

# 千年书院中数学文化的播种者 —— 李冶

纪念中国古代数学家李冶诞辰 820 周年

刘鹏飞

楔 子

2011 年 10 月，恰逢赴河北师范大学参加由中国数学会、国家自然科学基金委天元基金主办的首届“全国数学文化”论坛，参会临行前就决定前往有“北岳之英”美誉的封龙山，参观我国历史上唯一以数学文化闻名的封龙书院，并拜谒位于封龙山上的我国金元时期著名数学家李冶先生之墓，凭吊一位在千年书院中传播数学文化的先贤。为缅怀李冶先生，提前做了些功课，第一次较为认真地浏览了多年来国内外学者对李冶及其著作、思想的研究，着实受益匪浅、收获良多，尤坚前往封龙山追忆先人的决心。拜谒后敬仰之心更甚，顿生抚今追思之意，遂成此文，与君分享！



主席台从左至右：邓明立、顾沛、项武义、严加安、冯克勤、蒋春澜

## 一、生逢乱世、潜心学问

李冶(1192-1279),字仁卿,号敬斋,真定府栾城(今河北栾城)人。关于他的名字是叫李冶还是李治历来是有争论的,清代道光年间研究《金史》的专家施国祁(号北研,1750-1824)先生在文章《跋敬斋古今》中指出:“……呜呼!其学术如是,其操履又如是,何后人不知,谬改其名,呼‘治’为‘冶’,……”提出要为“李治”正名,引发学者们对其名字是“李治”还是“李冶”的争论。

缪荃孙(字炎之,别字筱珊,1844-1919)支持施氏之观点。柯劭忞(字凤荪,1848-1933)《新元史》中谓李治本名冶,后改李冶。但也有学者如陈叔陶(1913-1968)认为“李治”是对的,“李冶”固“李治”也<sup>1</sup>。缪钺(字彦威,1904-1995)则认同原名“李治”并指出改名的原因可能是避讳与唐高宗同名<sup>2</sup>。近来也有学者认为使用“李治”一名是为了避难、隐居需要所致,也可能与流经他家乡的大河“冶河”有关<sup>3</sup>。

著名数学史家李俨(字乐知,1892-1963)先生、钱宝琮(字琢如,1892-1974)先生以及著名数学教育家傅种孙(字仲嘉,1898-1962)先生在考证的基础上均认为“李治”是其原名,李俨先生的《中国算学史》专门列有“金李治传”一条<sup>4</sup>。程廷熙先生认为可写为“李治(原名冶)或李治(更名治)”<sup>5</sup>。因此,今天数学史著作中多为“李治,原名李冶”的提法。

李冶于金明昌三年(1192年)生于大兴(今北京大兴),可谓生逢乱世,金朝奸臣得势,忠臣受贬,整个皇朝正由盛至衰。但并未影响李冶求学历程,他与元好问(字裕之,号遗山,1190-1257)外出求学,拜文学家赵秉文(字周臣,1159-1232)和杨文献(字正卿,1197-1269)为师,不久就名声大振,与赵、杨齐名。金正大七年(1230年),李冶被录取为辞赋科进士,同年得高陵(今陕西高陵)主簿官职,但蒙古窝阔台(1186-1241)军已攻入陕西,所以没能上任。接着又被调往阳翟附近的钧州(今河南禹州市)任知事。金开兴元年(1232年)蒙古军队攻破钧州。李冶不愿投降,走上漫长而艰苦的流亡之路。

李冶北渡黄河后流落于山西的忻县、崞县(今山西宁武、原平)之间,过着“饥寒不能自存”的生活。一年以后(1233年),汴京(今河南开封)陷落,元好问也弃官出京到山西避难。1234年初,金朝终于为蒙古所灭,李



李冶画像(侯幼珍作) 图片来源:孔国平,《李治传》卷首

冶与元好问都感到政事已无可为,于是潜心学问。李冶经过一段时间的颠沛流离之后,定居于崞县的桐川,已年过四十的李冶开始艰苦的学术研究之路。正所谓“隐身免留千载笑,成书还待十年闲”,1248年,李冶写成他的代数学千古名著《测圆海镜》。

李冶虽然生逢乱世,但这种极为艰苦的条件下仍进行科学研究。他在桐川著书时,“聚书环堵,人所不堪”,但却“处之裕如也”。居室十分狭小,甚至常常不得温饱,要为衣食而奔波。但他却以著书为乐,从不间断自己的研究工作。他的学生焦养直(字无咎,1238-1310)曾说他“虽饥寒不能自存,亦不恤也”,在“流离顿挫”中“亦未尝一日废其业”,“手不停披,口不绝诵,如是者几五十年”。他的朋友砚坚(字伯固,1211-1289)说他:“世间书凡所经见,靡不洞究,至于薄物细故,亦不遗焉”。虽然“饥寒不能自存”,但仍然痴心的研究数学。因为在李冶看来,学问比财富更可贵。他说:“积财千万,不如薄技在身”,“金璧虽重宝,费用难贮蓄。学问藏之身,身在即有余”。另外,他的治学方法也值得称道,据记载,有人问学于李冶,他答曰:“学有三,积之之多不若取之之精,取之之精不若得之之深”,可见李冶善于去粗取精,批判地接受前人的知识。

李冶虽是词赋科进士,但他认识到数学的重要性,在

<sup>1</sup> 陈叔陶.李冶李治辨.史学集刊,1937,(3):155-164.

<sup>2</sup> 缪钺.李冶李治释疑.东方杂志,1943,39(16):41-42.

<sup>3</sup> 杜宏权,赵平分.李冶李治辨.哈尔滨学院学报,2003,24(5):87-90.

<sup>4</sup> 李俨.中国算学史.商务印书馆,1998:108.

<sup>5</sup> 程廷熙.随录:李治、李冶.数学通报,1953,(6):48.

《益古演段》自序中写道“术数虽居六艺之末，而施人之事，则最为切务”。长期以来，儒家传统认为读书人就该皓首穷经，算学并不是什么专门学问。北齐颜之推（字介，531-595）在《颜氏家训》中就说“算术亦是六艺要事，自古儒士论天道，定律历者，皆学通之。然可以兼明，不可以专业”<sup>6</sup>。

两宋盛行的程朱理学，甚至把算学说成是“九九贱技”，研究科技也被看作“玩物丧志”。李冶毫不客气地批评了这种错误观点，指出在朱熹（字元晦，号晦庵，1130-1200）的著述中“窒碍之处亦不可以毛举也”，用“技兼于事”、“技进乎道”的思想，批驳理学家的观点。他说：“由技兼于事者言之，夷之礼，夔之乐，亦不免为一技；由技进乎道者言之，石之斤，扁之轮，非圣人之所与乎？”（夷，黄帝臣名；夔，舜臣名；石、扁，均为古工匠名）这就是说，从技艺用于实际来说，圣人所作的礼和乐也可看作一种技艺。从技艺中包含自然规律（即“道”）来说，工匠使用的工具也是圣人所赞赏的。

如果我们把李冶的话同庄子所说的“道者，万物之所由也。……道之所在，圣人尊之”联系起来，李冶受庄子思想的影响是一目了然的。他认为数学这种技艺也是“道之所在”，也应受到尊重<sup>7</sup>。虽然数学作为一种技艺不受儒家文化主流所重视，但李冶坚持认为“小数之假所以为大道所归”，也就是说“道”既来源于“小数”（技艺），又借“小数”而体现。在《益古演段》序中说：“安知轩隶之秘不于是乎始？”（谁知道轩隶隶首得道的秘诀不是始于数学呢？）通过对数学这种“小数”的追求也可以达到“技进乎道”的境界。

在《测圆海镜序》中说：“览吾之编，察吾苦心，其悯我者当百数，其笑我者当千数。乃若吾之所得则自得焉耳，宁复为人悯笑计哉？”可见，即使是其悯我者当百数，而笑我者当千数，他仍然坚持继续研究数学<sup>8</sup>。

## 二、隐而不仕、讲学封龙

1251年，经济状况好转的李冶结束了山西的避难生活，回到少年求学时的元氏县封龙山定居，开始了隐士般的生活。对这种隐居生活，李冶曾在《敬斋古今劄（音tōu）》中说：“必也身有其德而退藏于密，始得谓之隐者也。彼无一德之可取而徒蹙于寒乡冻谷之中，是则素隐者耳”<sup>9</sup>。他除了在封龙山下购置了一些田产以维持生活之外，开始收徒讲学，从事数学教育活动。后来李冶的学生越来越多，家里逐渐容纳不下，于是师生共同努力，在北宋李昉（字明远，925-996）读书堂故基上建起封龙书院。他呕心沥血，培养出大批人才，并常在工作之余与元好问、张德辉（字耀卿，号颐斋，1195-1275）一起游封龙山，被称为“龙

山三老”。

1257年，忽必烈（1215-1294）听说李冶后派董文用（字彦材，1223-1297）专程到封龙山请李冶，在王庭问对中当面向其请教“天下当如何而治”。李冶答曰：“夫治天下，难则难于登天，易则易于反掌。盖有法度则治，控名责实则治，进君子退小人则治，如是而治天下，岂不易于反掌乎？无法度则乱，有名无实则乱，进小人退君子则乱，如是而治天下，岂不难于登天乎？”李冶会见忽必烈后，又回到封龙山，继续讲学著书。

1259年，他写成了另外一部推广和普及天元术的数学名著《益古演段》。1260年忽必烈继位，邀请李冶出任翰林学士，李冶以老病为辞，婉言谢绝。当时忽必烈初登大统，他的弟弟阿里不哥（1219-1266）不服他，起兵反抗，元朝陷入连年内战。李冶是不会在这种局势动荡情况下为官的，正如他所言“世道相违，则君子隐而不仕”，“盖有大智不得大用，故羞耻不出，宁与市人木石为伍也”。

1265年，朝廷又征召李冶为翰林学士，时年七十三岁的李冶，见忽必烈反复热情邀请，于是终于应邀出山，到北京的翰林院任职。可以想象，一个数学家到了翰林院能有什么可干，这份工作实在不适合李冶其人，况且李冶是个追求思想自由的人，尤其不愿在学术上唯命是从。无奈就职一个月后，李冶认为翰林院里自己不能畅所欲言，“翰林视草，唯天子命之；史馆秉笔，以宰相监之。特书佐之流，有司之事，非作者所敢自专而非非是是也。今者犹以翰林、史馆为高选，是工谀誉而善缘饰者为高选也，吾恐识者羞之”，于是他再次以老病为由辞去翰林学士职务，回到封龙山继续过着“木石与居，麋鹿与游”的田园生活。

李冶离开北京回封龙山，他的朋友诗人耶律铸（字成仲，1221-1285）有赠别的诗一首“一代文章老，素车归故山。露浓山月净，荷老野塘寒。茅屋已知足，布衣甘分闲。世人学不得，须信古今难”。虽然李冶隐士的道路实属不得已，但在他看来，真正的隐士也是君子，他以此为豪：“君子之道，或出或处，然则必有道而不肯以轻出者，谓之处士可也。中无所有而尸处士之名者，素隐而行怪者也。”他的隐居生活也并非消极避世，而是积极地投入到著书、讲学活动中。或许李冶认为，从事数学研究和教育活动可以

<sup>6</sup> 颜之推. 颜氏家训. 中华书局, 2007: 320.

<sup>7</sup> 孔国平. 李冶. 见吴文俊主编. 世界著名数学家传记（上集）. 科学出版社, 2003: 319.

<sup>8</sup> 杜石然. 数学·历史·社会. 辽宁教育出版社, 2003: 495.

<sup>9</sup> 梅荣照. 李冶及其数学著作. 见《宋元数学史论文集》. 科学出版社, 1966: 106.



让自己远离政治<sup>10</sup>。

书院是我国封建社会一种特殊的教育场所，在中国教育史上有着特殊的地位，但每每提到书院教育，人们常想起白鹿洞、岳麓、嵩阳、应天等四大书院。其实，封龙书院的地位，决不逊于四大书院。从创建年代来看，除了白鹿洞书院始创于唐代之外，岳麓、嵩山和应天书院都始创于宋代，而封龙山上的书院早在东汉就成为重要的教育场所。据《后汉书》中的伏恭（字叔齐，5-84）传记载，伏恭“迁常山太守，敦修学校，教授不辍，并注解《齐诗》”。同一时期，汉明帝刘庄（字子丽，28-75）的启蒙老师李躬在封龙山下龙山书院结庐授业，誉名“常山三老”<sup>11</sup>。书院有庙宇式讲堂、天然读书窑洞等，院内尚有清泉两眼，一曰蒙泉，水清且甜，是书院饮炊之水源。另一曰墨池，又称洗笔池，池水墨黑如漆，相传为莘莘学子洗笔之处。至唐代，又有郭震（字元振，656-713）等名流韵士游学或在此讲学立说，并题壁崖刻。

之后北宋名相李昉又投重资重新筹建了书院内部教学一应设施，正式命名为封龙书院。不久，李昉又在封龙山下北坡创建了中溪书院。时隔两年，著名学者张著（字仲明，1221-1292）凭封龙福脉，借龙山灵气，择址峰西，创建了西溪书院。至此，封龙三大书院步入全盛时期，并遥相呼应，教学相长，与保定的莲池书院统称为江北四大书院，与当时饮誉江南的四大书院竞相媲美。李昉是中国古代著名典籍《太平御览》和《太平广记》的总编纂，李昉之于封龙书院和朱熹之于白鹿洞书院，具有同样显赫的地位。而李昉在北宋政坛上的地位，却是朱熹所不可比拟的。

至金元时期，几经颓废的封龙书院又迎来了勃勃生机。李冶买田封龙山下，艰辛置业，重振封龙书院，聚徒授学，不多时便名流云集，海内景望。“教化大行，一时风气，为之转移”。封龙书院成为李冶后半生从事数学研究和数学教育活动的主要场所，李冶主持书院期间，与他被称为“龙山三老”的元好问、张德辉等著名学者都经常到此讲学。元曲名家白朴（字仁甫，1226-1306）、李文蔚（？-1251）等真定名士都曾随学于山中。元朝名将史天泽（字润甫，1202-1275）的四子史杲（字柔明，

1237-1315）、五子史杞（字子秀，1238-？），集贤学士焦养直、翰林修撰王德渊、宣抚崔莱等名人都曾就学于此。封龙书院也因李冶而声名大振，李冶越来越受到大家的尊重。

1265年，山西平定建起“四贤堂”，内置赵秉文、杨文献、元好问、李冶四公画像，发人深思的是，当时四人当中只有李冶一人还健在<sup>12</sup>。1279年，李冶卒于家中，享年88岁，谥号文正。自宋以来，“文正”就成为文臣的最高谥号。历史上得享此谥号者寥寥无几，宋代仅有范仲淹（字希文，989-1052）、司马光（字君实，1019-1086）等八九人，巧合的是早于李冶执掌封龙书院的宋代李昉死后也是谥号“文正”，可见大家对李冶评价之高。

李冶逝世后，就被葬在了封龙山上。人们建李学士祠堂来纪念他，“真定之学者升公之堂，拜公之像，未尝不肃容以增远想也。”至治元年（1321年）重修封龙书院，元代著名学者袁桷（字伯长，号清容居士，1266-1327）在封龙山书院重修记中曰：“李氏世守家法，则书院永永，代有嘉誉。”继李冶之后，藁城籍学者安熙（字敬仲，号默庵，1269-1311）主持封龙书院，以“弟子去来，常至百人”，“四方来者，多所成就”蜚声江北江南。著名文学家苏天爵（字伯修，1294-1352）就是安熙的门生。

至明清，私学不显，此地学术式微，如明朝的乔宇（字希大，号白岩，1457-1534）游封龙山诗所云：“可怜书院无山长，半是黄冠半纳衣”。明嘉靖十八年（1539年）魏谦吉（字子惠，号槐川，1509-1560）等出资修整封龙书院，聚徒讲学。康熙年间栾城人民仿封龙书院在城内建龙冈书院，并尊李冶为“先达”。乾隆和道光年间，书院曾两次重修。光绪年间，学院濒于颓废，讲堂、圣像藏室等建筑，先后遭到毁坏。封龙书院因为李冶的影响而在我国书院史中，成为唯一以研究数学而见长的书院，以数学成就赢得了世人的关注，封龙书院具有重要的数学文化价值。

在中国几千年的文化传统中，算学始终被认为“六艺之末”而不能进入中华主流文化层面，数学家也未能像古希腊数学家那样多为哲学家、思想家而居于社会主流地位，中国古代数学研究者也大多为术士、匠人，处于中国传统主流文化核心的士大夫群体均视算学为“九九贱技”而不耻为之。朱熹更以为：“且如今为此学而不穷天理，明人伦，讲圣言，通事故，乃兀然存心于一草木一器用之间，此是何学问？”修身、齐家、治国、平天下才是最重要、最根本的学问。李冶也是被这种观念束缚、徘徊直至中年以后才冲破传统观念的藩篱，最终选择数学作为主要研究方向，走上从通儒转变为数学家的道路，这在当时是离经叛道的，可见李冶坚定数学专业研究的决心。

<sup>10</sup> 蔡天新. 数学与人类文明. 浙江大学出版社, 2008: 74.

<sup>11</sup> “常山”指的是“常山郡”，元氏县有古城。“三老”是汉代一种制度，各级“三老”的职务是掌教化。李躬，元氏人（常山郡），被汉明帝封为“国三老”。但李躬在历史上没能留下传记，据《元氏县志》记述中，李氏家族在元氏历史上有着辉煌一页，到底为什么没有李躬这么重要历史人物的传记，史学家争论不一，实在是一大遗憾。

<sup>12</sup> 孔国平. 李冶传. 河北教育出版社, 1988: 28.

### 三、海镜宝书、演段益古

李冶一生著述颇丰, 著书有《测圆海镜》十二卷、《益古演段》三卷, 以及《敬斋古今劄》四十卷、《泛说》四十卷、《壁书丛削》十二卷等。其中《测圆海镜》与《益古演段》对于我国古代代数方法“天元术”有重要贡献, 这两部著作一直流传到现在, 是我国古代数学的宝贵遗产。可惜其他著作除了《敬斋古今劄》十二卷本流传下来外, 皆已失传。

虽然, 李冶生平有不少文史著作, 但临死前却对儿子说: “吾生平著述, 死后可尽燔去, 独《测圆海镜》一书, 虽九九小数, 吾常精思致力焉后世必有知者。庶可不广垂永乎?”<sup>13</sup> 可见李冶对该书的重视。或许也正是因为此原因才使得该书能得以流传、保存至今。

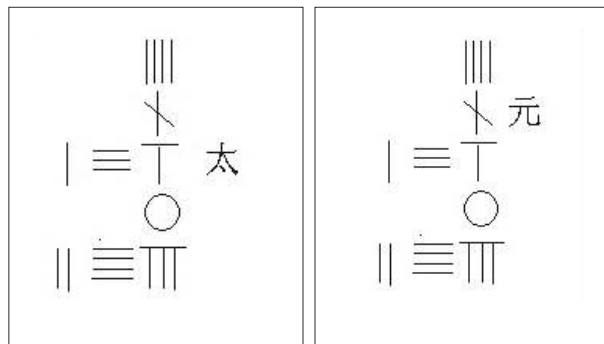
在古代中国, 列方程的思想可追溯到汉代的《九章算术》, 该书中用文字叙述的方法建立了二次方程, 但没有明确的未知数概念。随着数学问题的日益复杂, 迫切需要一种普遍的建立方程的方法, 天元术便应运而生。天元术最早出现的时间史学家也有异议, 钱宝琮先生认为在 12 世纪末, 李迪先生认为 13 世纪初流行于金代。孔国平先生认为 11 世纪就已出现。

但在李冶之前, 天元术还是比较幼稚的, 记号混乱、复杂, 演算繁琐。据祖颐《四元玉鉴》后序中说, 金元之际研究天元术的数学著作除了李冶外, 还有蒋周的《益古》, 李文一的《照胆》, 石信道的《铃经》, 刘汝错的《如积释锁》等著述<sup>14</sup>, 但这些著作都已失传, 只有李冶的流传下来, 或许与李冶著作的深入浅出、晓然示人有关, 对于中国传统算学的传承、发展贡献巨大。也使得《测圆海镜》成为我国现存最早的一部以天元术为主要内容的著作。书中的天元术达到相当完善的程度, 堪称世界上第一流的数学著作, 但在当时的中国却没有引起重视<sup>15</sup>。

宋代以前, 方程理论一直受几何思维束缚, 如常数项只能为正, 因为常数项通常是表示面积、体积等几何量的。方程次数不高于三次, 因为高于三次的方程就难于找到几何解释了。天元术的产生, 标志着方程理论有了独立于几何的倾向。李冶对天元术的总结与提高, 则使方程理论基本上摆脱了几何思维的束缚, 实现了程序化。李冶认识到代数计算可以不依赖于几何, 方程的二次项不一定表示面积, 三次项也不一定表示体积<sup>16</sup>。

“天元术”其法是先“立天元一”表示所求的未知数, “立天元一为某某”就相当于我们今天的“设  $x$  为某某”的意思。再依据问题所给的数据条件立两个数量相等的多项式, 然后相减并合并同类项, 于是便构成了一个一端为零的方程。这种作法, 与现在列方程的步骤完全一样。天元术中在常数项的旁边记一个“太”字, 或在一次项旁边记一个“元”字来表达多项式或方程。例如, 方程:  $4x^2 -$

$x+136-248x^2=0$  可表示为如下图两种情形。<sup>17</sup>



李冶的《测圆海镜》把勾股容圆(切圆)问题作为一个系统来研究, 讨论了在各种条件下用天元术求圆径的问题。卷一的“圆城图式”是全书出发点, 书中 170 题都和这一图式有关。李冶的《测圆海镜》是依据“洞渊”九容之说编撰的, “余自幼喜算数, 恒病夫考圆之术, ……”, 老大以来, 得洞渊九容之说, 日夕玩绎, 而响之病我者, 使爆然落去而无遗余。山中多暇, 客有从余求其说者, 于是乎又为衍之, 遂累一百七十问。”<sup>18</sup>

《测圆海镜》是我国现存最早的一部天元术著作, 而且在体例上也有创新。孔国平先生认为《测圆海镜》全书基本上是一个演绎体系<sup>19</sup>, 卷一包含了解题所需的定义、定理、公式, 后面各卷问题的解法均可在此基础上以天元术为工具推导出来。李冶之前的算书, 一般采取问题集的形式, 各章(卷)内容大体上平行。李冶以演绎法著书, 这是中国数学史上的一个进步。莫绍揆(1917-2011)先生也指出在卷一“识别杂记”里面有完整的定义, 归结出合适的公理, 推导出丰富多彩的定理, 它已建立了一个很好的公理系统, 为我国开创了一条公理推演的新路, 因而是一篇价值非凡的作品<sup>20</sup>。

《测圆海镜》的成书标志着天元术的成熟, 对后世有深远的影响。元代王恂(字敬甫, 1235-1281)、郭守敬(字若思, 1231-1316)在编《授时历》的过程中, 曾用天元

<sup>13</sup> 郭金彬, 孔国平. 中国传统数学思想史. 科学出版社, 2004: 197.

<sup>14</sup> 周翰光. 论李冶的科学思想. 吴文俊主编. 中国数学史论文集(三). 山东教育出版社, 1987: 80.

<sup>15</sup> 孔国平. 李冶传. 河北教育出版社, 1988: 19.

<sup>16</sup> 孔国平. 测圆海镜导读. 湖北教育出版社, 1996: 19-20.

<sup>17</sup> 郭金彬, 李赞和. 中国数学源流. 福建教育出版社, 1990: 157.

<sup>18</sup> 白尚恕. 《测圆海镜》今译. 山东教育出版社, 1985: 2-3.

<sup>19</sup> 孔国平. 《测圆海镜》的构造性. 自然科学史研究, 1994, 13(1): 10-17.

<sup>20</sup> 莫绍揆. 对李冶《测圆海镜》的新认识. 自然科学史研究, 1995, 14(1): 22-36.