都大学热情指导我学习随机分析，西尾教授还接受复旦大学的第一届随机控制博士生周迅宇去做博士后。（在复旦大学也是在我回国后才有随机控制博士生。周迅宇先在香港中文大学任教多年，现在英国牛津大学任教授，主持数学金融学的研究。）若有机会，您可联络周以获得一些信息。

如果您想向中文世界介绍伊藤先生的话，我希望您能提到他对中国的友好情谊。

谢谢！

徐家鵠

2010年6月19日

尊敬的汤教授：

您好，感谢寄来《数学文化》创刊号。

经李克正教授等人介绍已闻说近期有数学文化传播的两种新杂志面世，现看到样品，果为名副其实的高雅精品，风格一如《数学译林》、《中国数学会通讯》，而精美实有过之。

我愿成为贵刊订户，并竭一己之力向朋友作些推介。现征询汤教授，能否在相关网站转发贵刊发刊词及封面图片，以让爱好者及时了解相关信息？

另外，就刊物内容我亦略提一些建议：从创刊号看皆为国内名家佳作，然与普通爱好者尤其中学生似尚有隔膜，要在这一层面普及尚需努力在内容上有所思虑。我建议宜走马丁·加德纳之路，让更多爱好者能参与到真实的数学活动中。

数学即便从文化层面看，也并不总是封闭式的，发展到了今天，也仍有许多新颖的小题材可供爱好者直接参与，其丰富性是远在预料之外的。我感觉数学文化传播不仅表现为这类科普大文章：介绍数学历史及现代数学发展前沿；数学思想、数学人文横向阐释；或是数学家生活花絮之类。而是可以渗入到数学教育的实际过程中，譬如让中学生从单一蜻蜓点水式的解题中超脱出来，执着探究一些中小型课题，从而感受深入思考之乐趣。这样的事业我以为甚或是数学文化传播更为深远的一面，以让数学文化之精神传承更为鲜活！也让杂志的受众面更为广泛。

略陈浅见，仅供参考。祝办刊成功！

叶正豪

2010年6月18日

《中国数学会通讯》是中国数学会的机关刊物，主要刊登国内外数学界的重要信息，报导中国数学会与各省市自治区数学会、学科分会等的活动情况。主要栏目包括：学术活动信息，数学教育与普及，数学精品文章（数学的历史、进展、价值、趣事等），人物专栏，学科介绍，书讯与书评等。

主 编：马志明

常务副主编：严加安，王长平

副 主 编: 巩馥洲, 丁彦恒

编 委：蔡天新，段海豹，冯荣权，胡作玄，贾朝华，李文林，刘建亚  
陆柱家，曲安京，王维凡，余德浩，张英伯，张立群

责任编辑：武建丽

《中国数学会通讯》为季刊，彩色印刷，图文并茂，全年的总订费为 50 元（含邮费）。

**订阅办法:** 请将订费邮汇至北京中关村东路 55 号 (邮政编码: 100190), 中国数学会办公室;  
或汇至北京中国数学会

开户行: 北京工商行海淀西区支行

帐号: 0200004509089161419

电 邮: cms@math.ac.cn

电 话: 0086-10-62551022

2010年第3期要目：

- 华罗庚百年诞辰纪念座谈会在京召开
  - 樊畿先生纪念会在北京大学召开
  - 纪念冯康先生诞辰九十周年系列会议在京召开
  - “概率与统计——纪念许宝騄先生诞辰一百周年国际学术研讨会”在北大举行
  - “从马氏过程到布朗运动及其他”国际学术会议在北大举行
  - 国际偏微分方程学术会议在京举行

胡作玄：苏里文——第 50 位沃尔夫数学奖得主

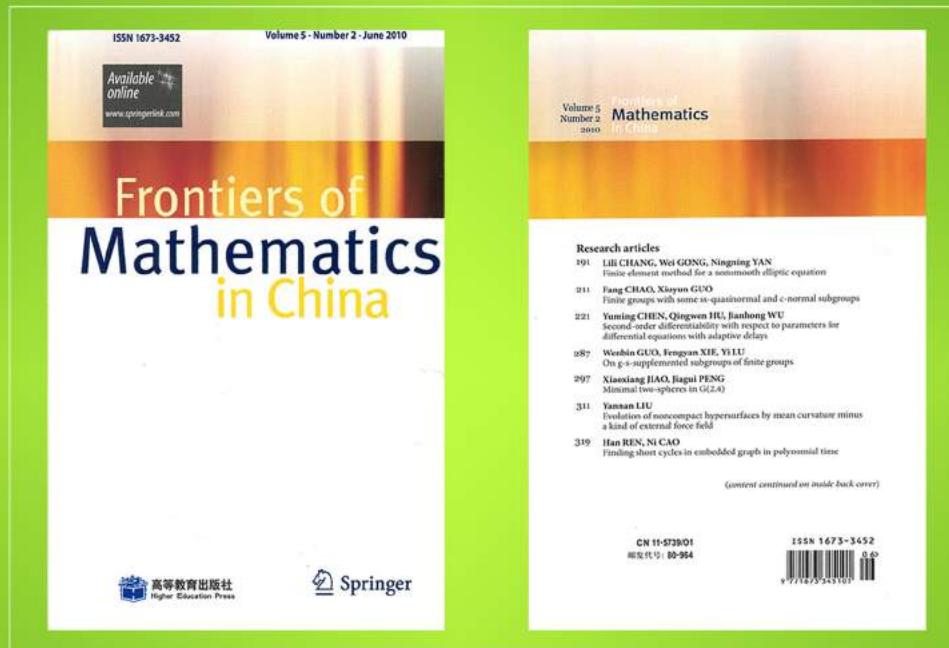
安鸿志：谐音成妙笔

祁力群：开辟能应用数学和计算数学的新疆土



# FRONTIERS OF MATHEMATICS IN CHINA

征稿



Frontiers of Mathematics in China 是由教育部发起、高等教育出版社主办和出版、德国 Springer公司负责海外发行的英文学术期刊，以网络版和印刷版两种形式出版，于2006年1月创刊。该刊发表文章类型包括数学领域的综述和研究论文，涵盖基础数学、应用数学与科学工程计算、计算数学、统计学等各学科分支，旨在介绍国际数学领域最新研究成果和前沿进展，并致力成为中国数学家与国内外同行进行快速学术交流的重要信息平台与窗口。在出版方式上采用在线优先出版（Online First）形式，保证文章以最快速度发表。该刊已被Math Review, Zentralblatt Math和SCI收录。

本刊主编为张恭庆教授，副主编为陈木法教授和汤涛教授。高等教育出版社坚持依托各界学术资源优势，以学术质量为核心，联合打造数学领域内的一流前沿期刊。

热烈欢迎专家学者不吝赐稿。

## 期刊详情

<http://journal.hep.com.cn> 或 <http://www.springerlink.com/content/1673-3576>

## 在线投稿

<http://journalsubmission.hep.com.cn>