



图1 拉斐尔的《雅典学院》

# 亚历山大城的希帕蒂娅<sup>1</sup>

欧阳顺湘

但我断言，当我们离去，将有人记得我们。——莎孚<sup>2</sup>

<sup>1</sup> 英文中通用 Hypatia，希腊文为 Υπατία。其发音在希腊语中为 Ipateeah，英文中常被读作 Highpayshya (/hai'peiʃə/)。中文中常见音译有基于英文读音的海巴夏，以及基于希腊语读法的希帕蒂娅、希帕提娅。也有作者将这两种读法混搭而音译为海帕蒂娅。

<sup>2</sup> Sappho，公元前7世纪古希腊著名女诗人。相传其为同性恋者，而其居住地莱斯博思岛（Lesbos）则成为西方语言中女同性恋（如英文中的 Lesbian）一词的来源。



(a) 阿涅西

(b) 沙特莱侯爵夫人

(c) 热尔曼

(d) 柯瓦列夫斯卡娅

(e) 诺特

图2 五位著名的女数学家

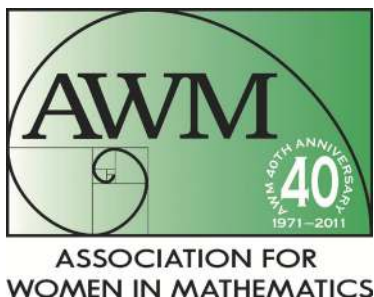


图3 女数学家协会 40 周年纪念标记，其中曲线为斐波那契螺旋线（Fibonacci spiral）

## 前言——女数学家与希帕蒂娅

今年是世界妇女节 100 周年，很多地方有纪念活动。我所在的德国大学图书馆即展出了介绍 17-20 世纪自然科学与技术 23 名杰出女科学家的海报。该展览由大学的性别平等办公室（德语：Gleichstellungsbüro）组织。在制度上德国对女性颇为尊重。如我所在大学前面有女士专用露天停车场；教学大楼中有女生专用计算机机房及女士咖啡厅，甚至对学生免费的泳池也有女性专用时段等。虽然平等的观念在很多地方已是深入人心，但现实生活中的性别不平等还客观存在着。我曾经的一位邻居，来自尼泊尔的社会学男博士生，到其德国的女导师家，就诧异其导师竟然指挥她先生忙前忙后招待客人。

同时今年也恰是女数学家协会成立 40 周年。当代女数学家们在数学研究、教育活动中很活跃且倍受重视。以德国为例，一般大学数学系在招聘博士生、教师时都特别声明对女士的优先考虑。我所在研究组的一次中期检查答辩中，导师还被问责如何改变博士生中女学生过少的状况。一些女数学家们参与、组织的专门的学术活动也在积极开展，如我知道的“女概率学家（Women in Probability）”之类的会议已经组织过多届。

历史上也不乏性别平等的观念。如古希腊数学家、哲学家毕达哥拉斯（Pythagoras，约前 572- 约前 497）主张知识的自由传播，有教无类，不分男女，只要有兴趣即可。在他所创立的毕达哥拉斯学派中有许多女性，其中就包括后来成为他妻子的女弟子西雅娜（Theano）。受毕达哥拉斯学派对女性的观念之影响，古希腊哲学家苏格拉底（Socrates，前 469- 前 399）和其学生柏拉图（Plato，约前 427- 前 347）主张“女人和男人有着同样的权利”。

但总体而言，历史上女性鲜有受教育的机会，更不用说从事科研活动了。大贤如亚里士多德（Aristotle，前 384- 前 322）即认为“女人是未完成的男人，是不完整的灵魂”，没有资格拥有男人可享有的很多权力。然而，基于良好的家庭教育、朋友的帮助和自身的努力等，仍然代有女杰，如：

- 第一位留下数学著作《分析讲义》<sup>3</sup> 的意大利女数学家玛利亚·阿涅西（Maria Gaetana Agnesi, 1718-1799）；
- 曾将牛顿的《自然哲学的数学原理》一书翻译为法文并加以评注的法国女数学家沙特莱侯爵夫人（Émilie du Châtelet, 1706-1749）；

<sup>3</sup> 即 *Instituzioni Analitiche*。她写作目的是为自己的乐趣以及辅导她二十余个弟妹。第一卷在 1748 年出版，描述了一些代数问题；第二卷在随后的一年出版，介绍了当时颇新的无穷小分析，是第一本完整的微积分教科书。这部书被认为是欧拉工作的最好介绍，她通过很多例子来说明数学思想。该书第二卷由 P. T. d'Antelmy 在 1775 年译为法文；后来全书被剑桥卢卡斯讲座教授 John Colson（1680-1760）译成英文（Colson 曾在 1736 年将牛顿用拉丁文撰写的《自然哲学的数学原理》翻译为英文）。书中介绍了名为“阿涅西的女巫”（此名称源于误译）的曲线（又称箕舌线）。

- 曾对费马大定理研究有重要贡献的法国女数学家索菲·热尔曼 (Marie-Sophie Germain, 1776-1831) ;
- 第一位职业女数学家和第一位女科学院院士, 俄罗斯的索菲娅·柯瓦列夫斯卡娅 (Sofja Kowalewskaja, 1850-1891) ;
- 有“现代代数学之母”之称的德国著名女数学家埃米·诺特 (Emmy Noether, 1882-1935) 。
- 我国清代杰出的女筹算家、天文学家——王贞仪 (1768-1797, 字德卿)。“德卿于书, 无所不窥, 工诗古人辞, 尤精天算, 贯通中西”(南京藏书家朱诸语)。清代著名史学家钱大昕重其学, “以为班昭以后一人而已”。

但她们成功之路往往崎岖而充满辛酸。

- 约 200 年前, 热尔曼为能进入新成立的巴黎综合理工学院学习, 只好用假身份, 化用男子名 Le Blanc 才获得入学; 后来她与高斯的早期通信中她也使用了这个男名。
- 约 140 多年前, 因性别歧视在自己的国家无法上大学的柯瓦列夫斯卡娅只好假婚到对女性偏见较少的德国海德堡大学学习; 后仰慕大数学家魏尔斯特拉斯 (Karl Theodor Wilhelm Weierstrass, 1815-1897) 转到柏林, 却因性别歧视而不能获得学籍, 魏尔斯特拉斯也只好给她私自授课。论文还要送到哥廷根才获得博士学位; 最后她为得到教职, 不得不辗转到斯德哥尔摩, 借助曾为魏尔斯特拉斯学生的米塔格-莱弗勒 (Mittag-Leffler, 1846-1927) 的大力支持才得到教职 (人们认为已婚妇女不需要工作) 。
- 同样, 不到 100 年前, 诺特在 37 岁时才获得的哥廷根的教职也曾经历长久的争论, 即便有大数学家希尔伯特和克莱因等的支持 (希尔伯特曾批评性别歧视: “大学不是澡堂”), 那里一些顽固的人认为拜倒在一个女性的脚下学习是不可思议的。
- 我们更可以想象清朝的王贞仪不但要克服当时对女性的偏见, 还要驳斥和她的天文研究天然对立的迷信。

这些杰出女性为自己利益奋争的过程也是她们为所有女性之权益奋争的过程。柯瓦列夫斯卡娅在给友人的信中常说, 她的成功或失败不止是个人的事情, 而是和所有女子的利益关联的<sup>4</sup>。柯瓦列夫斯卡娅的一生就是妇女为平等权利, 特别是接受高等教育以及学术职位的权利而奋斗的过程。其实她们自己也在主动努力为其他妇女的权益而呼吁。在文学创作方面造诣颇深的柯瓦列夫斯卡娅用她的作品为公众教育、女权主义等而呼吁。此外, 我们也知道天才的阿涅西 9 岁时就曾在学术聚会上演说妇女受教育的权利; 晚年的她虔心进入修道院以积极从事慈善事业, 去世时身无分文。而我们的王贞仪更是以诗言志:

丈夫之志才子胸, 谁言女儿不英雄! 足行万里书万卷, 尝拟雄心胜丈夫!

人们也没有忘记这些曾做出杰出贡献的女数学家。例如, 在阿涅西去世 100 周年, 即 1899 年, 意大利的米兰有一街道以她的名字命名; 柯瓦列夫斯卡娅作为俄国第一位著名的女数学家, 苏联、俄罗斯分别在 1951 年、1996 年各发行了一枚纪念她的邮票; 2000 年俄罗斯为纪念她 150 周年诞辰发行了一枚纪念币。

或许我们不能说我们对女数学家们了解很多。在参观前述展览时我就很惭愧地发现我对其中一些女数学家也所知甚少。比如曾为解决希尔伯特第十问题而作出过突出



图 4 柯瓦列夫斯卡娅的纪念币: 其中刻有土星和光环, 以纪念她在 1874 年向哥廷根大学提交的博士论文中所研究三个问题之一的土星环问题

<sup>4</sup> 参考李学数著《数学与数学家的故事》第一集, 暂未能找到原文。





图 5 Gasparo 所画希帕蒂娅的素描，来自哈伯德作品

贡献的朱丽亚·罗宾逊（Julia Robinson, 1919-1985）我即不熟悉。而当我去认真阅读相关资料时，更加发现自己对她们很陌生。这是我写下这篇介绍罗马统治时期埃及亚历山大城的女数学家、哲学家和天文学家希帕蒂娅的笔记的缘故。

希帕蒂娅是历史上第一位有据可查的著名女数学家。她出生年份一般认为是 370 年。她的死亡时间是确定的，为 415 年 3 月四旬期<sup>5</sup>的某一天。也有说法认为希帕蒂娅死时不是 45 岁而是 60 岁，即她可能出生于 355 年。

现代的女哲学家们往往都谦称自己为“希帕蒂娅的女儿”，而在后面将介绍的一个女性哲学期刊中，创刊者也以她的名字来命名她们的杂志以提醒自己不是最早的哲学家。其实，希帕蒂娅在女数学家的历史上也有着标志性地位。希帕蒂娅不但是第一位在史上留名、有确切资料的女数学家，也常被当作古希腊文明最后的代表。在希帕蒂娅之后 1000 多年，直到古希腊理性之光重照欧洲，才又有杰出的女数学家阿涅西在文艺复兴的宽松环境里出现。

希帕蒂娅颇具传奇色彩。她是当时世界上顶尖的女数学家、哲学家和天文学家；从小接受身为著名数学家父亲的培养，生活于一个伟大的有着光荣文明传统的世界文化、经济中心，却同时也政教纷争的亚历山大城；她貌美、聪慧，一生未婚，勤勉教学、研究，做出不朽的业绩，却如经典希腊悲剧般被基督暴徒群袭，在基督徒祭坛前被凌迟肢解并焚尸。

虽然希帕蒂娅没有留下任何明显的著作，而且有关她的一手资料总共也仅仅几页 A4 纸的篇幅，但人们并没有忘记她。有关她的研究、历史记载以及诗歌、小说、戏剧、纪录片和画作等历来层出不穷。在她死后一千多年的启蒙运动和女权运动中，人们分别以她为题对教会进行反思、寻求女权。两年前一部以她为中心人物的电影《城市广场》更是引起极大关注。

我们将先回顾希帕蒂娅所处的时代及其所生活城市亚历山大城：光荣的智力传统和躁动不安的社会背景。特别我们将介绍伟大的亚历山大城的图书馆、博学园、希腊数学、神学和哲学及其之间的关系，我们也介绍亚历山大城的政教冲突以及衰落。然后我们介绍她的成就、生平、死亡以及其身后的文学传奇。纵览她的一生，或许我们可以说希帕蒂娅“成也时代，悲也时代”。

### 托勒密王朝的亚历山大城——城市兴起、博学园和图书馆

**亚历山大城的兴起** 论及西方文明和历史，“言必称希腊”是很难避免的。公元前 8 至前 4 世纪的古希腊是数百个城邦——地处地中海东部诸岛以城市为中心的国家。它们如同中国古代春秋战国时期的各国，合纵连横，或共同抵御外敌，或互相斗争。公元前 5、4 世纪是古希腊城邦的“黄金时期”，文明昌盛；它们在哲学、文学、戏剧、雕塑、建筑与数学等很多领域有很深的造诣和辉煌的成就，其文化是此后整个西方文明之源泉。这些城邦中最出名的是雅典和斯巴达。著名的哲学家苏格拉底、柏拉图、亚里士多德师生三代就都主要在雅典生活、教学。特别是柏拉图在雅典建立了最早的学院——柏拉图学院。

希腊北部曾被希腊人视为蛮邦的马其顿王国逐渐兴起并于公元前 338 年取得对整个希腊的控制权。前 336 年马其顿的亚历山大大帝（Alexander the Great, 前 356-前 323）即位，旋即开始了征服世界的东征之旅。这在客观上促成了希腊文明的传播。前 332 年，亚历山大大帝从波斯人手中夺取了埃及，遂下令在尼罗河口建立一座以他名字命名的城市作为连接富庶的尼罗河地区与希腊的桥梁，此即亚历山大城（Alexandria）。不久亚历山大大帝消灭了波斯帝国，建立起地跨欧、亚、非三大洲的马其顿亚历山大帝国。

<sup>5</sup> 基督教复活节前共 40 天的节期，为基督徒的斋戒期。



图 6 今地中海地区图及本文涉及的部分地名：A=希腊雅典；B=马其顿；C=莱斯博思岛；D=君士坦丁堡（今土耳其的伊斯坦布尔）；E=萨摩斯岛；F=佩尔加；G=耶路撒冷；H=亚历山大城；I=昔兰尼（今夏哈特）；J=叙拉古；K=罗马；L=米兰

公元前 323 年亚历山大大帝病死，他庞大的帝国也随之被其部将分裂割据而为三个独立王国。其中亚历山大大帝的童年伙伴和信任的大将托勒密一世(Ptolemy I Soter I, 约前 367-前 283) 在前 305 年称王，统治埃及，建都亚历山大城，开创了托勒密王朝。

经过托勒密王朝各代的经营，亚历山大城很快就发展为地中海和东方各国贸易中心并取代雅典成为地中海地区的文化中心。亚历山大城也是埃及、古希腊和古罗马最重要的粮食供给地。关于这一点有一个美丽传说——亚历山大大帝在规划亚历山大城时手头没有粉笔，因而他借助谷粒来设计城市大局；正如谷粒的被飞鸟来食所预兆的，亚历山大城不仅会喂养飞鸟，也是天下粮仓。

**博学园和图书馆** 由马其顿亚历山大帝国分裂出来的这些国家仍延续着古希腊文化，史学家所称的希腊化时代开始。托勒密一世是亚里士多德的学生，崇尚知识。他和托勒密二世(Ptolemy II Philadelphus, 约前 309-约前 247) 不但在亚历山大城建造了有“世界七大奇迹之一”之称的亚历山大大灯塔，而且他们还决心仿照亚里士多德的学园<sup>6</sup> 在亚历山大城建一教学与研究机构。曾也是亚里士多德学生的建筑学家德米特里厄斯(Demetrius of Phalerum, 约前 350-约前 280) 被邀请来主持建设这样一个机构——皇宫的一部分被立为博学园(Musaeum, 也称为缪斯神庙<sup>7</sup>) 及其附属的图书馆(亚

<sup>6</sup> 亚历山大曾将征战中搜集来的艺术品和稀有古物交由他的老师亚里士多德整理研究。

<sup>7</sup> 缪斯是古希腊神话中科学、艺术 9 位女神的总称。博物馆一词，即由“缪斯”演变而来。





图8 塞拉皮斯头像，藏于梵蒂冈博物馆。此为塞拉皮斯神庙塞拉皮斯头像的复制品



图9 电影《城市广场》剧照：电影中展示的亚历山大城的暴动



图10 391年提阿非罗手持圣经，以胜利的姿势立于塞拉皮斯神庙



图7 电影《亚历山大大帝》(《Alexander》，2004)中剧照：托勒密一世在亚历山大图书馆讲述亚历山大大帝的故事

历山大图书馆)。

亚历山大图书馆雄心勃勃，意欲“集全世界之书”。托勒密王朝历代国王采取各种手段收集图书：如来往亚历山大城口的商船都要求上交所携带的书籍给图书馆进行抄写后才获准离开；又如，通过威胁停止供给雅典粮食而获准抄写雅典图书馆的书籍。经过长期的征购和抄写，亚历山大图书馆迅速成为当时世界上最大的图书馆——极盛时期馆藏图书约70万卷（另一说法为约50万卷）。犹太教和后来产生的基督教共同承认的宗教经典《圣经》就是在亚历山大城由托勒密二世下令由希伯来文翻译为希腊文的（即著名的“七十士译本”（Septuagint, LXX））。这促进了犹太文化的传播和犹太人的希腊化。

博学院除图书馆外，有动植物园以及专门研究天文学、解剖学等的房间，甚至有食堂。博学院类似于现代科学院与大学，享受俸禄的学者聚集在这里互相讨论，进行教学、研究。这座“缪斯神庙”，也是现代“博物馆”的起源。

托勒密二世还在主图书馆附近的塞拉皮斯神殿（Serapeum）另设一子馆存储图书。塞拉皮斯（Serapis）是托勒密一世“在一个梦的启示下”引入的希腊—埃及神祇，用于在精神上统一王国中作为统治阶层的希腊人和当地的埃及人。塞拉皮斯具有希腊人的外型，但着埃及人的服饰。它也是希腊化时代埃及最重要的神祇之一，而亚历山大城的塞拉皮斯神殿是埃及最有名的塞拉皮斯神殿。

前47年，凯撒火烧亚历山大城的舰队，殃及亚历山大图书馆。前30年，罗马帝国国君屋大维进入亚历山大，克利奥佩特拉七世（Cleopatra VII，前69-前30，即埃及艳后）自杀，托勒密王朝结束。自此埃及成为罗马帝国的行省，但希腊文明的传统与遗产还在延续。

### 罗马统治时期的亚历山大城——宗教冲突与文明衰落

罗马统治时期的亚历山大城居住着希腊人、犹太人和埃及人，同时也是各种宗教的大熔炉，并存着异教（如希腊神话中的多神教信仰）、犹太教和基督教等多种宗教。基督教起源于公元1世纪罗马帝国统治下的巴勒斯坦（旧称：迦南地）耶路撒冷地区

的犹太人社会。在 4 世纪前常受迫害：被罗马当局焚教堂、烧经书、禁止宗教集会、逮捕神职人员并处死不祭罗马神者。但基督教却以其“爱人如己”的平等、博爱的朴素精神，以“天国的福音”劝人悔改，转离恶行的观念而在广大被压迫的社会底层人群中得到极大反响。因此基督教不但屡禁不止，反而传播得更加广泛深入。到 3 世纪，基督教已经发展为地中海地区最大的宗教。

罗马帝国后来被迫改变策略，对基督教进行保护并加以利用。罗马皇帝君士坦丁一世（大帝）（Constantine the Great, 272-337）在 313 年颁布米兰诏书，承认基督教为合法且自由的宗教；而且他自己也成为了历史上第一位信仰基督教的皇帝。罗马皇帝狄奥多西一世（Theodosius I, 347-395）在 393 年宣布基督教为国教，下令摧毁所有神庙，严禁异教崇拜。第二年，延续了一千多年、举办了近 300 届的古奥林匹克运动会也因与希腊诸神崇拜有关而被迫终止。

亚历山大城曾和罗马等并列为基督教世界的宗教中心之一，其主教称为牧首（或称宗主教），有指导下属主教的权力。甚至在罗马教宗称教宗前，亚历山大城主教还曾有教宗头衔。亚历山大牧首（Patriarch of Alexandria）控制了从利比亚边界到努比亚边界大片地区的基督教会事务。

391 年亚历山大城牧首提阿非罗（Theophilus）挟皇帝之名，摧毁了亚历山大城许多异教神庙，亚历山大城图书馆可能就是这个时候被毁的，其中确定包含塞拉皮斯神庙及附属图书馆。

395 年狄奥多西一世去世，他把帝国一分为二：首都分别在君士坦丁堡（今伊斯坦布尔）和罗马的东、西罗马帝国。埃及归属于东罗马帝国。

基督教内部也因教义而相互斗争。即使最近一百多年中，也有被传统基督教视为异端的新的有影响的教派在发展。325 年君士坦丁皇帝首次召集全国 318 名主教到尼西亚开会，讨论问题之一就是亚历山大城的教派间关于教义的争论。亚历山大城主教亚他那修（Athanasius of Alexandria, 296-298-373）在会议中攻击亚历山大城的阿里乌教派看重基督的人性，否认基督的神性的论点。尼西亚会议最终将阿里乌教派斥为异端，确定了耶稣基督与天父是同质的。

提阿非罗的外甥西里尔（Cyril, 375-444）在 412 年继任亚历山大牧首，对异教更加严厉。他逐渐主宰亚历山大城各方面，甚至使用武力。如他大力镇压最无辜又无害于人的诺瓦替安（Novatians）派。他禁止他们举行宗教仪式，并没收他们圣礼用的器皿。

亚历山大城的犹太人曾有计划地杀害了许多基督徒。史载某晚街上有人高喊“教堂着火了”，骗致许多基督徒涌向教堂去扑火。已埋伏好的犹太人杀害了这些基督徒。黎明，西里尔僭越总督之权，带领基督徒攻打各处犹太教会堂，将所有犹太人（亦有记载指只是杀人犯）驱逐出城。

埃及的总督奥瑞斯特斯（Orestes）对西里尔以教会之名干涉政府日常事务极为不满。一次，奥瑞斯特斯拒绝了西里尔送赠的圣经以表不从。这引起了 500 名来自尼特里亚（Nitrian）的修士的不满。这些修士是西里尔及其舅父提阿非罗专门训练用来对付异己的。他们煽动了针对奥瑞斯特斯的暴动，指控已受洗为基督徒的奥瑞斯特斯为异教徒。骚乱中，一名修士阿莫尼乌斯（Ammonius）以石头袭击奥瑞斯特斯以致其头破血流。奥瑞斯特斯后将阿莫尼乌斯处死，但西里尔反而将阿莫尼乌斯尊为殉道者。总督都无安全保障的亚历山大城终于发生了使西里尔永背骂名的希帕蒂娅遇害事件。此后，亚历山大城许多学者纷纷出走，而亚历山大城文化中心的地位也逐渐黯淡，数学、哲学等学术的教育和研究逐渐转移到雅典。529 年，延续了近千年的学府——雅典的柏拉图学院——也被东罗马帝国皇帝查士丁尼大帝下令关闭。后来号称最后的“新柏拉图主义哲学家”和雅典柏拉图学院最后的学者的



图 11 塞拉皮斯神庙原址的庞贝之柱和他前面的两个斯芬克斯狮身人面像之一。庞贝之柱高 20 多米，为粉红色花岗岩石柱。该柱立于 297 年，为纪念罗马皇帝戴克里先。此柱为古亚历山大城留下的不多的遗迹之一



图 12 亚历山大城的西里尔主教，掌控亚历山大城期间，希帕蒂娅被杀害。他在罗马天主教等教派中被尊为圣人



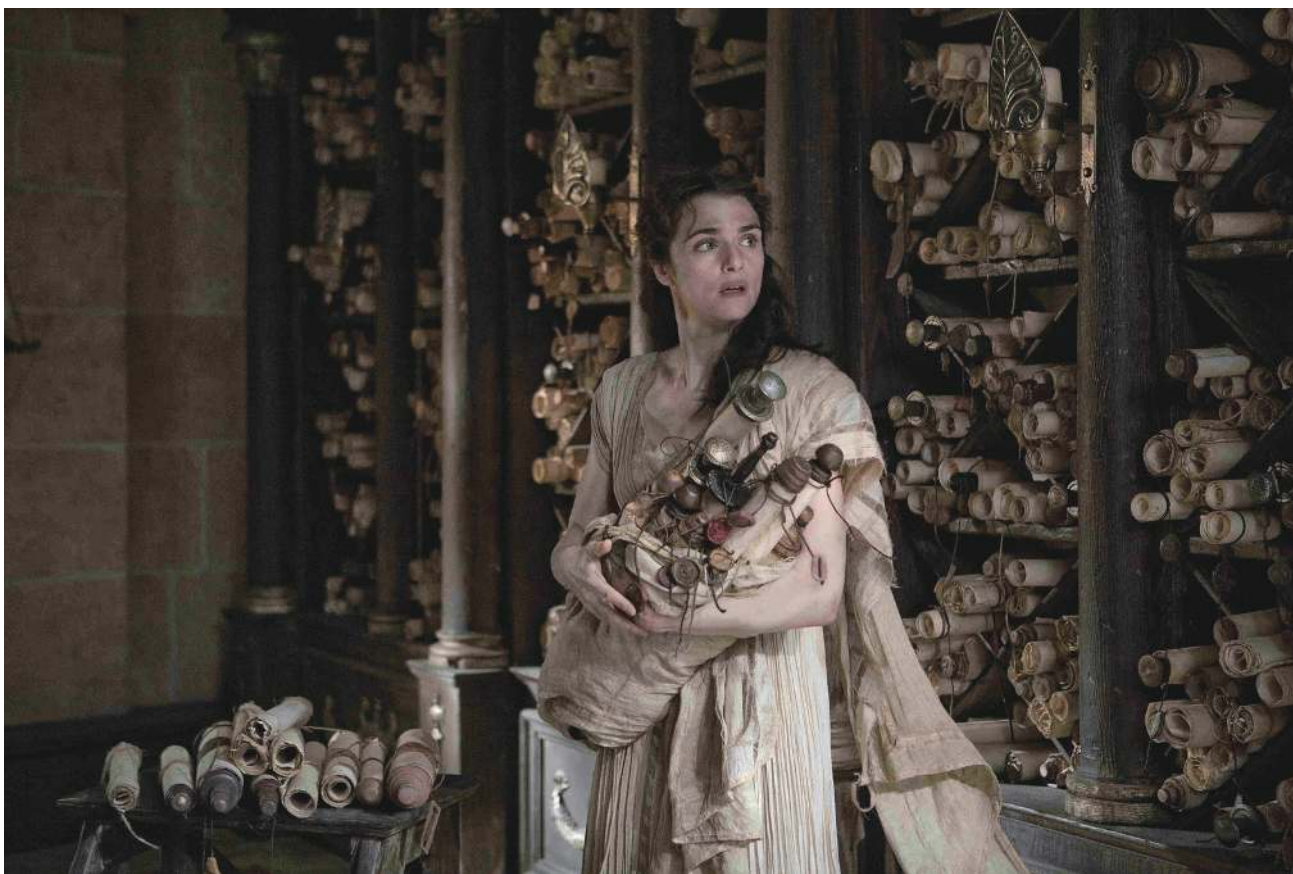


图 13 电影《城市广场》剧照：希帕蒂娅在抢救图书资料

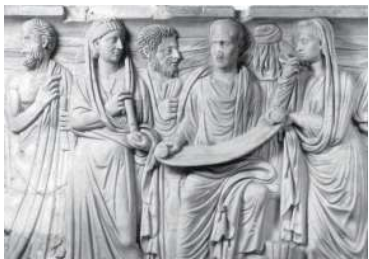


图 14 图中持卷者为新柏拉图主义的奠基人普罗提诺

Damascius 也被迫逃亡波斯。

640 年伊斯兰教徒征服埃及，亚历山大城残留的 30 万希腊经典被阿拉伯征服者下令销毁——当作柴火足足烧了 6 个月。这或许也是希帕蒂娅的著作没有流传下来的一个主要原因。至此，古亚历山大图书馆正式走下历史舞台<sup>8</sup>。这也给后人以教训。图书集中的效应无疑是巨大的，但这在历史上也往往带来了图书的大毁灭。

西罗马帝国于西元 480 年衰落，欧洲进入了中古时代。东罗马帝国一直延续到 1453 年被土耳其人灭亡，一定程度上保存了希腊文明。

### 亚历山大城之神学、新柏拉图哲学及其关系

希帕蒂娅是她那个时代新柏拉图哲学的领袖。我们不拟探索她的哲学观点，只是粗略地介绍亚历山大城新柏拉图哲学的传统及其与基督教神学的关系。

作为文化中心和基督教的管理中心，亚历山大城也是基督教的理论中心。这里的神学研究者和哲学研究相应而形成了有影响的亚历山大学派。

宗教和希腊哲学有着密切的联系。柏拉图第一个使用了“神”（Theologia）一词并提出了哲学史上第一个有关神之存在的证明。他的“理念论”等学术有着明显的宗教倾向。早在耶稣时代，亚历山大城的斐洛·尤迪厄斯（Philo Judeaus, 前 15-约 40 后）就开始了将宗教信仰与哲学理性相结合的尝试，致力于使犹太教的信仰哲学化。恩格

<sup>8</sup> 亚历山大城希望重复当年辉煌，在联合国教科文组织的资助下，已建成一个现代亚历山大图书馆（1995 年开建）。



斯称他为“基督教真正的父亲”。

亚历山大城的神学研究者可谓不畏艰难,前赴后继:约190年哲学家潘代诺(Saint Pantaenus, 约200年去世)就在亚历山大城建立了一个圣道学校,教授基督教神学。后来,他的学生亚历山大城的革利免(Titus Flavius Clemens, 150-215)接掌这个圣道学院。在202-203年,他受罗马当局迫害而被迫逃离亚历山大城。革利免最著名的学生是俄利根(Origenes Adamantius, 185-254)。他在18岁时就开始续革利免之职。罗马皇帝德修(Decius)在位期间(249-251)展开了全国性的对基督教的迫害。俄利根就是这个时期被投入监狱受刑后不治而死。

潘代诺、革利免和俄利根这三位神学家是基督教早期(2世纪-5世纪)的教父<sup>9</sup>,他们的主要特点是以希腊哲学来解释基督教的信仰以使基督教更有吸引力。其中柏拉图哲学对他们影响最大。如俄利根就运用当时流行的新柏拉图主义来解释基督教神学教义。他们的哲学被称为教父哲学。

亚历山大城是新柏拉图主义的摇篮和基地。其创始人就是亚历山大城的阿摩尼阿斯·萨卡斯(Ammonius Saccas, 175-242)。而新柏拉图主义最重要的奠基人物是萨卡斯的学生普罗提诺(Plotinus, 204-269)。普罗提诺早年在亚历山大城学习、研究,243年才到罗马定居。普罗提诺以柏拉图哲学为基础建立了系统的新柏拉图学派的理论。他主张世界的本原是“太一”,即神;太一创造万物的过程表现为源溢的过程,这分三阶段或三等级:首先流出的是“努斯”,即纯粹的理智、精神或思想,然后从“努斯”流出灵魂,最后从灵魂流出物质世界;灵魂必须清除一切欲望,从肉体中超脱,经过“净化”进入“出神”、“忘我”的状态,达到与“太一”融合,与神合为一体。

虽然新柏拉图学派的学术有明显的宗教特征,但他们成员很多不是基督徒,是所谓的异教徒。希帕蒂娅自己也是异教徒,但在她那个时候,她已有许多学生是基督徒,其中包括她最出名的两个学生辛乃西斯(Synesius of Cyrene)和亚历山大城总督奥瑞斯特斯。

辛乃西斯出生于昔兰尼<sup>10</sup>附近,是富裕的名门之后。他家族宣称他们是斯巴达王的后裔。辛乃西斯和他兄弟在393年由遥远的家乡来到亚历山大城,求教于希帕蒂娅。辛乃西斯热衷于新柏拉图主义。他后任托洛麦斯(Ptolomais)地方主教。

传统基督教与其它两个一神教(犹太教、伊斯兰教)不同之处在于基督教以耶稣基督为圣子,接受三位一体之教义,即认为圣父、圣子、圣灵为同一主体。三位一体的教义是经过长期的发展而被接受的,早期基督教内部关于圣子以及三位一体的教义,也长期有争论。

现在广泛接受的是和希帕蒂娅同时代的奥古斯丁(Augustine of Hippo, 354-430)所作的阐述,他将新柏拉图主义和《圣经》系统地进行了融合。在三位一体教义和新柏拉图主义融合的历史上,辛乃西斯也起了重要作用。

## 亚历山大时期的古希腊数学

古希腊人的数学,和他们的哲学思想相符,强调形式逻辑、公理化体系以及演绎和证明,是现代数学和科学之基石。古希腊数学的发展历史一般分为两个时期:约从公元前七世纪中叶到公元前三世纪年的古典时期以及此后的亚历山大大期,结束标志为亚历山大城被阿拉伯人占领。希腊数学的亚历山大大期也常以罗马帝国吞并希腊为分界线而划分为前、后期。古典时期的古希腊数学代表主要有以泰勒斯(Thales, 约前624-约前546)为首的伊奥尼亚学派(Ionians),毕达哥拉斯领导的学派以及后来的柏拉图学派。柏拉图本人在数学上的具体贡献不多,最著名可能是以他名字命名的柏拉



图15 耶稣受洗图。弗朗西斯科·阿尔巴尼(Francesco Albani, 1578-1660)创作于1640年。此画藏于俄罗斯圣彼得堡埃尔米塔日(Hermitage)博物馆。《马太福音》三章13-17节中说:父神在天上说话;圣子从水里上来;圣灵仿佛一只鸽子降下,落在他身上

<sup>9</sup> 统指早期基督教会史上的宗教作家和宣讲师。

<sup>10</sup> 昔兰尼(Cyrene)历史上为希腊在北非重要的殖民地,是著名的文化重镇;如柏拉图曾到这里游历。后文介绍的数学家埃拉托塞尼也出生在这里。今为北非国家利比亚东部城镇夏哈特(Shahat)。作者撰写此文时,利比亚处战争状态,夏哈特也不宁静。



图 16 《几何原本》的一个拉丁文译本的封面，约 1309-1316



图 17 阿基米德式螺旋抽水机

图多面体。这个学派对数学的具体贡献主要是学派里的其他人做的，如数学家欧多克斯（Eudoxus of Cnidus, 前 408-前 355）是他们的重要代表。他创立了同时适用于可通约量及不可通约量的比例理论。但柏拉图关于数学的哲学观念却对后世影响极大。一方面他的哲学为数学的抽象奠定了基础，另一方面又认为数学客观真理是可以认识的。而且，柏拉图重视数学教育，他的学院标榜“不懂几何者不得入内”。

**亚历山大前期** 希腊数学的亚历山大前期堪称希腊数学的黄金时期，这时期的代表人物主要有欧几里德（Euclid, 活跃于前 300 年）、阿基米德（Archimedes of Syracuse, 前 287-前 212）、阿波罗尼乌斯（Apollonius of Perga, 约前 262-约前 190）和埃拉托塞尼（Eratosthenes of Cyrene, 约前 276-前 195）。

欧几里德是博学园的第一任数学教授，“这世上没有通往几何学的皇家大道”就是欧几里德对托勒密一世所做的劝学名言。欧几里德最大的成就是用公理方法整理前人的几何学成果，写成了 13 卷本的《几何原本》（Elements），影响深远。《原本》前六卷为平面几何，后三卷为立体几何，其它 4 卷为数论和无理数。欧几里德遗留下来的著作还有《已知数》（Data），研究几何问题中如何由给定的部分信息去求其它性质。

叙拉古的阿基米德在很多方面都有研究，是古希腊最伟大的数学家，我们毋庸赘言。特别值得一提的是他求面积所应用的“穷竭法”蕴含着近代微积分的思想。阿基米德到过亚历山大城，相传现今仍在埃及等地用于灌溉的阿基米德式螺旋抽水机就是他在亚历山大时期发明的。这其实只是多才的阿基米德众多发明之一。例如他发现了浮力和相对密度原理，应用杠杆原理对付罗马军队等。

佩尔加的阿波罗尼乌斯曾在亚历山大城的博学园追随欧几里德学习并在亚历山大城任教。阿波罗尼乌斯以对圆锥曲线的研究最为著名，最早发现平面按不同方向切割圆锥面可以得到不同类型的圆锥曲线——阿波罗尼乌斯定名的抛物线、（椭）圆和双曲线。他著有《圆锥曲线论》（Conics）、《论切触》（Tangencies）等。欧几里德的《几何原本》总结了平面几何和立体几何的成就，阿波罗尼乌斯的《圆锥曲线论》则是圆锥曲线研究之大成。他的著作也是后世解析几何的先驱。

阿波罗尼乌斯也是杰出的天文学家。由托勒密的著作中我们知道他已使用了偏心圆、均轮等来解释天体运动。在他一千八百年后，德国天文学家开普勒将应用圆锥曲线理论于行星轨道研究并开启牛顿的万有引力理论等灿烂的近现代数学、科学研究。

昔兰尼的埃拉托塞尼也曾在亚历山大城学习。公元前 236 年，他还被托勒密三世（Ptolemy III Euergetes I）委任为亚历山大图书馆馆长。埃拉托塞尼一个著名的发明是



(a) 丹麦哥本哈根第谷天文馆



(b) 美国圣路易斯科学中心的 McDonnell 天文馆

图 18 圆锥曲线造型的天文馆





熟的时代，是数学起着更重要的作用。并不特别擅长数学研究的柏拉图从朋友那里了解到凸面正五面体只有五种，然后就用之来描述他的宇宙观，认为世界由五种元素组成。这或许和毕达哥拉斯宣称的“万物皆数”一样荒诞，但萨摩斯岛的阿里斯塔克斯（Aristarchus of Samos, 约前 310-约前 230）却是用了正确几何方法去测量月球大小，月地以及日地之间的距离等。前述埃拉托塞尼的测量地球周长的方法也已经准确到令人吃惊的程度。

托勒密适时地总结了希腊古天文学的成就，写成天文学百科全书《天文学大成》（Almagest, 意为“巨著”）十三卷。该书提出了地心学说<sup>11</sup>，以并不正确的宇宙结构设计，却较完满地解释了当时能观测到的行星运动情况。托勒密还撰写了很多其它书，如《实用天文表》（Handy Tables）。在《实用天文表》一书中托勒密列出了用来计算太阳、月亮以及其它星体位置、升起与降落、轨道的数据。

托勒密的《天文学大成》包含了许多数学知识。他的天文学可以称为数理天文学。其实该书原希腊文版即名为《数学论文》或《数学文集》（Syntaxis Mathematica 或 Mathematical Collection），只是在原书被翻译为阿拉伯文再转译为拉丁文的过程逐渐定为现名。书中最重要的数学内容是三角学知识。这些内容主要基于史称“三角学之父”的希帕求斯（Hipparchus, 前 190 年-前 120）已失传的著作。比如，书中计算了精度很高的弦长表，这实相当于正弦表（间隔 $\frac{1}{4}^\circ$ ）。书中还使用了如下阿里斯塔克斯不等式来做插值

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} < \frac{\alpha}{\beta} < \frac{\tan \alpha}{\tan \beta}.$$

另如书中著名的托勒密定理对应于我们所熟知三角学中的正弦公式

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta.$$

丢番图被称为“代数学之父”，他著有 13 卷本的《算术》（Arithmetica）专门研究代数方程，特别是不定方程之解。丢番图常常通过具体的例子来解释他的方法。《算术》中一个著名的问题是将一个平方数分解为两个平方数：

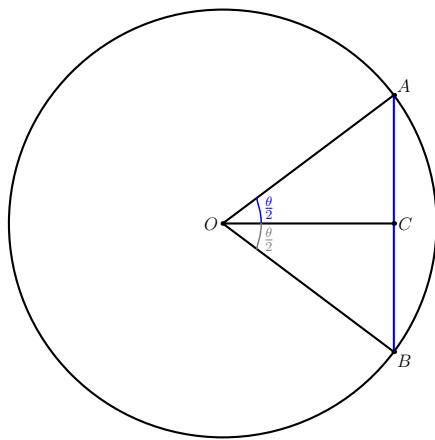


图 21 托勒密的弦长函数（ $\text{crd } \theta = AB$ ）与正弦函数： $\sin \frac{\theta}{2} = \frac{AC}{OA} = \frac{AB}{\text{直径}} = \frac{\text{crd } \theta}{\text{直径}}$

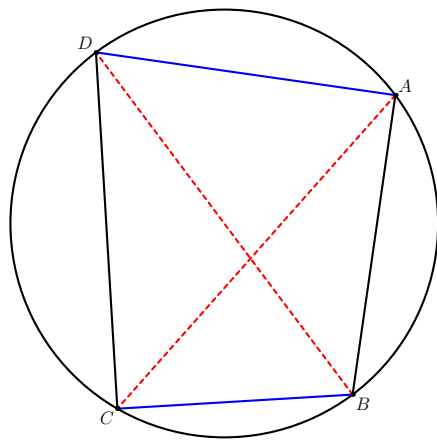


图 22 托勒密定理：圆的内接凸四边形两对对边乘积之和等于两对角线的乘积，即  $AC \cdot BD = AB \cdot CD + BC \cdot AD$

<sup>11</sup> 该学术认为地球为宇宙中心，日月等星体在地球外构成等距天层。各行星绕一个较小的圆周（本轮）运动，该圆的中心在以地球为中心的圆周（均轮）上运动。还假设地球不恰是均轮的中心，即均轮是偏心圆。



考虑将 16 分解为两个平方数。设  $x^2$  和  $16 - x^2$  为待求之平方数。只需找到  $x$  以使  $16 - x^2$  为平方数。假设  $16 - x^2$  为形如  $(mx - a)^2$  的平方数。

令  $16 - x^2 = (2x - 4)^2$  则得到  $x = \frac{16}{5}$ 。

我们由此可见丢番图实际上得到了  $(\frac{16}{5})^2 + (\frac{12}{5})^2 = 4^2$ 。

丢番图的例子很具体，而且在他的方法中  $m$  后来特取 2。如果我们将 16 设为一般的平方数  $a^2$ ，令  $a^2 - x^2 = (mx - a)^2$  则可立得方程  $x^2 + y^2 = a^2$  的一般解：

$$x = \frac{2ma}{m^2 + 1}, \quad y = \frac{(m^2 - 1)a}{m^2 + 1}。$$

丢番图的书历经千年流转，1621 年巴黎出版的一个拉丁文译本中的一本来到业余数学家费马（Pierre de Fermat, 1601-1665）的手中。大约在 1637 年，当他在家研习上述问题时，得意但又有点小遗憾地作笔记于页边：下述方程

$$x^n + y^n = z^n。$$

当  $n > 2$  时没有整数解  $x, y, z$ 。同时，他说页边空白太小而无法写下他优美的证明。我们几乎可以肯定费马只是得到了一个自以为是的“正确”答案，但他的断言还是吸引了后人 400 多年的苦苦追寻，直到 1995 年才被英国数学家怀尔斯爵士（Sir Andrew John Wiles）最终解决。

帕普斯总结、补充前期学者的研究成果，著有《数学汇编》（Synagoge），为后世保存了许多数学成果。例如通过他的著作我们可以得知在希帕蒂娅之前可能还有一个名为 Pandrosion 的女数学家。帕普斯在他的《汇编》中描述了 Pandrosion 发明的得到近似立方根的几何方法。

我们看到阿基米德、丢番图的著作是实质原创研究，欧几里德的《原本》是对前人成果的综合整理和升华，但帕普斯的著作更多地应该看作是对数学经典的评注，类似于辅导书、教学讲义等。这也是帕普斯时代及其之后时代希腊数学的特点。激动人心的原创性数学研究已经不再出现，数学家们更多地要将精力放在如何使水平日益下降的学生能够学好数学。

和帕普斯同时代的还有希帕蒂娅的父亲——亚历山大城的赛昂（Theon）。赛昂之后主要的数学家就数希帕蒂娅了。而希帕蒂娅之后的数学家普罗克鲁斯（Proclus Lycæus, 412-487）以及欧托修斯（Eutocius of Ascalon, 约 480-约 540）都已经不在亚历山大城了。普罗克鲁斯有名言“有数之处皆有美”，他对欧几里德《几何原本》第一册做过评注。欧托修斯则对阿基米德、阿波罗尼乌斯的一些著作做过评注。

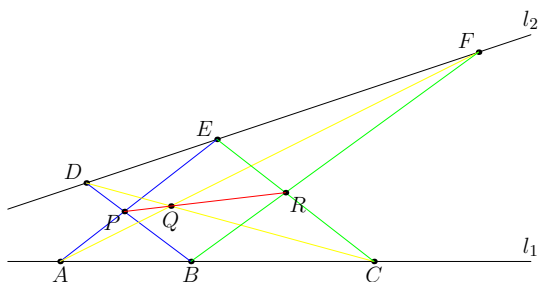


图 26 射影几何学中著名的帕普斯定理：直线  $l_1$  上依次有点  $A, B, C$ ，直线  $l_2$  上依次有点  $D, E, F$ 。设  $AE, BD$  交于  $P$ ， $AF, DC$  交于  $Q$ ， $BF, EC$  交于  $R$ ，则  $P, Q, R$  共线

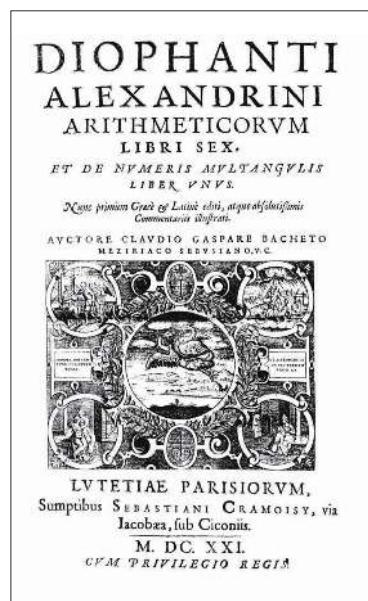


图 23 1621 年拉丁文版的《算术》的封页



图 24 法国邮局在费马诞辰 400 周年发行的邮票。费马的微笑诱惑了数学人长久的探索



图 25 红条中写有“ANDREW WILES 1995”，表示费马定理终被怀尔斯于 1995 年证明。该邮票由捷克发行，以纪念 2000 年世界数学年



图 27 电影《城市广场》中剧照：希帕蒂娅和她的父亲赛昂

## 希帕蒂娅的生平

我们已经了解到了希帕蒂娅生活的城市——亚历山大城的背景。一方面，她前有古希腊文明的优良传统，特别是古希腊数学在亚历山大城的传统；另一方面那个时代也已不再是科学家、哲学家安心自由探索的时代了。但因为几乎没什么资料流传下来，我们并不能说太多，虽然和许多历史人物的故事一样，有很多不能证实的传说。

关于希帕蒂娅的**一手可靠资料**并不多见，主要有：

- 她的学生辛乃西斯给她的书信 [11]。辛乃西斯是希帕蒂娅最著名的学生，而且可能是身为主教的缘故，他的大部分作品都得以保存。辛乃西斯的现存书信集中有 7 封是给希帕蒂娅的，时间跨度为 19 年。
- 她的同代人——基督教史学家所奎德 (Socrates Scholasticus) 所著的《教会史》(Ecclesiastical History) [9]；
- 7 世纪尼奇乌 (Nikiû) 主教约翰写的编年史 (Chronicle) 中有关希帕蒂娅的介绍 [5]；
- 十世纪的《苏达辞书》(Lexicon of Suda)。此书是 10 至 11 世纪拜占庭学者编纂的一本百科全书性质的书 [10]。虽然此书成书较晚，但无疑它参考了许多已经失传的书籍。书中关于希帕蒂娅的条目，可能就来源于 Damascius 失传的作品 The Life of Isidore<sup>12</sup>。

二手的研究资料比较多，其中主要的有波兰女历史学家玛丽亚·泽丝卡 (Maria Dzielska) 的书 [2]，Michael Deakin 的书 [1] 以及一些书中相关的文章 [8, 12, 13] 等。

**希帕蒂娅的父亲赛昂**是亚历山大城博学园最后一批研究员之一。他自己是一位优秀的数学家、天文学家。按照哈伯德等人的作品的合理“想象”，赛昂是一个成功的父亲：

<sup>12</sup> Isidore 是 Damascius 的老师。《苏达辞书》不完全可信，其中有前后矛盾处，如一时声称希帕蒂娅嫁给了 Isidore，一会又说她保有处子之身。





图 28 电影《城市广场》剧照：希帕蒂娅在辩论

虽然当时的世界对女性已有很深的偏见，但赛昂决意将自己有天赋的女儿培养成完美的人：亲自教希帕蒂娅数学、逻辑、艺术、文学、科学、哲学和演讲等。最难能可贵的是，赛昂不仅仅教女儿各种前人积累下来的知识，还训练女儿对这些知识消化、吸收和判别的能力。赛昂也不让严格的宗教信仰占据希帕蒂娅的生活。哈伯德在书中描写赛昂对希帕蒂娅的教诲：“保持思考的权利，即使错了也比不思考好”。赛昂也着重训练希帕蒂娅与智力相匹配的体魄：编排体操让女儿有规律地练习，并教她骑、射、游泳和登山等技艺。

也有传说道希帕蒂娅曾经到雅典、意大利等地游学十载（有的说约一年左右）。但事实也许是她从没出过远门。

英国历史学家爱德华·吉本(Edward Gibbon, 1737-1794)在他的《罗马帝国衰亡史》[3]中描述：“数学家赛昂之女希帕蒂娅，从小受其父亲所研之熏陶。她以有创见的评注阐释了阿波罗尼乌斯和丢番图的理论。她也在雅典、亚历山大城公开讲授柏拉图和亚里士多德的学术”。“显要、名流们迫不及待来拜访这位女哲人。”

《苏达辞书》中说“她备受市民的爱戴。每个新来的城市统治者第一要务就是先来拜访她”。

所奎德在他的《教会史》中对希帕蒂娅做出如下描绘：

“她在文学与科学领域有很深的造诣，水平远超与她同代的哲学家们。她继承了柏拉图、普罗提诺学派，并向听众阐述他们的哲学原理。许多人不远千里而来以获教诲。受过良好教育的她具有一种沉着从容、平易近人的气质。她经常出现在公众场合和当地的行政长官面前，她也从不因参与男人的聚会而羞窘。由于她超凡的尊严与美德，人们反而更加敬重她。”

但公元七世纪的尼奇乌主教约翰(Bishop of Nikiû) [5]却有明显偏见，其中希帕蒂娅被描述为一个魔术师：“那时的亚历山大城出了一个女哲学家，一个名为希帕蒂娅的异教徒。她把所有的时间投入到魔法、星盘以及乐器上。她以恶魔的巧计蒙蔽了许多人。”

作为女名人，自然希帕蒂娅需要在公众中出现；恰又如此漂亮的她，不免有麻烦。但希帕蒂娅以教学研究为己任，终身未婚。吉本使用了诗意的描写[3]：“她有烂如夏

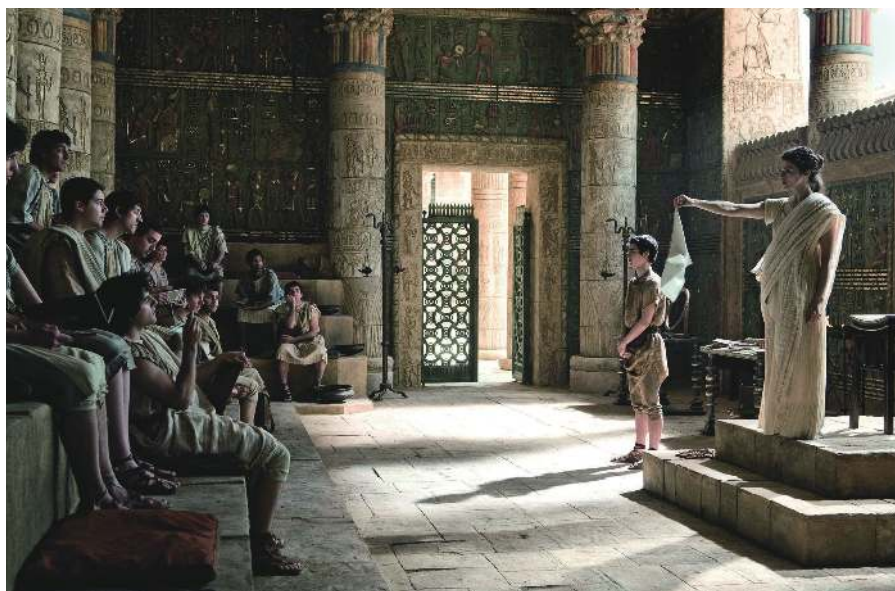


图 29 电影《城市广场》剧照：希帕蒂娅在教学

花般美丽的容颜，成熟的智慧和谦逊温婉的个性。她谢绝追求者之爱，全心教育自己的学生”。《苏达辞书》中确记载有她**拒绝求爱者的故事**，虽然可信度不高，但对于她精湛的教学和雄辩之说可以有所了解：

“她如此美丽，充满魅力，以致她的听众中有个人爱上了她。他无法自制，只好向她告白。有传言道是她以音乐慰藉了他的相思病，但事实上，音乐对他全无效果。于是她带来了一些她每月使用的碎布条，并将它们掷向他，向他展示她不洁之源，说：‘年轻人，你爱这东西吗？这一点也不美丽。’那人的灵魂便由这羞耻、惊人而不快的景象而改变，心思从此复归正途。”

希帕蒂娅是一位**伟大的教师**。她的许多学生大都成为社会的中流砥柱，其中有成为主教的辛乃西斯和做亚历山大城总督的奥瑞斯特斯。她作为教师在学生心中的地位，可从辛乃西斯给她的信中读到。辛乃西斯在他的信中提到希帕蒂娅的一些学生，且辛乃西斯也和他的老师一生都保持着学术和生活上的联系。他在病床上写的最后一封信也是向他挚爱、尊敬的老师希帕蒂娅的告别信。在辛乃西斯的第 81 封信中，他向希帕蒂娅陈述失子之痛；他在第 136 封信中叙述他访问雅典学院的观感：“这里已没有任何东西，除了一张皮来帮助我们想象当年鲜活的样子”，相比希帕蒂娅的学院，他对雅典学院倍感失望。辛乃西斯在第 154 封信中向希帕蒂娅介绍了他写的两本书，其中一本是关于神的启示的，他一定发表，由此可见，即使他们师徒信仰不同，但还是可以自由讨论的；另一本是关于哲学的，他希望只有在得到希帕蒂娅的推荐后才发表。

### 希帕蒂娅之死

希帕蒂娅被害的时期正当我们前述亚历山大城主教西里尔和长官奥瑞斯特斯之间的政治斗争白热化之际。关于希帕蒂娅的死亡，有不少记载和推断。如有人认为希帕蒂娅可能是第一个受到基督教会势力迫害的所谓“女巫”。我们仅引用一些较早的记录，请读者自己去判断吧。





图 30 希帕蒂娅之死：被拽下车拖往教堂

所奎德在《教会史》中记载她的死亡“发生在四旬斋期的三月里，是西里尔担任主教教职的第四年（即 415 年）”，还详述：

“即是她也成了政治忌妒的牺牲品，在那时期这种现象很普遍。由于她频繁与奥瑞斯特斯晤面，在基督徒中便有蜚语流言，说就是她阻挡了总主教与奥瑞斯特斯之间的和好。于是有些固执的基督徒怒火中烧，‘热血沸腾’，由一个名叫彼得（Peter）的礼拜朗诵士带头，潜伏在希帕蒂娅返家的路上，将她拽下马车，拖到一所叫做西赛隆（Caesarion）的教堂中。在这个教堂，他们撕去她的衣服，以砖瓦将她杀死、分尸。她破碎的肢体被带到一个叫做辛那隆（Cinaron）的地方焚烧。”

《教会史》中还评论道：

“这个事件不仅使西里尔，也使整个亚历山大城的基督教会蒙羞。没有其它事情比这样的屠杀、斗争和利益交换的发生更能远离基督教的教义的了。”

吉本在他的《罗马帝国衰亡史》也说希帕蒂娅“遭礼拜朗诵士彼得和一群狂热、残忍的极端分子的手毫无人性地屠戮致死”，并将希帕蒂娅之死归咎于西里尔：“正义的调查与惩罚最后因行贿而被罢。但希帕蒂娅的谋杀案，已在亚历山大城的西里尔的人格与信仰上，印下无法拭除的污点”。关于忌妒一说，吉本也简述“西里尔忌妒地看着云集她门前的冠盖车马和随从奴隶”。这在《苏达辞书》中有生动的描述：

“有一次西里尔路过希帕蒂娅住所，看到她门前有许多人马聚集，有人匆匆赶来，有人离去也有人侍立。西里尔便问这是些什么人且在这里做什么。当他得知这是哲学家希帕蒂娅的房子，并且她正在发表讲话时，他的心被忌妒撞击，立即谋划了她的死亡，这是所有谋杀中最见不得人的那种。”

约翰主教虽然对杀害希帕蒂娅的人持赞扬态度，但也不能抹杀希帕蒂娅是被基督徒残忍地杀害的事实：



图 31 利玛窦和徐光启翻译的中文版《几何原本》中的插图，背景可见基督教十字架。他们是该书中文版最早的翻译者（1607 年）

“一群上帝的虔诚信徒聚集在一起，……以火焚烧她的尸体。于是所有的人围绕着牧首西里尔，称他‘提阿非罗再世’，因为他摧毁了亚历山大城中偶像崇拜最后的余毒。”

希帕蒂娅之惨死促使奥瑞斯特斯向罗马报告并请求调查。但他也自身难保，最终离开了亚历山大城。而所谓的调查也一拖再拖，最后主教竟然掩盖扭曲事实，宣称希帕蒂娅并没有遇害，只是去了雅典。提督的继任者也被迫和主教同流合污，协同保持口径。

### 希帕蒂娅的成就

希帕蒂娅也在数学、天文学等领域有重要的贡献。作为天文学家，她的名字被用来命名一些天体；作为几何学家，Adobe 公司的一种新的字体以她的名字命名（Hypatia Sans Pro）。但关于希帕蒂娅的确切贡献的历史记载其实不多。由赛昂在所注书中的记述，我们知道她协助父亲注释了《几何原本》、《天文学大全》等书；在《苏达辞书》中有一行只 12 个单词还腐蚀不全的描述，说希帕蒂娅评注了三本书，现在一般接受的解读是“她评注了丢番图的著作、天文学准则（Canon）以及阿波罗尼乌斯的圆锥曲线”。我们不去讨论“Canon”究竟是何书，我们足以知道希帕蒂娅协助她父亲评注的作品，以及自己单独评注的《圆锥曲线论》和《算术》已是古希腊数学传统中最要紧的著作。此外，根据辛乃西斯的信件，我们知道她精于机械制造，如她对比重计和小星盘的制造有研究。

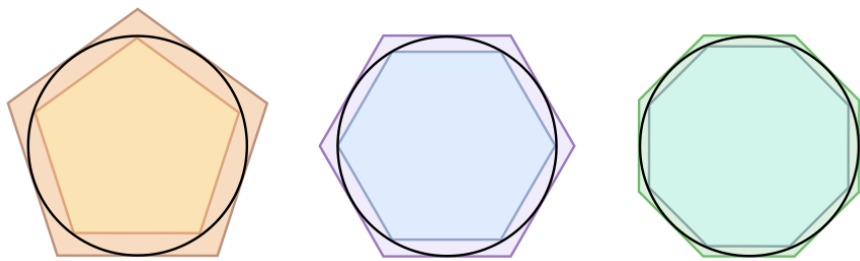
我们已经介绍过，到希帕蒂娅及其父亲赛昂所处时代，希腊数学原创的高峰已过，与数学家帕普斯等一样，主要为前人的著作进行评注，为数学知识的薪火相传而起作用。但我们也不能轻视这些评注。古时的注释常常意味着对原著的重新撰写，注家往往插入自己的成果而不和原著者的成果进行区分。我们只要想想费马大定理当年也只是费马留在《算术》一书中的空白处。而 1670 年版的《算术》就包含了费马的注释，特别是他的大定理！可以类比的是中国古代著名的数学名著《九章算术》也是历经过多人的增补和整理，不仅仅有我们熟知的刘徽。

**协助父亲注释《几何原本》、《天文学大全》** 赛昂自己评注了一些著作，如托勒密的《实用天文表》等书。但他影响较大的评注作品是希帕蒂娅协助的欧几里德的《几何原本》和托勒密的《天文学大全》。可以说他们所评注的这两本书是亚历山大城数学的代表作。其中赛昂父女版本的《几何原本》几乎是后世《几何原本》的定本，而且十九世纪末前该本是惟一存世的版本。在对《几何原本》的注释中，赛昂尽力纠正前人的错误（虽然他自己也有将正确的改错的情况）；使用统一标准的记号；而且将太过简略而不易理解的论点详加说明，甚或补充命题。赛昂在他对《天文学大全》评注的序言中说，“（前人的注释）省略了他们宣称的显而易见之处，而事实上，他们往往忽略了最困难的论证。”

历史或许喜欢讽刺，不但希帕蒂娅所研究宣讲的哲学被基督教吸收作为自己“不能被人类有限的理性所理解”的教义基础；而且传教士也常常用她的数学著作来传教。如意大利传教士利玛窦为了方便宣传，以希帕蒂娅贡献过的数学著作吸引中国学者的关注，最终和受洗为基督徒的明朝学者徐光启合作翻译了中文版《几何原本》的前 6 卷（1607 年）。

**评注《圆锥曲线论》** 阿波罗尼乌斯的《圆锥曲线论》共有 8 卷，现只存前 7 卷。前 4 卷留有欧托修斯评注过的希腊文版本；第 5 至 7 卷有阿拉伯文译本。前 4 卷介绍了圆锥曲线的基本性质。虽然其中许多性质在阿波罗尼乌斯之前是已知的，但阿波罗



图 32 阿基米德计算  $\pi$  值的示例

尼乌斯的处理超越了前人。即使这些初等部分在他的书中也包含了很多原创的东西。我们不知道希帕蒂娅是否评注了全 8 卷还是只注释前 4 卷，但欧托修斯自己做注时应该参考过希帕蒂娅评注的材料。这说明希帕蒂娅的工作或许至少含在前 4 卷中。

**评注《算术》** 1464 年发现的丢番图所著《算术》希腊文本仅存其中 6 卷。数学史家们注意到希帕蒂娅注释了《算术》前 6 卷，而存世的也恰是 6 卷，因此一般认为希帕蒂娅的贡献包含在这些作品中。

《算术》中的一道题如下：

求两个整数，使他们的和为 20 而平方差为 80。丢番图提供的解法是：设这两个数分别为  $10 + x$  和  $10 - x$ ，其平方分别为  $x^2 + 100 + 20x$ ， $x^2 + 100 - 20x$ 。因此其平方差为  $40x = 80$ 。最后得到  $x = 2$ 。所以这两数分别为 12 和 8。

以前数学史家们常常将《算术》卷二中起始部分的如下学生习题归功于希帕蒂娅：

已知  $a, b$ ，求解下列方程组

$$x - y = a, \quad x^2 - y^2 = (x - y) + b.$$

这个问题可以看作是前述更具体的问题的推广。数学史家们也常常认为希帕蒂娅的工作在于将丢番图的问题抽象化，这更符合现代数学的精神。但在 1973 年，伊朗的马什哈德发现了另 4 卷阿拉伯文抄本。因此也有人认为，希帕蒂娅的贡献更有可能是保存在阿拉伯文抄本中。

**其他作品：评注《圆的测定》等** 数学史研究者 [1, Chapter 9, Section I] 认为希帕蒂娅曾编辑过阿基米德的著作《圆的测定》(Dimension of the Circle)。此外，佚名的《等周图形》(On Isoperimetric Figures) 以及《曲面》(On Curved Surfaces) 也可能受到过希帕蒂娅的影响。我们只简介阿基米德的著作《圆的测定》。

阿基米德的这篇论文只有三个命题。其中他用穷竭法证明了：圆的面积等于两直角边分别为圆周长和半径的直角三角形的面积； $\pi \approx 3.1415926$  的值介于  $\frac{223}{71} \approx 3.1408$  和  $\frac{22}{7} \approx 3.1428$  之间。阿基米德为计算  $\pi$  值，使用了 96 边正多边形来内接、外切圆。<sup>13</sup> 此书中还含有一个令人吃惊地精确的  $\sqrt{3} \approx 1.7320508$  的有理数逼近：

$$1.7320261 \approx \frac{265}{153} < \sqrt{3} < \frac{1351}{780} \approx 1.7320513.$$

**比重计** 辛乃西斯书信集的第 15 封信是给他老师希帕蒂娅的，他说他处境不好，请求希帕蒂娅帮他制作一个比重计<sup>14</sup>，并详细描述了该仪器的规格。该信件已成为历史上最早有关比重计的描述的文字。他需要一个比重计的原因可能是处于病中的他需要用来配置药剂。

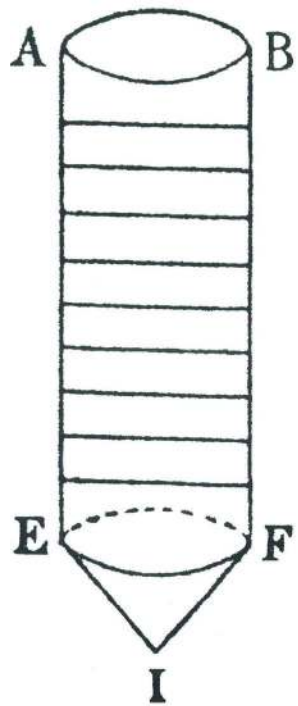


图 33 辛乃西斯信中描述的比重计示意图 (图片来自书 [1] 中)

<sup>13</sup> 如果要用这种方法，为了得到祖冲之 (429-500) 关于  $\pi$  的近似值 ( $3.1415926 < \pi < 3.1415927$ ) 则需要计算  $12288 = 3 \times 2^{12}$  边正多边形。这几乎是不可能的任务，因此很可能祖冲之使用了某种已经失传的方法。此外，祖冲之关于  $\pi$  的有理数近似也很好： $3.1415920 \approx \frac{355}{113} < \pi < \frac{22}{7}$ 。

<sup>14</sup> 原信件中写为 Hydroscope，研究者一般认为是 Hydrometer，即测量液体密度的仪器。



图 35 英国坎特伯雷出土的一个中世纪小星盘



图 34 北京古观象台的“浑仪”

**星盘** 星盘是古代天文学家进行天文测量如定位星体在宇宙中位置的重要仪器。早期的星盘是所谓的“浑仪”。这是一个三维机械模型。其原理是将宇宙当作一个天球，而将各种星座及其之间的关系投影到天球上。

托勒密在他的《平面天球图》(Planisphaerium) 中给出了球极平面投影理论。这使得构造更为实用的平面星盘——“小星盘”——成为可能。虽然不确定托勒密是否研制出小星盘，但希帕蒂娅的父亲确实通晓小星盘的理论，并可能写了一篇与此有关的论文。

辛乃西斯在一篇名为“献给星盘”的给友人 Paionos 的信中说，他自己在希帕蒂娅的帮助下自己设计出了星盘。由此可认为，制造小星盘的理论和方法由托勒密传下，经过赛昂到希帕蒂娅，再由希帕蒂娅教给辛乃西斯。

### 希帕蒂娅传奇——启蒙运动、女权运动以及小说、影视中的希帕蒂娅

泽丝卡在她的书中 [2] 有足足 26 页，全书正文四分之一的文字来叙述有关希帕蒂娅的文学传奇。启蒙运动的作品往往根据这个时期作者的意愿，将希帕蒂娅之死归咎于基督徒的迫害，作为“不理性的宗教迫害理性的异教”之象征。但其实如果他们仔细研读资料，或许会发现，希帕蒂娅之死更多应该是源于政治斗争的牺牲品。确实，希帕蒂娅的学生中有不少基督徒，甚至她的学生辛乃西斯还是西里尔的好朋友。此外，将希帕蒂娅之死当作古希腊科学传统的终结也略显夸张。而在近代第二波女权运动中，希帕蒂娅更多地是被作为女权主义的代表而被宣传。此外，因为希帕蒂娅的生平颇为传奇，而且牵涉神秘的宗教等，资料不多又给作者们很大的想象空间，因此历来有很多小说、影视等作品以她为题。

**启蒙运动中作为殉道者的希帕蒂娅** 14 世纪末，许多西欧的学者发现了由东罗马帝国保存的古希腊和罗马的文化和艺术，而希望重新学习。文艺复兴运动由此兴起。





图 36 电影《城市广场》剧照：希帕蒂娅在用星盘观天

这最终导致了宗教改革、激烈的宗教战争以及后来的启蒙运动。

“文艺复兴三杰”之一的拉斐尔<sup>15</sup>的名画《雅典学院》就把古希腊、罗马甚至他那个时代不同时期 50 多位哲学家、科学家、艺术家全都集中在一个空间，表达对人类智慧的笃信和赞美。画作《雅典学院》左下角站立着的白衣女子，一般认为是希帕蒂娅。传说当拉斐尔将草稿呈给教皇时，

教皇问道：“中间的这个女人是谁？”。

“希帕蒂娅，雅典学院最著名的学生。”拉斐尔答道。

教皇命令：“抹掉她，她的知识和信仰相冲突。这样，作品就可以接受了。”

虽然拉斐尔当时答应了，但他后来还是设法将希帕蒂娅安排进了画中。

启蒙运动时期的许多作者将希帕蒂娅和布鲁诺、哥白尼以及伽利略等受宗教迫害的科学家相提并论，认为希帕蒂娅是科学对宗教的殉道者。1720 年，约翰·托兰德<sup>16</sup>写了一篇标题很长的檄文：

“希帕蒂娅，史上最漂亮、最有品德、最有学识，各方面都完美的女教师；但亚历山大城的神职人员却为了满足他们骄傲残忍的主教——所谓的圣人——西里尔而将她撕碎”。

基督徒也迅速反击，编了一个题目也很长的小册子：

“最无耻的亚历山大城学院情妇希帕蒂娅的历史：被民众谋杀、分解——为圣·西里尔以及亚历山大城神职人员的辩护”。

十八世纪法国资产阶级启蒙运动的旗手伏尔泰（Voltaire, 1694-1778；原名为 François-Marie Arouet, 伏尔泰为笔名）也在他的作品中两次提到希帕蒂娅，谴责西里尔对希帕蒂娅的迫害。例如伏尔泰在他的《哲学辞典》有一小节关于希帕蒂娅 [12]。他的这本书强调理性主义的哲学思想，突出地反对基督教，反对宗教狂热带来的愚昧



图 37 《雅典学院》中的白袍女子：希帕蒂娅

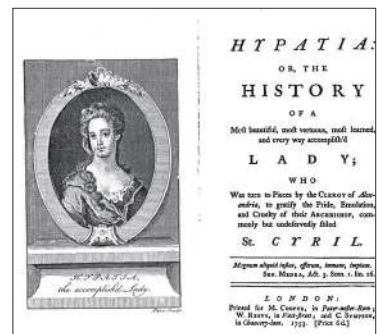


图 38 约翰·托兰德长标题的书

<sup>15</sup> 拉斐尔·桑蒂（Raffaello Santi），1483-1520，意大利杰出画家。

<sup>16</sup> John Toland, 1670-1722，英国哲学家，自然神论者。



图 39 油画：伏尔泰



图 40 查理斯·金斯利书信集中所附照片

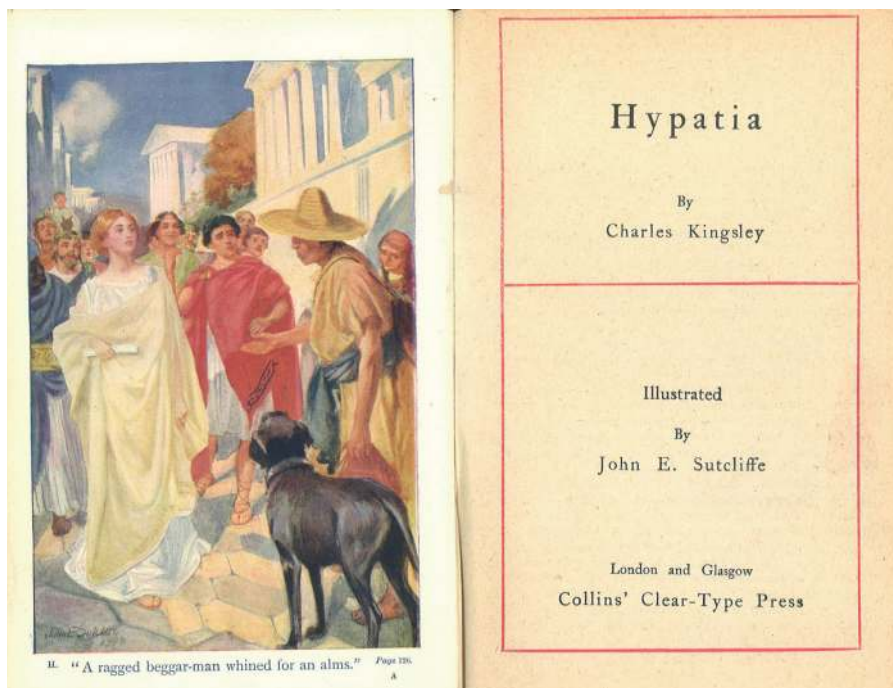


图 41 笔者所藏金斯利著《希帕蒂娅》的一个版本（约 1920 年）之内页

迷信与迫害无辜。

勒贡特·德·列尔（Charles Marie René Leconte de Lisle, 1818-1894）是法国诗人。列尔写过两个版本的关于希帕蒂娅的诗。在他的第二个版本的诗中他将希帕蒂娅之死归咎于基督徒的迫害，他写道：

卑鄙的基督徒打击、诅咒你，  
但你反而更加坚强！但是，现在，唉！  
有着柏拉图的智慧和阿佛罗狄忒<sup>17</sup>般的躯体的你，  
却永远从希腊的天空中随风飘去！

以希帕蒂娅为主线讨论基督教问题的最有影响的还数英国作家金斯利<sup>18</sup>的历史小说《希帕蒂娅》[6]。金斯利关心社会问题，他早年的两部小说《酵母》和《阿尔顿·洛克》都是以当时社会问题为题材创作而成的。金斯利在 1842 年被授予神职，他是同时代的达尔文进化论的同情者；他还积极参与发起基督教社会主义改革运动。

受金斯利小说影响，英国画家查尔斯·威廉·米契尔（Charles William Mitchell, 1854-1903）于 1885 年创作了一幅流传颇广的作品。图中身为异教徒的希帕蒂娅裸死于基督徒的祭坛前。画面显示希帕蒂娅死时颇为年轻，这正是金斯利的小说的影响：小说中希帕蒂娅在 25 岁时就去世了！

哈伯德<sup>19</sup>书 [4] 中有希帕蒂娅的介绍、想象画；其中关于希帕蒂娅也是文学描述：她的身高、体重都想象出来了。哈伯德借希帕蒂娅之口写了许多“格言”，尤其是有许多批评迷信思想的：

“生活就如旅途，行走越远，我们就能领略更多真理。理解我们外在、将

<sup>17</sup> Aphrodite，古希腊神话人物，爱与美的女神。

<sup>18</sup> 查理斯·金斯利，Charles Kingsley, 1819 - 1875，英国宗教思想家、小说家、儿童作家、历史学家。代表作有儿童读物《水孩子》（The Water-Babies），《希腊英雄传》（Fairy Tales, or the Greek Heroes）以及小说《喂！向西方！》（Westward Ho！）等。后述小说还导致英国一小镇以此含感叹号“！”的书名为名。

<sup>19</sup> 阿尔伯特·哈伯德（Elbert Hubbard），1856 - 1915，美国作家，代表作有《致加西亚的信》等，著有系列名人传记。





图 42 希帕蒂娅，米契尔的作品。该画现藏于英国纽卡斯尔的 Laing Art Gallery 美术馆

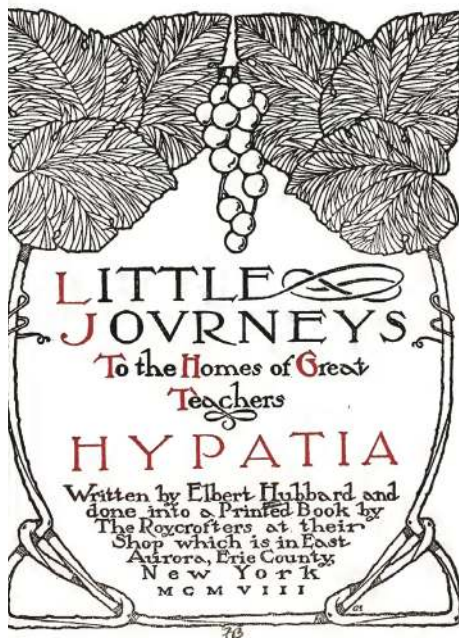


图 43 哈伯德作品《伟大教师——希帕蒂娅》封面

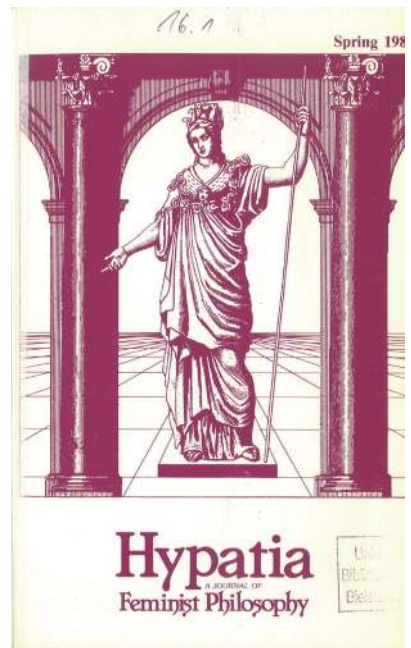


图 44 以希帕蒂娅名字命名的女性主义杂志发刊期封面

来世界的最好准备是理解我们目前的。”

“教学应该真实，寓言就是寓言，神话就是神话，奇迹就是浪漫的幻想。教授迷信是可怕的。”

哈伯德在作品也常常联系实际，针砭时弊。如他写道：

“希帕蒂娅犹如就活在昨天，她死于暴徒之手的事件也可能在波士顿重现：一个颇受敬重的团体曾用绳索套住一位好人的脖子在街上拖跑着，而这条街本是自由的神圣之地。”

诚如哈伯德所言，希帕蒂娅宛如就活在昨天，类似的故事在历史上不断重现；因此我们重读希帕蒂娅是不乏益处的。

**女权运动中的希帕蒂娅** 希帕蒂娅是现代女性（权）主义的热门题材。早在 1925 年，作家、社会革命家和女性主义者**朵拉·罗素**<sup>20</sup>的一本讨论女性话题的书《希帕蒂娅，或女人与知识》（Hypatia, or Woman and Knowledge）即以希帕蒂娅的名字命名，虽然文章内容和希帕蒂娅没有关系。在第二波女权运动中，希帕蒂娅更是热门主题。1986 年开始正式出版的一个女性主义哲学期刊《希帕蒂娅：女权主义哲学杂志》<sup>21</sup>也以她的名字命名。正如该刊所介绍，将该杂志以 Hypatia 的名字命名是因为“虽然我们中的大多数是我们所在学校的第一个女哲学家，但我们不是历史上的第一个”。

希帕蒂娅也出现在艺术作品中。1979 年女性主义艺术家 Judy Chicago 首次展出她创作的装置艺术《晚宴》（The Dinner Party）。该作品自 2007 年起成为美国纽约布鲁克林博物馆的永久藏品。这件作品为边长约 14.63 米的等边三角形大餐桌，每边有 13 个就餐席位，每个席位布置有桌巾和餐具，每一个桌巾上绣着一位女性人物的名字，

<sup>20</sup> 原名 Dora Black, 1894-1986。为英国著名哲学家、数学家罗素的一任妻子。

<sup>21</sup> 英文名为 Hypatia: A Journal of Feminist Philosophy，该刊在 1988 开始由印第安纳大学出版社出版。

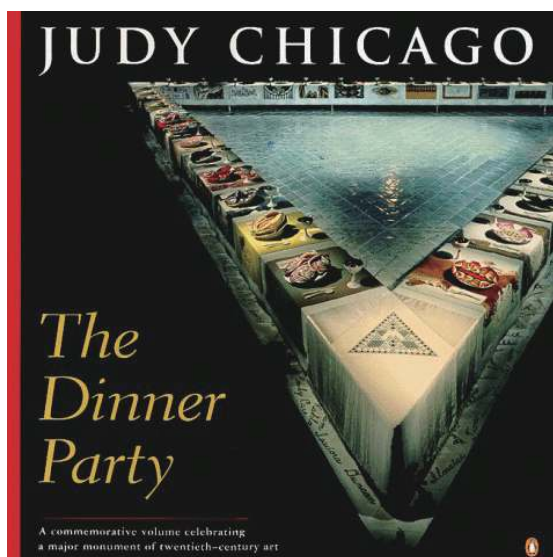
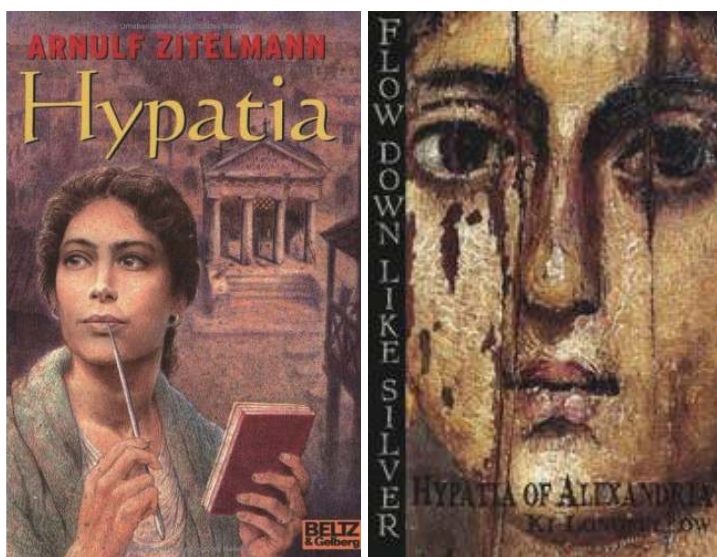


图 45 Judy Chicago 的介绍女性主义装置艺术《晚宴》一书的封面



(a) Zitelmann 的小说

(b) Ki Longfellow 的小说

图 46 以希帕蒂娅为主题的部分小说

以做纪念。此外，还有 999 名女性的名字写在铺于三角形餐桌中间的地毯上。39 人名单中只有希帕蒂娅是数学家，同样是女性主义学者热门题目的莎孚也在这 39 人中；在 999 人名单中有我们在前言中介绍过的数学家阿涅西、热尔曼和柯瓦列夫斯卡娅等。这件作品希望提醒人们女性也有过杰出的成就，不应该被历史遗忘。

**小说中的希帕蒂娅** 不为人所知的希帕蒂娅的生活细节，反而给文学家留下了无边的想象空间。仅仅当代就有许多新出版的外文小说，特别是畅销小说《达芬奇密码》的出版更是激起了人们对宗教之谜的兴趣。下面只列出几本：

- Anrulf Zitelmann 的小说 Hypatia（德语，1988）；
- Brian Trent 的 Remembering Hypatia: A Novel of Ancient Egypt（英语，2005）；
- Sandy Donovan 的 Hypatia: Mathematician, Inventor, and Philosopher（英语，2008）；
- Ki Longfellow 的 Flow Down Like Silver: Hypatia of Alexandria（英语，2009 年）。

值得一提的是这些作家多少大都写过宗教题材的作品。例如 Zitelmann 曾学过神学，并曾在德国中学教授宗教课程。他还撰写过宗教题材读物《世界宗教》（2002）和《基督徒的世界》（2004）。而 Ki Longfellow 在写 Hypatia 前写过畅销宗教题材小说《抹大拉的马利亚》（The Secret Magdalene）。

**影视中的希帕蒂娅** 希帕蒂娅也在一些影视中出现。在深受观众追捧的科普电视纪录片《宇宙》（Cosmos: A Personal Voyage）中，天文学家卡尔·萨根（Carl Sagan, 1934-1996）将亚历山大城图书馆的毁灭与希帕蒂娅之死相联。引起更多关注的是 2009 年以希帕蒂娅后期生活为主要内容，反映当时教派冲突历史的西班牙电影《城市广场》<sup>22</sup>。

该影片许多内容是有历史根据的。我们前面介绍的部分历史人物和事件在该影片中也有叙述。另如影片中有一批黑衣修士。他们是基督教早期教会中照顾病人，埋葬死者，愿为基督教而死的赌命者（Parabalani）。他们常被当作主教的护卫军。在影

<sup>22</sup> 导演为亚历桑德罗·阿曼巴（Alejandro Amenábar），此前著名的作品有《深海长眠》。英国女演员瑞切尔·薇兹（Rachel Weisz）饰希帕蒂娅。影片原名《Agora》，中译也译为《风暴佳人》。Agora 音译为“安哥拉”，原意为集市，常为城市中心露天广场。安哥拉也为居民发表言论的地方。





图 47 电影《城市广场》宣传海报



图 48 电影《城市广场》剧照：希帕蒂娅悟到地球沿着以太阳为一焦点的椭圆轨道运动

片中叙述他们去杀害希帕蒂娅之前，有他们掩埋死者的镜头。阿莫尼乌斯在影片中也当作这些人中的焦点人物。

影片主要有两条交叉的主线。一是描述基督教与其它教派的冲突。影片再现了 391 年塞拉皮斯神殿的被毁、基督徒和犹太教徒之间的互相攻击、总督与主教之间最后大冲突袭击等历史事件。

另一条线索是描写希帕蒂娅的教学、研究，尤其是对天体运动的探索。影片中，当希帕蒂娅被基督徒们围困时，借一位老者之口，提到阿里斯塔克斯先于哥白尼做出过地球绕太阳转的猜测。正如埃拉托塞尼应用几何知识测量地球周长，影片最后合理猜测了熟谙天文学和圆锥曲线理论的希帕蒂娅领悟到地球不是宇宙的中心，也没有在做完满的圆周运动，只是沿着以太阳为一焦点的椭圆轨道在旋转。这或许也在暗喻，天地万物缺憾常存，但地球上的几多纷扰，在浩淼的宇宙中又算得了什么呢？影片中，发现此规律的希帕蒂娅长久伫立时，一定相信人类理性终将胜利。

请让我们引用德国诗人歌德的话来结束本文：

永恒的女性，引领我们上升。

#### 附录：本文提到的部分在《雅典学院》（见首页插图）中出现的人物

1. 毕达哥拉斯：图中左下持书蹲着教学的秃顶老人；
2. 苏格拉底：图左最后一排身穿绿袍转身向左，扳手指与人争辩者；
3. 柏拉图：图中央门口站立的两人中左边，白发光脚，左手抱《对话集》，右手指天（表示他崇尚“形式”主义）之老者；
4. 亚里士多德：图中央门口站立的两人中右边，着鞋棕发，左手持《伦理学》，右手前伸朝下（示意他的观点：知识来源于经验观察和实验）之中年人；
5. 亚历山大大帝：图中双手交叉于胸前的青年（最上一排左起 5 人）；
6. 欧几里德：图右弯腰用圆规绘图者为欧几里德，另说为阿基米德；
7. 普罗提诺：图中最后一排右起第四位红袍头朝左站立者；
- 8.（天文学家）托勒密：图右下手托地球仪，长袍背向站立者；
9. 希帕蒂娅：图左下角站立着的白衣女子。

## 参考资料

1. Michael A. B. Deakin, *Hypatia of Alexandria, Mathematician and Martyr*, Prometheus Books, Amherst, NY, 2007.
2. Maria Dzielska, *Hypatia of Alexandria*, Harvard University Press, 1995.
3. Edward Gibbon, *The History of the Decline and Fall of the Roman Empire*, Boston: Phillips, Sampson, and Company, Vol 4, 1854. (中译可参考席岱岳译《罗马帝国衰亡史》，第4卷，第373–374页，吉林出版集团，2008。)
4. Elbert Hubbard, *Little Journeys to the Homes of the Great: Great Teachers*, 1916. <http://www.gutenberg.org/dirs/1/8/9/3/18936/18936-h/18936-h.htm>. (中译可参考2010年出版的《大人物：12位伟大的教育家》，副标题《通往历史名人的小径》。)
5. John, Bishop of Nikiu, *The Life of Hypatia*, from his Chronicle 84.87-103, <http://www.cosmopolis.com/alexandria/hypatia-bio-john.html>.
6. Charles Kingsley, *Hypatia or New Foes With an Old Face*, London, Macmillan and Co. and New York, 1889, <http://www.gutenberg.org/files/6308/6308-h/6308-h.htm>.
7. 莫里斯·克莱因，《古今数学思想》第一册，张理京、张锦炎、江泽涵译，上海科学技术出版社，2002。
8. W. R. Knorr, *Textual Studies in Ancient and Medieval Geometry*, Chapter 11, Boston: Birkhäuser, 1989.
9. Socrates Scholasticus, *Ecclesiastical History*, Bk VI: Chap. 15: The Murder of Hypatia (late 4th Cent.) from “Of Hypatia the Female Philosopher” <http://www.fordham.edu/halsall/source/hypatia.html>.
10. Suda On Line: Byzantine Lexicography, <http://www.stoa.org/sol>.
11. Synesius of Cyrene, 书信集 [http://www.livius.org/su-sz/synesius/synesius\\_letters.html](http://www.livius.org/su-sz/synesius/synesius_letters.html).
12. V. Voltaire, *The Works of Voltaire*, Vol. V (Philosophical Dictionary Part 3), 1764. [http://oll.libertyfund.org/index.php?option=com\\_staticxt&staticfile=show.php%3Ftitle=354&Itemid=999999999](http://oll.libertyfund.org/index.php?option=com_staticxt&staticfile=show.php%3Ftitle=354&Itemid=999999999).
13. Mary Ellen Waithe, *Hypatia of Alexandria*, in A History of Women Philosophers: Volume I: Ancient Women Philosophers, 600 B.C.-500 A.D., Ed. by Mary Ellen Waithe, Kluwer Academic Publishers, 1987.
14. 颜一清，《海巴夏》，台湾《数学传播》第十六卷第四期，1992 [http://w3.math.sinica.edu.tw/math\\_media/d164/16414.pdf](http://w3.math.sinica.edu.tw/math_media/d164/16414.pdf).

## 附注：

1. 文末参考资料主要列出了部分直接资料；有兴趣的读者可参考[1,2]中的文献。
2. 本文参考了维基百科相关条目；特别，本文所用图片除电影照片以及部分笔者所作图片，其余为维基百科共享图片。
3. 作者感谢徐佩、邓明立教授和付晓青博士的指正以及庄歌老师的耐心排版。
4. 2012年2月本文修订期间笔者女儿诞生，是为念。

德国比勒费尔德和知阁  
2011年7月