

格罗登迪克的 Motive 与塞尚的母题

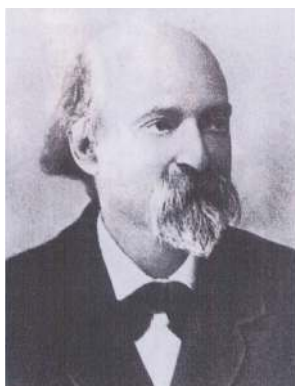
徐克舰

献给
已故音乐家何昌林先生¹

我们打算冒着简单化和片面化的风险，以相对概括的方式，来趋近两位高不可攀的巨人。他们当中的一位是亚历山大·格罗登迪克 (Alexander Grothendieck)，他是人类 20 世纪最伟大的数学家之一，另一位是保罗·塞尚 (Paul Cézanne)，他位于现代艺术史上最伟大的画家行列之中。



亚历山大·格罗登迪克



保罗·塞尚

格罗登迪克在他 20 多年的数学生涯中，曾在诸多方面做出了杰出的奠基性的贡献，特别是，他创立了概型理论，并由此建立起对后世影响深远的庞大的现代代数几何学体系。他的理论体系导致了此后的三项举世闻名的伟大进展：1974 年比利时数学家德利涅 (Pierre Deligne) 关于魏依猜想的证明，1982 年德国数学家法尔廷斯 (Gerd Faltings) 关于莫德尔猜想的证明和 1994 年英国数学家怀尔斯 (Andrew Wiles)

关于历经了 350 年的著名的费尔马大定理的证明。

然而，在他诸多的理论建树中，格罗登迪克本人格外看重的却似乎是在 1964 年 8 月 16 日给塞尔 (Jean-Pierre Serre) 的信中提出的 Motive 理论。

格罗登迪克后来写道：“在所有我有幸发现并呈献给世人的数学事物中，Motive 的实在性对我来说依然是最奇妙，最充满神秘的——它甚至是‘几何’与‘算术’在深层面上的同一所在。而 Motive 的‘瑜伽’（即 Motive 的哲学——译注）……或许是我作为一个数学家的人生前半期所发现的最强有力的探索工具。” ([1]) 而塞尚，这位现代艺术史上家喻户晓的人物，则以他毕生的精力，通过对母题 (motif) 及其实现的艰苦探索，颠覆了自文艺复兴时期以来前人所建立起的艺术实践信条，开创了人类艺术史上的新纪元。塞尚也因此享有“现代艺术之父”的盛誉。

本文的目的是要对格罗登迪克的 Motive 与塞尚的母题的含义进行阐释，并将两者进行比较，以试图对隐含于其中的思

¹ 何昌林 (1940-2009)，江苏宜兴人，中国音乐学院研究员，音乐学家。1966 年毕业于上海音乐学院作曲系，曾任青岛市京剧团作曲兼指挥。1981 年毕业于中国艺术研究院音乐研究所，获硕士学位，同年进入中国音乐学院。何昌林先生致力于民族音乐理论特别是古代曲谱的研究，曾发表《燕乐二十八调之谜》、《天平琵琶谱之译解研究》、《敦煌琵琶谱之考、解、译》等影响深远的论著，尤以曾译解唐传古谱《秦王破阵乐》而著名。1981-1988 年何昌林先生发起并主持了四届华夏之声音乐会。中央电视台曾依据何昌林先生译解编配的唐传古谱录制大型电视专题节目《火凤乐舞》。

想给出一种理解。本文的讨论是笔者长时间独立思索的结果，它记录了笔者试图概括格罗登迪克的 Motive 和理解塞尚艺术的持久的努力，这既是对数学的苦苦冥思，也是艺术和审美经验——那“超验性的唯一的一抹余光”([2]第2页)的久久萦绕。

同时，笔者的这些思考在很大程度上也是有感于著名的数学史家和数学哲学家莫里斯·克莱因(Morris Kline)在他的著作《西方文化中的数学》的结尾写下的一段文字：“遗憾的是，我们对数学的主要内容、本质及其影响不能做更深入的探讨。如果时间允许的话我们对数学的更高深的分支进行讨论，则我们对数学文化发展中的贡献会有一个清楚地了解。可惜的是，要精通数学理论必须进行多年的研究，而且又不存在可以缩短这一进程的捷径。”([3]第469页)克莱因的“遗憾”和“可惜”是颇具意味的。

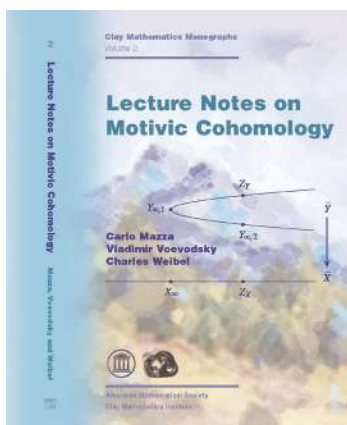
1. 一个封面

我们的讨论是由一本讲义的封面引起的。在 Motive 理论的研究方面，近二十年来最具影响力的进展无疑当属由俄罗斯数学家苏斯林(Andrei Suslin)和沃沃斯基(Vladimir Voevodsky)发展起来的“Motive 上同调”(motivic cohomology)理论。苏斯林因此获得了代数的最高奖 Cole 奖，而沃沃斯基，则因为使用这套理论解决了代数 K-理论中长期悬而未决的著名的米尔诺猜想，于2002年在北京国际数学家大会上荣膺素有数学诺贝尔奖之称的菲尔兹奖。关于这个理论，马沙(Mazza)、沃沃斯基和韦博(Weibel)2006年合作出版了一本著名的讲义《Motive 上同调讲义》([4])。但是，或许令许多读过这本讲义的读者不无困惑的是，占据这样一本极为抽象的数学理论讲义整个封面的却是用水彩画的一座山（见上图）。这是什么意思？为什么要画一座山？这座山与 Motive 有什么联系？它的含义是什么？

[曼宁的观点] 要回答这些问题，需要从韦博关于沃沃斯基、苏斯林和弗里德兰德(Eric M. Friedlander)2001年合写的 Motive 上同调方面的最权威的著作 Cycles, Transfers and Motivic Cohomologies 的书评说起。在此书评中，韦博解释了 Motive 一词的来源。他认为 Motive 一词是借自于后期印象派画家

塞尚的术语。韦博写道：“令钟情于文化的读者感到欣悦的是，motif 一词是借自于塞尚用来表述其印象派绘画方法的术语。”([5])通过进一步考察可知，韦博的说法实际上是源自曼宁(Yuri Manin)的文章，([6])即源自曼宁在他关于“史前”Motive 理论文章的前言中对 Motive 一词的使用进行的解释。只是，曼宁的说法要比韦博的说法委婉一些，语气上似乎没有韦博那么肯定。曼宁说：“使用 Motive 一词的缘由可以通过参考赫伯特·里德的评论而得到解释：‘塞尚的绘画方法首先是选择母题——风景、肖像人物、静物；其次是把他对母题的视觉领悟体现出来；在这个过程中丝毫不损失母题在实际存在中所具有的生命强度。’（为了保持 motif 的生命强度，显然实现应该是一个函子。Ju.M.）”([6])这其中的引文是出自英国著名的艺术史学家赫伯特·里德(Herbert Reed)在其著作《现代绘画简史》中关于塞尚艺术的评论。([7]第8页)也就是说，曼宁认为格罗登迪克的 Motive 可用塞尚的母题来解释。

[圣维克多山] 鉴于这层背景，我们就不难理解上述讲义封面上的山的含义。实际上，既然该讲义的作者们，特别是韦博，持有 Motive 一词是借自于塞尚的观点，那么，如果要在封面上以绘画语言表达出这层意思，就该选择最能表达这层意思也即最能代表塞尚母题的视觉材料。当然，首先应该指出，这幅水彩画可能未必出自塞尚之手。因为，一方面，在笔者能够搜索到的塞尚的水彩画作品中并没有这幅作品。另一方面，从视觉效果上来看，该画的用笔和画法都不像是塞尚作品的风格，所画的山的形状也不像塞尚的代表性母题——圣维克多山。²因此，该画可能是设计者出于设计的意图所绘，因为该画具有明显的迎合封面文字设计的痕迹。即使如此，我们依然断定：该书封面上所画和所要表达的应该是塞尚绘画中最具代表性的母题——圣维克多山！为什么呢？因为，对于塞尚的艺术有所了解的人都会知道，对塞尚来说，圣维克多山有着极特殊的意义。塞尚一生画过许多次圣维克多山，这是塞尚绘画中最经常出现也是塞尚最喜爱的母题之一。杰出的英国艺术批评家、形式主义艺术批评的开山鼻祖、塞尚研究首屈一指的权威罗杰·弗莱(Roger Fry)论述道：“这是一座给人印象深刻的山脉，但与其说那是由于它的高度和险峻，倒不如说是由于它‘人格’的怪异，它一定深深地令塞尚为之着迷，因为没有哪一座山像它那样被一个艺术家如此坚持不懈、乐此不疲地探究过。”([8]第173页)从形式意义上讲，圣维克多山是体现塞尚通过“抓住几个明显相关的、几乎几何结构式的要素，然后在这一被清晰把握的框架上，赋予轮廓的每一部分以最为幽妙的变化”来诠释形式的典型方法的完美母题。([8]第174页)不仅如此，圣维克多山还承载着深刻的象征意义。正如塞尚研究的学者米歇尔·奥格(Michel Hoog)所说，圣维克多山是“一座圣山”；“这座山充满了象征意义，它令塞尚和埃克斯人



《Motive 上同调讲义》的封面

² 通观塞尚的作品，大致可以断定：在以山为母题的作品中，塞尚一生中只画过圣维克多山。



圣维克多山（塞尚，1904-1906年）

为之着迷”。“塞尚童年时，和左拉一道把圣维克多山化为己有。……他把自己和这座山认同。塞尚就像普桑画的巨人波吕斐摩斯，他在那战胜野蛮人的山上，俯视着埃克斯和埃克斯市民，左拉则成为他的胜利见证人。”（[9]第164页）而且，对于不断自我怀疑的塞尚来说，学者杜什廷（Hajo Duchting）认为：圣维克多山成为了最后的避难所。在塞尚最后的岁月里，圣维克多山承载着更为伟大的艺术使命：塞尚倾尽一切才华，通过圣维克多山的组画来回答：“现代绘画的至高成就究竟能达于何种高度？他对他的艺术能留下何种遗产？”（[8]第179页）正因如此，“今天，这座山对所有人来说，又多了一层新的意义：塞尚赋予它的意义”（[9]第164页）。因此，对于认为可以用塞尚的母题来解释格罗登迪克的 Motive 的作者们来说，用塞尚的圣维克多山作为封面，以表达他们的观点，也就再合适不过了。到目前为止，我们的这些滔滔论述显然还只是感情用事的“可能性”。但对我们来说，最至关重要的问题显然是“现实性”，也即是否是“是”，而不是“应该是”，也就是说，作者们究竟是否要在封面上表达这种观点呢？关于这一点，似乎可以在位于这本讲义封底的内容简介中找到答案。实际上，该内容简介的第一句话就是：“Motive 的概念像它得名于其的同名者，即塞尚的印象派绘画方法中的‘母题’（motif）一样的令人难以把握。”这几乎可以看做是对封面含义的一种含蓄解说，也可以看做是对我们看法的一种支持。

从更广泛的意义上讲，这折射出了西方人的人文主义精神传统。也就是说，数学家们不仅仅想从格罗登迪克的

Motive 理论中获取和掌握深刻的数学知识，而且还试图从中诠释出一种特殊而生动的，正如艺术史学家欧文·潘诺夫斯基（Erwin Panofsky）所认为的，使人更接近于智慧的人文主义精神。马沙、沃沃斯基和韦博的讲义的封面设计表明了数学家们认同这种诠释的强度。

我们不知道为什么曼宁会从格罗登迪克的 Motive 联想到塞尚。我们所关心的是：这其中是不是会有着更为深层的原因？我们的讨论并非执意要在格罗登迪克的 Motive 与塞尚的艺术之间寻找出具有确定性的联系，而更多是关注数学与艺术之间的相互类比和启迪以及由此引发的问题和思考，以在不同的知识之间营造一种与艺术史学家贡布里希（Richard Gombrich）在《艺术与错觉》中所论述的视觉“扩散效应”相类似的效应。（[10]第225页）以此来理解，如克莱因所说的，数学不仅是“一个知识体系，一种实际工具，哲学的一块基石，完美的逻辑方法，理解自然地钥匙，……”也是“美感的经验”，“一种通向物质、思维和情感世界的方法”。（[3]第469页）

2. 格罗登迪克与塞尚

法国哲学家梅洛-庞蒂（Maurice Merleau-Ponty）告诫我们：“不要去想象某种抽象的力量，这力量把其影响施加到生命的‘材料’上面，或者，把障碍引进生命的发展当中。可以肯定，生命并不解释作品，然而，可以肯定，生命与作品相通。事实在于，要创作这样的作品，便要求这样的生命。”（[11]第55页）因此，在我们开始讨论格罗登迪克的 Motive 和塞尚的母题之前，先来看看格罗登迪克和塞尚的“生命”方面，对我们的理解是有益的。实际上，这两位出生相差89年的大师，在诸多方面似乎都存在着一些类似。

[出身] 塞尚1839年1月19日出生于法国南部埃克斯的一个富裕的家庭，父亲是一个制帽商，后来成为银行家，母亲是“一位聪明活泼的女性，似曾鼓励过塞尚追求艺术”（[9]第14页）。格罗登迪克1928年3月28日出生于德国柏林的一个颇为动荡的家庭，父亲是乌克兰人，母亲是德国人，父母都是犹太人，并且都是颇为浪漫的狂热的“无政府主义者”。格罗登迪克终其一生都是居住在法国的无国籍的人。

[教育背景和天赋] 塞尚和格罗登迪克有着颇为类似的贫乏的教育背景，但却都有着极好的天赋。早年，塞尚曾经在埃克斯市立绘画学校注册，跟随吉贝尔（Joseph-Marc Gibert）学习过绘画，后来，投考过美术学院，但落第了。因此，塞尚在艺术上的探索基本上属于自学。但是，正如塞尚的母亲说，他“像鲁本斯和韦罗内塞一样，天生是一个画家”。（[12]

第14页) 格罗登迪克的少年时代是在动荡中度过的。当时正处于第二次世界大战, 他不仅没有良好的环境中受过正规教育, 而且很长一段时间是和他母亲一起在战俘收容所里度过的。虽然, 他“所受的痛苦和自由被剥夺的经历使他的发展很不均衡”, 但是, 格罗登迪克“从很小的时候起就有很强的内在理解能力。在数学课上, 他不需要老师提示就能区分什么东西是深层的、什么是表面的, 什么是正确的、什么是错误的”。他后来回忆道: “我在孤独工作中懂得了成为数学家的要素。……不用别人告诉我, 然而我却‘从内心’中就知道我是一位数学家。” ([13])

[思维风格] 格罗登迪克从年轻的时候就表现出了与众不同的思维风格, 他卓越的才华和非凡的思考力以及“天马行空般的想象力”为世所公认。作为一位伟大的数学家, 这或许并不会令人感到意外。但是, 或许真正令人感到意外的是, 作为画家的塞尚, 也有着极强的思考力和逻辑推理潜质。在中学时代, 塞尚还曾因数学获过奖励。([12] 第4页) 这在通常擅长形象思维的艺术家中是极为罕见的, 也与像梵高这样的画家形成了鲜明的对照。这一点似乎被许多塞尚的研究学者所忽略。据记载, 塞尚作画时经常是在画上一笔后, 需要观察思考很长时间再落第二笔; 更有甚者, 周知, 塞尚为画商沃拉尔 (Ambroise Vollard) 画过一幅著名的肖像。从表面



沃拉尔肖像 (塞尚, 1899 年)

上来看, 此画简单概括, 似乎用不了多长时间就可以完成, 但是沃拉尔却为此做了 115 次模特! 如学者威廉·弗莱明所说: “对塞尚来说, 作画不应只是视觉行为, 而且也是思维的行为。” ([14] 第 531 页) 在笔者看来, 塞尚的这种超常的感受力和善于逻辑思考的潜质影响了他的观察方式, 也影响了他的艺术观念和艺术风格的形成。这似乎可以解释, 为什么塞尚的作品总是充满了一种结构上的逻辑力量。“不管多么朦胧, 他总是能够看见帷幕背后那更投合他最真切情感的结构和逻辑。” ([8] 第 78 页)

不仅如此, 塞尚和格罗登迪克都具有跨越已知和传统直接创造新事物的卓越本领。塞尚开创了现代主义艺术, 但从传统绘画的标准来看, 他却并没有古典大师们那样深厚的造型功底。同样地, 格罗登迪克在创立现代代数几何的时候, 如塞尔所说: “他的经典代数几何知识实质上等于零。” ([13]) 这些事实的颠覆性在于, 它清楚地告诉我们, 新事物和旧事物之间的关系未必一定是一种包含关系, 一般来说, 还可能是一种相交甚至不相交的关系。³ 也就是说, 要成为一位开创新事物的“现代”大师, 未必就一定得先是一位谙熟旧事物的“古典”大师。格罗登迪克的观点则更为惊世骇俗, 他在素有“现代代数几何的圣经”之称的《代数几何原理》的前言中一开始就写道: “这本书的目的是对代数几何学的基础做一番探讨。原则上不假设读者对这个领域有多少了解, 甚至不主张读者具有这方面的知识, 虽然有一定知识的话也很有好处, 但有时 (比如习惯于从双有理的观点考虑问题的话) 对于领会这里将要探讨的观点和方法或许是有有害的。” ([15])⁴ 显然格罗登迪克的意思是: 任何知识都具有内在的约束力, 以往的知识无疑是理解新知识的基础, 但是由以往的知识所具有的内在约束力造成的思维定势同时也构成了理解新知识的障碍, 这也因此彰显了创新的艰难和可贵。人类科学史上的许多事实都说明了这一点。事实上, 仅从“无理数”和“虚数”的名称的含义就能体会到, 当初人们在理解这些全新概念时由已知的“有理数”和“实数”概念所具有的内在约束力所产生的理解上的障碍。这似乎也解释了, 为什么有那么多有极高的艺术修养的人都长时间不能理解塞尚的艺术。这在现实主义画家徐悲鸿那里表现得格外令人印象深刻, 因为他终生都理解不了塞尚的艺术。⁵

品在许多时候呈现出来的不仅不是表面上看起来的美, 甚至初看起来相当的丑陋。正是这种表面上的丑陋构成了唯美主义者的观赏障碍。我们认为, 仅凭学院主义的绘画造诣对理解像塞尚这样的画家的作品, 或许不仅所助甚微, 按照格罗登迪克的惊世骇俗的观点, 有时甚至作用是负面的。从这个角度上讲, 由徐悲鸿的老师达仰 (Pascal-Adolphe-Jean Dagnan-Bouveret) 这种上承卡巴奈尔 (Alexandre Cabanel) 的古典派画家为徐悲鸿培育出的审美之眼所产生的内在约束力会阻碍他理解塞尚艺术中隐藏在“乍一看令人讨厌” ([8] 第 91

³ 实际上, 对于非交换几何, 数学家们正是这样理解的。

⁴ 这里我们使用了北京大学周健博士的译文。

⁵ 塞尚追求作品的内在和谐, 但他却不是唯美主义者, 他的作

【性格】塞尚和格罗登迪克都是有着“喜欢直接表达情绪的”、“单纯的”、“非黑即白”的极端性格的人物。从《塞尚传》([12])可以知道,“塞尚的性格急躁、不安定和容易感动”,“固执己见”,“难以接受劝告”。正如塞尚的挚友、著名的法国作家左拉所说:“要向塞尚证明什么,就像试图劝说圣母院的尖塔跳夸德里尔舞一样难……”([8]第13页)塞尚在表达自己的情绪时相当直接,“偶尔听到过分与自己相反的见解,便突然站起来,也不向谁讲一声,返身就走,以代替回答”。([12]第45页)“塞尚的气质常常动摇于一个极端到另一个极端之间。”([12]第136页)而格罗登迪克,如瑞本鲍姆(Ribenboim)所说,有时“会变得非常极端”。不过,与塞尚相比,格罗登迪克的性格更为外向。凯琳·泰特(Karin Tate)回忆说:“格罗登迪克乐于享受快乐,他很有魅力,并喜欢开怀大笑。但他也可以变得很极端,用非黑即白的眼光来看待问题,容不得半点灰色地带。另外他很诚实:你和他在一起的时候总知道他要说什么,……他不假装任何事情。他总是很直接。”([13])

【英雄主义】塞尚和格罗登迪克都是富有激情、梦想做大事情、并且有着“不顾一切的勇气”的顽强的英雄式人物。在IHES⁶的“英雄岁月”里,“格罗登迪克全身心地投入到数学中。他非凡的精力和工作能力,以及对自己观点的顽强坚持,产生了思维巨浪,将很多人冲入它的奔涌激流中。他没有在自己所设定的令人畏惧的计划面前退缩,反而勇往直前地投入进去,冲向大大小小的目标”。“他一个人让那时候世界上所有在代数几何领域中认真工作的人都很忙碌,”([13])他一个人对代数几何这个领域的完全控制,如同康德对他的批判哲学的沉思,持续了长达12年的悠久岁月。

而塞尚,正如艺术批评家克莱夫·贝尔所说:“很明显是一个天才的男人的性格,就像大多数激情的英雄崇拜者所向往的那样。”([16]第33页)塞尚有着“英雄般的、几乎存在主义式的形象”。([17]第3页)但是,与格罗登迪克有所不同,塞尚的英勇中却同时包含着一种神经质和自我怀疑。这既与先天的遗传因素也与后天的影响因素有关。首先,这与塞尚的生活背景有关。实际上,按照雷华德的说法,塞尚的性格是受到了生活环境的影响。因为,塞尚的一家在埃克斯始终是被地方贵族藐视、被市民摒弃的外乡人。这一点“无

页)”的“笨拙与尴尬”的外表下的那种陌生的“造型构思品质”([8]第91页)”。所以,他才会给徐志摩的信中说,塞尚等“之画一小时可作两幅”,怒斥塞尚的作品为“无耻”,甚至把塞尚比作“乡下人的茅厕”,而称达仰为“大华饭店”。(参见《徐悲鸿文与画》,徐悲鸿著,华天雪注析,山东画报出版社,2011)这些激烈的言辞不禁会使人想起左拉在小说《杰作》中对1874年第一次印象派画展的描述:“女士们用手帕掩着嘴不住地笑,先生们大笑得腹痛。这是一个哄笑的漩涡,在觉得滑稽可笑的群众中逐一传遍。不久进

意识中影响了未来的画家、高傲而富有感性的孩子。不管怎样,这无疑会加剧他那有自我封锁倾向的性格”。([12]第11页)但是,我们认为,这并不是主要因素。塞尚的这种神经质和自我怀疑更多是与他所从事的艺术事业的高度探索性和高度不确定性以及需要长时间的努力有关。事业具有对性格的改造力量。用梅洛-庞蒂的话来说就是,这“应用他的创作意图来解释”。([11]第54页)格罗登迪克38岁时获得了数学最高奖菲尔兹奖,可谓誉满全球。而塞尚却完全不同。他崇高的艺术地位的真正确立是在他去世多年以后。而“他在生命的最后岁月中所创作的杰作”对他“那不断增长的身后名望的最终凯旋”的预示,却是建立在长期遭受一连串的屈辱和失败的悲剧基础之上的。“他的作品为我们记录了这一悲剧的展开过程。”([8]第8页)弗莱写道:“他没有那种直接抓住一个理念并以某种强化手段将它栩栩如生地表达出来的才华;直到最后完成,他似乎才能领会他自己作品的主题;在他的表达背后仿佛总存在某种潜在之物,某种只要能他就会一直想要抓住它的东西。……”([8]第6页)这使得他“比任何人都没有自信。他总是小心翼翼地探索他的道路,要不是他的试探证明了在面对难以捉摸的主题时,他总有那么一股不顾一切的勇气的话,我们就只能说他是胆怯的了”。([8]第6页)德国学者阿德里亚尼(Gotz Adriani)论述道:“只是到接近其事业的晚年时,他才模模糊糊地感觉到自己的道路的正确性。……他是一个彻底的不妥协者,与此同时又高度地犹豫不决。他拥有令人难以置信的意志力……。”([8]第14页)他的“英雄般的崇高性”使他成为“19世纪法国艺术史上的、个人技艺大战庸众的令人战栗的史诗的主角”。([8]第205页)

【历史影响】我们不知道格罗登迪克会不会在塞尚身上看到自己的影子,但是,我们知道,两者都对后世产生了巨大而深远的影响。“塞尚是引导历史最伟大的艺术家之一”(格莱兹与梅津杰),他的“想要客观地观察世界的真诚决心”([7]第6页)开启了如火如荼的现代主义艺术运动。毕加索在表达他年轻时对塞尚的仰慕之情时说:“塞尚是我唯一的导师!……塞尚好像是我们大家的父亲。”([9]第152页)莫里斯·德尼(Maurice Denis)还曾经专门画过一幅题为《向塞尚致敬》的油画,在画中,艺术家们围着一幅曾经

入高潮,……不管美丑,全部成了哄闹……谁都交叉双臂,笑得跌倒……大家指着画互相叫喊……。”([12]第65页)然而,这些激烈的言辞并不是出现在1874年,而是出现在1929年,那时即使“长期坚持不接受塞尚”并认为塞尚的作品“永远不可能在公共美术馆展出”([8]第91页)的最为顽固不化的法国政府,也已经改变了对塞尚艺术的态度。这也说明,这些激烈的言辞离着“意识到其第一反应的错误”([8]第91页)是多么的遥远。

⁶ 法国高等科学研究院

为高更所珍藏的塞尚的著名静物画《高脚果盘》，以示对塞尚的敬意。在整个艺术史上，大概只有像达芬奇⁷和伦勃朗这类的大师堪与塞尚比肩。同样地，“格罗登迪克的工作则对现代数学有着深远的影响，从更广范围说，它位列于20世纪人类知识最重要的进展之中”。([13]) 杰克森甚至将格罗登迪克比作爱因斯坦，他说：“格罗登迪克的成就可以和，比如说阿尔伯特·爱因斯坦的相提并论。他俩中每一个都开启了革命性的新观点而改变了探索领域，而且每一个人都寻求现象间最根本的统一的联系。”([13]) 然而，在笔者看来，格罗登迪克，这位“现代代数几何学的上帝”，倒更像是一位引导现代数学历史的“塞尚”！

3. 格罗登迪克的 Motive

现在我们来着手分析格罗登迪克的 Motive。首先，应当特别指出的是，虽然格罗登迪克于1964年提出了 Motive 理论，但是，格罗登迪克自己却从未正式发表过任何关于 Motive 的文章。最早发表论文介绍 Motive 理论的是曾亲受业于格罗登迪克的数学家曼宁 ([6])(1968)、德马泽 (M. Demazure)([19])(1969) 和 克 莱 曼 (S. Kleiman)([20])(1970)。此后，Motive 理论经历了很大的变化，其持久的“哲学式”的影响已遍及许多领域，后续研究可谓浩若烟海。全面详述整个 Motive 理论的历史和思想演化恐非易事，也超出了笔者的学养。因此，我们仅限于论述格罗登迪克的原始的 Motive 理论。

[魏依猜想与 Motive] 首先，格罗登迪克为什么要研究 Motive 呢？这需要从著名的魏依猜想说起。1949年，由于受到黎曼的文章的启发，魏依研究了定义于特征 p 的有限域上的代数簇 V 的 Zeta 函数，以计算 V 上在此域及其有限扩域上的有理点的个数。在曲线和阿贝尔簇两种情况下，魏依证明这种 Zeta 函数满足性质：1) 是有理函数；2) 有函数方程；3) 零点和极点有某种特定的形式。这是经典黎曼猜想的类比。魏依猜想即是问，对于一般射影非奇异代数簇上的 Zeta 函数，这些性质是否还成立。此后，魏依自己用一种当时尚不存在的特征 p 的有限域上的代数簇 V 的系数为特征零域的上同调，即后来的“魏依上同调”，重新叙述了他的猜想。这样，只要能定义出这种“魏依上同调”，就至少可以证明魏依猜想的大部分。在此后的许多年里，数学家们的许多尝试都意在寻找魏依上同调。魏依猜想的惊人之之处在于，它

给出了代数几何与拓扑之间的联系，它“隐含着的洞察力所激发的巨大期望就是拓扑空间的上同调方法可以适用于簇与概型。这个期望在很大程度上由格罗登迪克及其合作者的工作实现了”。([13]) 最终，在1960年，格罗登迪克定义出了系数为 l -adic 域 $\mathbb{Q}_l$ 的平展上同调 (étale cohomology)，还定义出了晶体上同调 (crystalline cohomology)，并证明这种上同调即满足魏依上同调的要求。这样，格罗登迪克就证明了魏依猜想的前两部分。对于魏依猜想的第三部分，格罗登迪克并没有试图直接去找出证明，而是转向了更为宽阔的视野。首先，格罗登迪克提出了 Motive 理论，然后，在此基础上形成了他著名的“标准猜想”。⁸ 这样，如果能够证明“标准猜想”，那么“人们就可以通过用簇的 Motive 理论替代曲线的雅可比，来将魏依关于曲线情形的魏依猜想的证明扩展到任意维的代数簇情形”，([1]) 即可推出魏依猜想。

[Motive 的来源] 格罗登迪克所定义的魏依上同调即为系数是 $\mathbb{Q}_l$ 的 l -adic 平展上同调。随着素数 l 的变动，会给出性质完全不同的域 $\mathbb{Q}_l$ 上的上同调，这样我们就有太多（无穷多）的上同调理论。人们自然会问，是否能类比于代数拓扑学中的 $\mathbb{Q}$ 系数上同调，在代数几何中也建立起一种 $\mathbb{Q}$ 系数上同调，以诱导出所有的 l -adic 上同调呢？但是很不幸，可以证明在代数几何中这种 $\mathbb{Q}$ 系数上同调并不存在。可是，尽管 $\mathbb{Q}_l$ 是完全不同的“世界”，它们却毕竟具有着明显的构造上的类似性。对于不同的 l 所产生的定理，形式上是完全一样的。所以，应该存在一种不依赖于 l 的东西。正如米尔尼 (Milne) 所说，既然“不存在一种 $\mathbb{Q}$ -上同调理论以诱导出格罗登迪克所定义的所有这些不同的上同调理论，但是我们又如何阐释种种迹象都显示其似乎存在这一事实呢？格罗登迪克的回答是 Motive 理论”。([1])

[什么是 Motive ?] 我们用格罗登迪克自己的话来回答究竟什么是 Motive。1964年8月16日，格罗登迪克在给塞尔的信中写道：“我称为 k 上的‘Motive’的是指像 k 上代数概型的 l -adic 上同调群一样的东西，但却认为其与 l 无关，它具有‘整’结构或暂设有‘ $\mathbb{Q}$ ’结构，它由代数链理论导出”，([1]) 也就是说，格罗登迪克的 Motive 就像是一种类似于，正如我们上面已经指出的，在代数几何中不存在的具有有理系数的上同调一样的东西，它将会以某种方式或某种关联，把所有的 l -adic 上同调都“诱导”出来。这样，Motive 就起码应该具有某种与上同调类似的“广义的”向量空间结构。

具体地讲，若记 $\mathcal{M}(k)$ 为由 k 上射影簇范畴 $\mathcal{V}(k)$ 构造出的 Motive 范畴，那么 $\mathcal{M}(k)$ 应该是一个阿贝尔范畴（粗略地讲，就是关于态射的核与像封闭），并且函子 $\mathcal{V}(k) \rightarrow \mathcal{M}(k)$ 给出泛上同调理论。为此，最经济的办法就是，直接扩大范畴 $\mathcal{V}(k)$ ，使其满足这些要求。这需要两件事情。

⁷ 不过，需要指出的是，塞尚不喜欢“文学式的绘画”。塞尚认为：绘画的效果应该“靠颜色而不靠文学手段达到”。([18] 第14页) 因此，塞尚并不欣赏达芬奇这样的画家，他认为：“像达芬奇那样的手法，那……成了文学了。”([18] 第41页)

⁸ 此猜想几乎同时也被彭比里 (Enrico Bombieri) 独立提出。

第一件事情是，由于和一般拓扑空间相比较，代数簇之间的态射不如拓扑空间之间的连续映射那么多，所以需要扩大 $\mathcal{V}(k)$ 的态射范围，具体地，就是将 $\mathcal{V}(k)$ 态射替换为 $\mathbb{Q}$ -对应 (correspondence) 的等价类，这里的等价关系选取为最粗的，即数值等价 (numerical equivalence)。这样就得到的新范畴，记为 $C\mathcal{V}(k)$ 。第二件事情是，由于 $C\mathcal{V}(k)$ 并不是阿贝尔范畴，而为了使 Motive 能诱导出所有的 l -adic 上调，那么就希望能将 $C\mathcal{V}(k)$ 扩大改造成某种“近似的阿贝尔范畴”。这也就相当于要求这“近似的阿贝尔范畴”至少应该含有某些态射的核和余核。为此，格罗登迪克借用了当时马克斯·卡鲁比 (Max Karoubi) 在他的博士论文里刚刚提出不久的所谓的“幂等元完备化” (idempotent completion) 的想法。具体地讲，⁹ 就是将投射算子 (即幂等对应) 的核与像都添加到 $C\mathcal{V}(k)$ 的对象中，这也称为范畴 $C\mathcal{V}(k)$ 伪阿贝尔化。这样就得到格罗登迪克的 Motive 范畴，记为 $\mathcal{M}_{\text{num}}(k)$ 。

如此构造的 Motive 范畴不依赖于上调且是半单阿贝尔的 (这后来已被仰森 [U. Jannsen] 无条件地证实)。但是，现在的问题是， $\mathcal{M}_{\text{num}}(k)$ 没有上调实现。另一方面，如果我们预先固定一个魏依上调，然后在上述构造过程中，将 $\mathcal{V}(k)$ 态射替换为 $\mathbb{Q}$ -对应 (correspondence) 的关于此上调的同调等价类，那么如此构造出来的 Motive 范畴 $\mathcal{M}_{\text{hom}}(k)$ ，即同调 Motive 范畴，具有上调实现，但是显然此范畴却依赖于预先选取的魏依上调。此外，如果采用有理等价关系 (rational equivalence)，¹⁰ 则相应可定义出 Chow Motive 范畴 ¹¹ $\mathcal{M}_{\text{rat}}(k)$ ，其优点是不仅给出泛上调，而且许多类似的上调函子，如绝对 l -adic 上调，德林-贝林森 (A. Beilinson) (绝对霍治 [Hodge]) 上调等等，都可以因子通过 (factor through) $\mathcal{M}_{\text{rat}}(k)$ ，但是，“使用有理等价的明显的缺点是 $\mathcal{M}_{\text{rat}}(k)$ 不是 (甚至也不能猜想是) 阿贝尔范畴”。([20]) 为了摆脱这种困境，格罗登迪克提出了著名的猜想：数值等价等于同调等价。但令人深感遗憾的是，这个猜想至今仍是不可接近的。

[Motive 的深层结构] 在曲线情形的魏依猜想的证明中，魏依的主要想法是引入曲线的雅可比并将其用作一阶上调的抽象替代。这就是说，本质上曲线的 Motive 就是曲线的雅可比。从这种角度来看，正如克莱曼所说：“Motive 理论是格罗登迪克对魏依的想法的系统推广” ([20])，更确切地，如舒尔 (A.J. Scholl) 所说：“格罗登迪克引入 Motive 的一个原因就是将其看作是曲线的雅可比的高维类比。” ([21]) 但是，尽管如上所述 Motive 的作用相当于我所期望的抽象的有理上调，正如克莱曼指出的，“Motive 上调比抽象版本的有理上调含有更多的信息”。实际上，格罗登迪克探索了 Motive 的更多的“深层结构”。对应于被 Motive 实现的上调环的分次结构，格罗登迪克推想 Motive 应该

隐含着一种类似的分次结构。为此，他提出了另一个著名猜想，即：每个 Motive 都应该有一个直和分解，并且通过这分解的直和项可以实现出已给空间的所有阶数的上调。不仅如此，后来荷兰数学家穆勒 (Murre) 甚至认为 ([1])，格罗登迪克所猜想的关于 (数值) Motive 的分解对 Chow Motive 也应该正确。由此，从直和项中应该进一步读出“皮卡簇”、“阿尔本尼簇”等更深入的信息。这些信息可以看做是 Motive 的“深层结构”。这个猜想与上面提到的猜想合在一起就构成了所谓的“格罗登迪克的梦想”。这个梦想可由“标准猜想”导出。但是，令人不无遗憾的是，格罗登迪克在试图证明“标准猜想”时，遇到了技术上的困难。最严重的问题是：“如何构造足够多的代数闭链。”“标准猜想”至今也未被证实，所以，格罗登迪克的梦想至今也就未能实现。但是，正如“在他关于他数学工作的简短回顾中，格罗登迪克写道，构成它的精华和力量的，不是大的定理，而是‘想法，甚至梦想’”。([13])

[Motive 的实现] 由上所述，人们自然不能再期望 Motive 能像在代数拓扑中那样诱导出所有的 l -adic 上调，那么 Motive 是如何把所有的 l -adic 上调都“诱导”出来的呢？这也就是相当于问，Motive 与 l -adic 上调的关系是什么？这正是 Motive 理论中最奥妙和最出人意料的部分。Motive 与上调关系就是所谓的“实现” (realization) 关系！格罗登迪克的 Motive 的全部意义就体现在这“实现”关系中。那么，什么是“实现”？对此，我们前面所引述的曼宁关于 Motive 的“实现”的描述是极为精辟的：“**为了保持 Motive 的生命强度，显然实现应该是一个函子。**” ([6]) 也就是说，Motive (范畴) 是通过函子实现为上调群 (阿贝尔群范畴) 的，更具体地说，Motive 的结构和 Motive 间的关系 (即态射) 通过函子被投射到上调群上去，也即，函子保持了 Motive 的“生命强度”。

用更为哲学的话来说，Motive 的实现就是对 Motive 的性质显现。Motive 是很形式化的东西，对我们所知甚少。

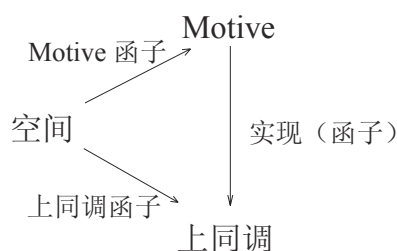
⁹ 2011 年春天，在南京大学举办的“代数 K-理论及其在国际会议”期间，笔者曾经就此事请教了马克斯·卡鲁比教授。会议之后，卡鲁比教授给笔者写下了这段史实：When I started to write my PhD thesis in 1964/65, I showed the first version of it to Grothendieck since I was visiting the IHES very often at this time. He then learned from me this notion of “idempotent completion” which I used to define the category of vector bundles. More precisely, the idempotent completion of the category of trivial vector bundles is the category of ALL vector bundles (on a compact space or a topological space of finite dimension).

¹⁰ 熟知有：有理等价 $\subseteq$ 同调等价 $\subseteq$ 数值等价。

¹¹ Chow 即指杰出的现代数学家、代数几何学大师周炜良 (1911-1995)。

但是, Motive 有很多实现。正如法国数学家苏雷 (C. Soulé) 所说: “Motive 也可以被 ‘实现’ 为伽罗华表示、霍治结构和模形式。许多最深刻的猜想 (泰特猜想、霍治猜想、朗兰兹 [Langlands] 猜想) 本质上即是说 Motive 的这些表示都是忠实的: 在 Motive 的表示上看到的性质对 Motive 本身也是对的。”¹² 也就是说, 我们恰恰是通过 Motive 的不同 “实现” 来把握 Motive 的, 或者说, 来侧显出 Motive 的性质。同时, 这也告诉我们, 通过这些实现, Motive 理论和数学中公认的最重大的问题联系在了一起, 也就是说, Motive 理论位于现代数学的中心地带。这也是为什么 Motive 理论会受到普遍的关注的原因。

现在, 如果我们把格罗登迪克的 Motive 及其实现的关系总结起来, 就会得到如下诱人的图形:



关于这个图形的理解还可参见文献 [22]。

4. 塞尚的母题

现在, 我们转向分析塞尚的母题。我们是通过分析格罗登迪克的 Motive 及其实现来把握 Motive 的。同样, 与其实我们要分析的是塞尚的母题, 不如说, 我们要分析的是由塞尚的母题及其实现所构成的不可分割的系统, 实际上, 这相当于说, 我们要分析的是整个的塞尚绘画艺术。然而, 塞尚的艺术深刻而复杂, 要想用如此几页纸来全面地论述塞尚的艺术, 不仅不合理, 而且也不现实。实际上, 我们在此所要做的是, 在弗莱的名著《塞尚及其画风的发展》中所给出的基本的概念框架下,¹³ 将其他相关研究进行综合, 对塞尚

艺术给出一种概括的本质上属于形式主义的分析, 这其中包含了笔者对塞尚艺术的一些探索性的看法。

[1872 年的转折] 塞尚的艺术是一个历史的概念。在不同的时期, 塞尚的艺术风格有很大的变化。一般认为, 1872 年以前属于早期, 1872 年到 1880 年属于印象派时期, 1880 年到 1890 年属于成熟时期, 1890 年以后属于后期, 其中, 公认的转折点是 1872 年。因为, 在此之前, 按照弗莱的说法, 塞尚的 “视觉和理解力都还因为浪漫狂热而受蒙蔽, 他还来不及消化伟大的巴洛克画家的景观给他带来的狂迷”, ([8] 第 73 页) “在所有的作品里, 他都想要实现内心视觉”。([8] 第 27 页) 用梅洛-庞蒂的话说即是, 他 “注重表现出动作的精神状态而不是其可见外表”。([11] 第 43 页) 因此, 他 “从来没有以一种耐心而又专注的眼睛打量过实际生活”。([8] 第 75 页) 而在此之后, 在毕沙罗 (Camille Pissarro) 的教导下, 塞尚 “渐渐从他那想要以辉煌灿烂的浪漫主义的著名大师, 以绚丽夺目、摄人心魄的幻想艺术的创造者的风暴来征服世界的年轻梦想中醒来。……他终于开始利用他的真实天赋, 亦即对不管什么样的现象的实际视觉反映的那种异乎寻常的感受力”, ([8] 第 71 页) “耐心彻底地分析大自然呈现在……眼睛面前的色彩感知的织体”。([8] 第 77 页) “从这一刻开始, ‘母题’, 亦即来自可见世界的概念, 在他不知疲倦的精力中占据了越来越大的比例。” ([8] 第 76 页)¹⁴

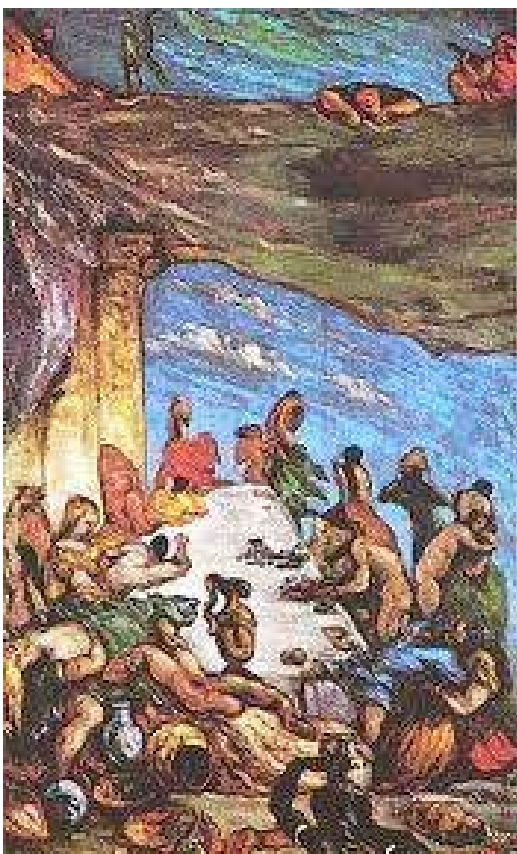
我们在此将要论述的塞尚艺术是泛指塞尚成熟时期的艺术, 特别是, 我们更关注他在晚年的信件中所表述的艺术观念。我们这样做的原因在于, 塞尚在艺术中想实现的最终目标从各方面来说都不是一个开始就在实践意义上完全清楚的东西。一方面, 如梅洛-庞蒂所说 “他的作品只是对绘画的不断尝试和不断接近” ([11] 第 40 页), 另一方面, 如 “现代主义的设计者和机智的操纵者” 格林伯格 (Clement Greenberg) 所说: “他内心深处对于自己的画要走向何方又是多么不确定。” ([23] 第 57 页) 他只是 “如同祭司一般” 的全部皈依, 在不懈地探索中缓慢成长的, 直到晚年, 塞尚的思想才慢慢变得清晰起来。

因为, 如果把该画拍成黑白照片, 就会发现, 由那些蓝色产生的景深效果会立刻消失。1872 年以后的发展在许多方面都是过去孕育的观念的明确化及内在逻辑延伸。实际上, 我们在塞尚的许多早期作品中能感受到画面的 “浮雕感”。在《宴会》中, 看到人物的失真, 桌面中央的黄色花瓶和左下方的蓝色花瓶明显的不合透视。在更早的作品《春》中, 画面右上方的大花瓶也是明显的不合透视。这种变形显然是因为考虑到了画面的和谐。弗莱也注意到, 印象派 “这个团体中更伟大的心灵 (指塞尚—笔者注) 一开始就试图从这些经验中描绘出崭新结构的基础。” ([8] 第 47 页) 既然是从 “一开始就试图从这些经验中描绘出崭新结构”, 人们自然要问: 这些 “崭新结构” 自何而来? 其实, 塞尚几乎很少有纯正的印象派作品, 这显示了 1872 年以前的艺术风格的内在力量。

¹² 2002 年 10 月 24 日苏雷给笔者的信件。

¹³ 学者沈语冰在文献 [17] 中给出的疏理使得弗莱的概念框架变得更为清晰, 此疏理构成了笔者论述的基础。

¹⁴ 我们还应该注意到塞尚艺术风格变化的连续性。实际上, 塞尚的画风从来都是不稳定的, 同一个时期会有许多不同的画法。在 1872 年以前的作品《劫持》中, 我们看到的是普桑 (Nicolas Poussin) 的《阿卡迪亚的牧人》中的那个给人印象深刻的结实的脊背, 而在《汤豪泽序曲》中看到的那种近乎平面效果, 很难说就一定是巴洛克风格。1872 年以后, 塞尚的艺术呈现出了 “以色造型” 的特点。这可用《松石图》来说明。当长时间地注视该画时, 就会发现画面中纠缠在树叶、树枝周围和天空之间初看似有点纷乱的蓝色会产生生动的景深效果, 这是纯粹的色彩效果, 并非由素描造型所致。



宴会（塞尚，1870 年）



劫持（塞尚，1867 年）



汤豪泽序曲（塞尚，1869-1870 年）



松石图（塞尚，1897 年）

[母题]我们先来看什么是母题。这个概念的含义在不同的领域中有一些细微的差别，但是，大致上来说，它的意思是：一个反复出现在作品中的东西。相对于主题来说，母题更具有有一种客观性。而我们在这里理解的塞尚的母题也称为“自然母题”，就是那些经常出现在他的作品中的东西，譬如，风景、人物肖像、静物等，也就是说，本文所论述的塞尚的母题，可理解为可见世界的一组视觉对象。塞尚的最典型的母题是圣维克多山、苹果、骷髅、花束等。塞尚总是“寻找最适合他的绘画才能的”自然母题。在学者夏皮罗 (Meyer Shapiro) 看来，塞尚对其自然母题的选择是有其他目的的，譬如，对塞尚来说，苹果母题有着心理层面的含义，它象征着女人体。([9] 第 163 页) 另外，“基于对选择静物的意义的特别关注，夏皮罗提出由于组成静物的物体可以在现实中自由安排，它们与一种艺术自由的认识相关，”([2] 第 250 页) 进而，这种坚持自己作为一个独立作者的权利带有社会解放和政治独立的寓意。([2] 第 142 页) 本文不打算深化这方面的讨论。我们的主要关注点是，塞尚的母题是如何实现的。