

我要我们在一起

木遥

编者按：2012 年度诺贝尔经济学奖的获得者分别是哈佛大学的埃尔文·罗斯（Alvin Roth）和加州大学洛杉矶分校的劳埃德·沙普利（Lloyd Shapley）。不过沙普利教授其实是一位数学家，在本期的人物栏目下已经介绍过他。早年沙普利和另一位名叫大卫·盖尔的数学家一起创立了盖尔 - 沙普利算法，这一算法是为了解决“稳定匹配难题（Stable Matching Problem）”而提出的。下面这篇文章以通俗兼演义的形式告诉我们这一理论的妙处所在。



诺贝尔奖得主纳什（左四）、沙普利（左二）于 2002 年受聘青岛大学名誉教授

张生在普救寺第一眼见到崔莺莺就陷入了不可自拔的境地。“呀！正撞着五百年前风流业冤。”于是为了搭讪，张生插科打诨无所不用其极。“月色溶溶夜，花阴寂寂春；如何临皓魄，不见月中人？”诗是好诗，可惜是隔墙念的。

崔莺莺听了只沉吟不语。然而回到家里，“神魂荡漾，情思不快，茶饭少进。”红娘瞧了暗笑：“姐姐往常不曾如此无情无绪；自见了那张生，便觉心事不宁，却是如何？”

这开头如此典型，以至于可以套在古今中外无数或真或假的八卦前面。19 岁的海涅第一眼见到 15 岁的表妹阿玛丽，就像

维特见到了绿蒂，“一位天使！——没说的！谁谈起自己的意中人都这么说，不是吗？可是我却无法告诉你，她是多么完美，她为什么会那么完美；够了，她已经把我整个心都俘获了。”我不知道别人有没有产生过和我一样的疑惑，他们真的这么写情书么？收信人不觉得难受么……

还是中国人含蓄，“这个妹妹我曾见过的。”妥帖多了，但也多少有点无趣。严格说起来，贾宝玉也真的从来不曾像张生或者维特那样追过女孩子。在元宵夜宴上贾母声色俱厉地指出过张生模式的不靠谱。贾宝玉听了作何想法，我们不知道。但是我们知道的是他多少算是个被动的人，连



宝钗都算比他要勇敢些。

于是宝钗成功地和宝玉在一起了。这当然只是个和西厢记一样不靠谱的个案，但是也不是没有道理可言的。

花开两朵，各表一枝。话说在 1962 年，两个数学家大卫·盖尔（David Gale）和劳埃德·沙普利（Lloyd Shapley）提出了下面的问题：

给定若干个男生和同样多的女生，他们每个人都对所有的异性有一个心理的偏好次序。是否存在一种男女配对组合构成一种稳定的组合关系？这里稳定组合的意思是说，不存在两个非伴侣的异性对彼此的评价比对各自伴侣的评价还要高。（可以理解，那样的异性太容易红杏出墙了，所以是某种不稳定因素。）进一步的问题是，在已知每个人对异性的偏好顺序的情况下，怎样求出这种稳定组合方式（如果它存在的话）？你可以理解为这是数学家们替月老问的问题：给定一群孤男寡女，寻找一种牵红线的方式，以确保把红杏扼杀在摇篮里。

这一问题被称为稳定婚姻问题。它有很多种可能的解法。为了让大家相信数学家不是真的如此无聊，我要指出它确确实实是一个地道的组合数学问题，有其特定的数学价值。当然啦，它也有很多别的背

景和应用，比如用在若干个公司和应聘者之间进行招聘中介……但是数学家们怎么会放过如此八卦的一个名字呢？于是它就这样流传下来了。

话说回来，有很多组合数学问题都可以如此这般地翻译为生活中的问题。比如著名的霍尔（Hall）定理：给定 n 个有限集合（其间可以有非空交集），如果其中任意 m 个集合的并集的元素个数都不小于 m ，那么一定存在 n 个不同的元素，使得它们正好依次存在于这 n 个集合之中。我相信几乎没有人明白以上这是在说什么。可是它有一个很好的解释：把那 n 个集合想象成 n 个男生各自心仪的女孩子（一般来说都不止一个），中间的那个条件是说，如果对于其中任意一部分男生，他们喜欢的女孩子的总数都不少于这组男生的人数（这个条件是必要的，否则就打起来了），那么总的说来一定存在一种办法给每个男生都分配一个女生恰好是他喜欢的。

听起来真是令人心情愉快啊……

（这个定理事实上还有很多别的解释方式，比如说，把 52 张扑克牌任意分成 13 堆，每堆 4 张牌，那么上面的定理告诉我们，一定存在一种方式从每堆牌中抽出一张来一共 13 张恰好凑成一条不一定同花的顺子。这件事情乍一听也是挺奇妙的，不过，

