

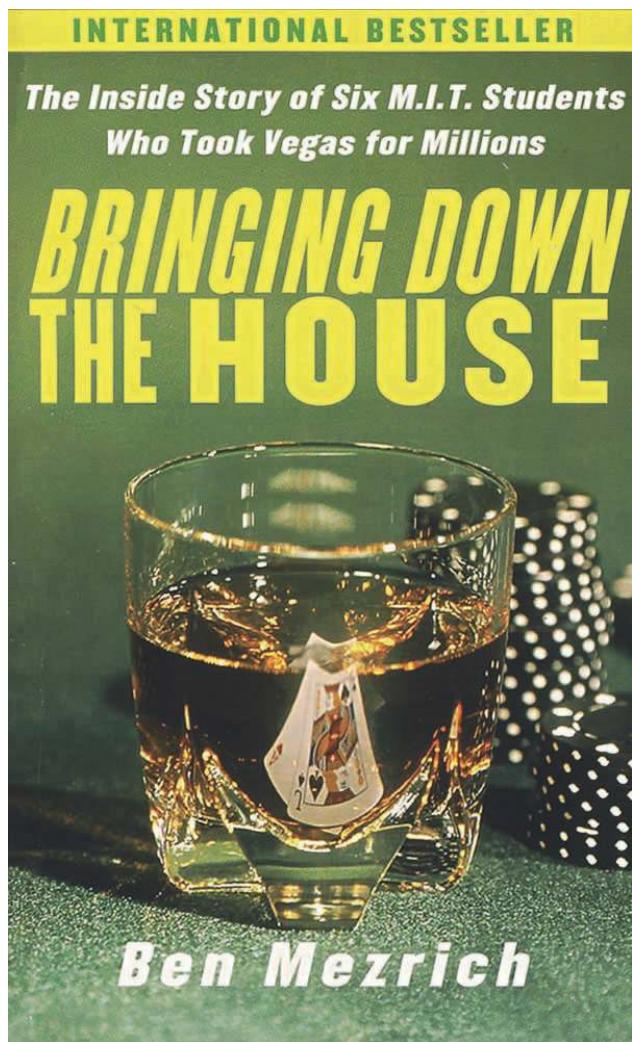


# 打赢庄家

万精油

媒体热衷的新闻一般都与政界要人或电影明星有关，很少与数学或数学家挂边。最近却出了个例外，数学家进了媒体的眼界。报道说澳大利亚 19 名数学家组成“高智商”赌博集团，利用专业知识，在各国赌场和博彩业疯狂赌博。短短 3 年，总计赢取了超 24 亿澳元(约 156 亿人民币)。不久前，他们在赌场上的成功引起澳税务局关注，这一赌博集团才被曝光。后来的调查发现，这个赌博集团其实不是真正用到数学或统计，大部分盈利都是钻一些规则的空子，搞偷税漏税的勾当。

真正利用数学统计原理去赌博的事情在美国发生过。麻省理工有一帮学生就干过这事。后来还有人把他们的事迹写成书，拍成了电影。我曾经写过关于这本书的一个书评，可以帮助大家了解数学家如何在赌场发挥他们的优势，现在读起来也不算过时。当初写的时候读者对象是海外华人，数学统计不能太过专业，现在把它投到《数学文化》，可以加上一些数学和统计的东西，作为附录放在文章后面。



赌场里所有的玩法中，21点是对玩家最公平的游戏。大家的牌同样比大小，差不多是50-50的游戏。当然，如果真是这样，赌场就不会开这种赌法了。赌场总是要有一点优势才能赚钱。赌场利用一些规则来为他们创造优势。不过，真正说起来，赌场为21点制定的所有规则几乎都是对玩家有利的。对庄家唯一有利的规则就是玩家总是先要牌。如果玩家先胀死，则不管庄家的牌如何，庄家先把钱收走。这个优势太大，没人愿意玩，幸好赌场另外还有一些对玩家有利的规则来平衡一下。比如，庄家17点以下必须要牌，17点以上（包括17点）必须停。另外，如果玩家头两张牌就拿到21点（也就是通常所说的BLACKJACK），则庄家赔一倍半。此外还有玩家可以分对、加倍等等。在这些规则下，庄家的优势不到1%。这样算起来，10块钱一赌的21点，玩家每把输1毛钱。100块钱可以玩很久了。

对于职业赌徒来说，庄家的任何微弱优势都是不容忍的。因为他们玩21点不是为了玩得久，而是要赢钱。庄家的任何优势，哪怕是微小的优势，在大量的盘数中就可以表现出来。要赢就需要改变这种优势。顺便说一下，前面提到的庄家的1%的优势当然是要求玩家按最佳方案要牌。事实上大多数到赌场的玩家都没有按最佳方案要牌，不知道什么时候该停，什么时候该要，什么时候该分牌，什么时候该加倍等等。所以庄家的优势不止1%。对职业赌徒来说，按最佳方案要牌不是什么问题。所谓最佳玩法无非就是三个由0, 1组成的矩阵（见附录），半小时就可以背熟。我不是职业赌徒（业余赌徒都不是），但这几个矩阵也是可以倒背如流的。可是，倒背如流只能使你不会输得更快，却解决不了这1%的差距。

要打赢庄家就必须要会变赌注。在有利的情况下赌大一点，不利的情况下赌小一点。也许有人会觉得奇怪，牌都是随机洗的，怎么会有不利或有利的时候。这就是21点与诸如俄罗斯轮盘，CRAP之类赌法的区别。这些赌法，上次的结果与下一次没有关系。这次色子掷出一个6，下一次掷出任何数的概率仍然相同。而21点就不一样，这一次出来一张A或10，剩下的牌中就少一张A或10。仔细研究一下那三个要牌矩阵，你会注意到其本质基本就是假设下面一张是十点的牌。所以，如果你是12点以上，而庄家的明牌是2到6，你就要停，因为你或庄家胀死的可能性很大。其它关于分对、加倍等几乎都围绕着这一点在转。所以，如果你有理由相信剩下的牌中10点以上的牌多，这就是对玩家有利的时候。你就需要增加赌注，这样你就可以在有利的时候把输出去的捞回来，而且赢更多。彻底改变1%的命运。

怎样才能知道剩下的牌中10点以上的牌多？这就需要记牌。这种记牌的人被赌场叫做“数牌者”（Card Counter）。他们开始下最小的赌注，等到情况有利就下大赌注。用这种方法长期赌下去，赢面就超出50%。赌场为对付这一招，把每一轮牌从一副增加到六副。电影《雨人》（Rainman）中有个人说：正常人是数不清楚六副牌的。但不“正常”的人很多，尤其是有钱赚的时候。不少人对六副牌也照数不误。实际上他并不需要记住所有的牌，只需记住大小牌的差，就一个数在那里来回倒，并不是太难的事。赌场的另一招是一轮牌快打完时就重新洗牌。即使如此，数牌者仍然可以有微小的优势。对于这种靠数牌下注的人，一旦被赌场发现就会被列为不受欢迎的人。轻者遭拒绝，重者什么情况都可能发生，甚至消失在沙漠里。每个赌场都有这样的黑名单。

所谓道高一尺，魔高一丈。有聪明人想出用团体作战的方法来避免被列如黑名单。一人数牌，数到有利的时候



就做出一些暗号，另一人（看起来不相关的人）就来下大注。而数牌者照样继续下小注。因为有利的牌并不是每轮都出现。所以这个团体一般都有四五个人数牌，一个人下大注。下大注的人叫大玩家（BP=Big Player）哪里有利就往哪里跑。

《打贏庄家》(Bring Down the House) 这本书讲的就是由麻省理工的学生组成的这样的团体。平常上学或工作，周末就飞到拉斯维加斯或大西洋城去赌。靠这种团体作战法几年内赢了好几百万。这本书写的是真实故事，但内容不输于虚构的电影。他们如何计划，如何表演，如何被出卖，如何被打得鼻青脸肿，团队内部因分赃不均或意见不同而产生的矛盾，团队与另外的团队因地盘问题而产生的纠纷，情节引人入胜。而且其对于各种人物的描述也相当独到。到美国来的中国留学生想当初都是自己圈子中出类拔萃的人物，与这些人可以有很多共鸣之处，读起来会特别过瘾。甚至对怎样教育自己出类拔萃的小孩也可以有一些借鉴。本来是写书评，却只是讲了讲打贏庄家的数学原理，故事情节部分还是大家自己去看吧。

#### 附录：Black Jack 最佳策略简述

所谓最佳策略就是在给定状况下从统计上赢面最大的策略。这些策略是通过数学统计推出来的。不一定保证每副牌都赢，但从统计上来说你如果严格按照这个策略打牌的话，赢的概率最大。有多少种给定状况呢？通常情况下，庄家一张牌，从 2 点到 11 点。你有两张牌（如果刚分过对，则只有一张牌），其和为 2 点到 20 点（21 点的情况算 Black Jack，你已经赢了）。所以，总状况空间是一个  $10 \times 19$  的矩

阵。你的决策选择是三种，停牌 (0)，要牌 (1)，加倍 (2)。所以，这个最佳策略可以用下面这个矩阵表示。

玩家 / 庄家	2	3	4	5	6	7	8	9	T	A
1	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n
2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
5	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
6	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
7	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
8	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
9	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1
10	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1
11	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
12	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1
13	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1
14	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1
15	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1
16	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

特别说明一下，这个矩阵只适用于玩家没有 A 的情况。因为 A 可以算成一点，也可以算成 11 点，对于有 A 的情况专门有另一个矩阵（见后）。上面这个矩阵前 8 行很显然，肯定要牌。9, 10, 11 也肯定要牌，但有时候有比要牌更好的决策，那就是加倍。所以在 9 到 11 行里你会看见有 2。后 4 行也很显然，已经到 17 以上，肯定停牌。中间那些行就需要记了。初看起来不好记，但如果你假设后面翻起来的牌都是 10 (10, J, Q, K)，则很好理解，也很容易记。比如你是 14，庄家是 2 到 6 时你要停牌，因为你翻一张 10 你就涨死，但庄家如果暗牌是 10，就是 12 到 16 点，再翻一张 10 就涨死。所以这种情况下你要停牌。但是当庄家是 7 到 11 时，如果暗牌是 10，则已经够 17 点，可以停牌，你的 14 点就算输。这个时候你就需要要牌。所以，上面那个矩阵的第 14 行，前 5 个是 0，后 5 个是 1。其它的行都可以类似推出来。唯一特别的情况是第 12 行。这个需要专门记，事实上在有些情况下 12 行的前两个数是可以变的，讲起来就复杂了，自己琢磨吧。

顺便提一下，所谓加倍就是你认为条件有利时再下一倍的赌注。你有利时就加倍那赌场岂不是亏了。所以加倍是有附加条件的，这个附加条件就是你只能再要一张牌，不管下一张牌是多少你都必须停。与上面相同，如果你假设下面一张牌是 10 点，则上面所有加倍的情况都很好理解了。

对于有 A 的情况，就要用下面这个矩阵

玩家 / 庄家	2	3	4	5	6	7	8	9	T	A
1	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n
2	1	1	2	2	2	1	1	1	1	1
3	1	1	2	2	2	1	1	1	1	1
4	1	1	2	2	2	1	1	1	1	1
5	1	1	2	2	2	1	1	1	1	1
6	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1
7	0	2	2	2	2	0	0	1	1	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

这个表也可以像前面所说那样记。庄家 4, 5, 6 时，再来一张 10 点就涨死。所以几乎都要加倍。当然，如果你已经是 18 点以上 (8+A 或 9+A) 就不用再加了。比如第 9 行，你的牌是一个 9 和一个 A。这时就不能再要牌。如果要来一张 10，你的点数没有增加 (因为你的 11 点变成 1 点了)。但如果要来一张不是 10 那你的点数反而变小，所以不能再要牌，第 9 行全是 0。其它情况可以类推。

当你的两张牌是一对的时候，赌场允许你拆对，就是说再加一注把它分成两手牌。比如两个 8，加起来是 16，可以说是最坏的牌，拆开后得两个 8，每个 8 如果来一个 10 的话就变成 18，很不错的牌。所以不管对方是什么牌你都要拆对。其它情况下什么时候要拆对什么时候不拆可以看最后这个矩阵。这里，1 表示拆，0 表示不拆。你会注意到第 11 行全是 1。

玩家 / 庄家	2	3	4	5	6	7	8	9	T	A
1	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n
2	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
3	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
4	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
7	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0
8	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0
9	1	1	1	1	1	0	1	1	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

在讲上面这些矩阵的记法时我们反复强调假设后面来的牌是 10 点。那么很自然的，后面的牌是 10 点的概率大的时候这些矩阵就非常有效，这种时候根据这些矩阵而采取的策略赢面甚至超过庄家。这就是为什么要数牌。注意，我们这里说的是“数”牌而不是记牌。你并不需要记住所有出现过的牌，你只需知道出过的牌里有多少是大牌 (10, J, Q, K 或 A) 或小牌 (2 到 6)。出现一个小牌就 +1，出现一个大牌就 -1。中间牌 (7, 8, 9) 就不动。所以，你脑袋里只需记一个数 (不断上下波动)。如果你记的这个数超过两倍于庄家所用的牌副数 (一般赌场都用六副牌，所以有利点是  $2 \times 6 = 12$ )，那



么情况就对你非常有利了。这个时候就该下大注，把前面输的钱捞回来。必须提醒大家的是，这只是统计上对你有利，实际情况是你下大注的时候也有可能输。所以，你必须要有相当数量的赌资来对付这种统计上的小波动。一般来说需要有 100 倍于你所下的最大赌注的赌资，才能比较安全的对付统计上的波动。我上面提到的数牌法只是众多数牌法中最简单的一种。其它还有更复杂的，比如，4, 5, 6 算 +2, 10, J, Q, K 算 -2, A 算 -1, 2, 3 算 +1 等等。但这些复杂的数法容易出错，反到没有简单办法有效。

过去二十多年，美国境内，世界各地，不论是开会还是旅游，凡是我到过的有赌场的地方，我都会去玩一玩 21 点。至今几十场下来，赢多输少。虽然小打小闹赢不了多少钱，但至少说明我上面提到的这些矩阵还是很有效的。有一次在巴哈马的一条船上，输得莫名其妙，后来发现他们赌场搞假 (因为小船，没有人监督他们)，当意识到有假的时候我马上停了。这其实是在赌场玩的最重要的一点，要知道什么时候停。不管输赢，都要给自己设一个限，该停的时候就要停。你要知道一直赌下去赌场基本上是要赢的 (这是他们赖以生存的理论基础)。如果没有团体作战，一个人长期作战，要么你大输，要么被赌场列进黑名单。写这个附录不是为了鼓励你去赌，而是让你偶尔在赌场玩一玩的时候不要输太快，增加更多的乐趣。