



谷歌数学涂鸦赏析（上）

欧阳顺湘

谷歌涂鸦是谷歌的一个文化传统，其中有不少与数学相关的内容，这对数学传播起着很好的作用。例如，我将介绍，纪念朱利亚的涂鸦发布后，涂鸦上漂亮的分形立即引起网民兴趣，导致一个分形介绍网站两次被摧垮。这里简要介绍与这些数学涂鸦相关的人物和故事，以助读者欣赏。

本文结构如下：在对谷歌涂鸦进行一般介绍后，我将先按涂鸦出现的时间先后顺序介绍一些主要的数学涂鸦，最后介绍几个与数学教育有关的涂鸦。纪念的人物按先后有：爱因斯坦、埃舍尔、朱利亚、达·芬奇、罗威尔、惠更斯、祖冲之、陈景润、牛顿、阿尔夫、孟德尔、费马、哈雷、华罗庚、赫兹、海亚姆、图灵、拉齐、比鲁尼、洛夫莱斯、拉马努金与托里斯等。在人物介绍中还穿插了一些与数学事件相关涂鸦的介绍：Unix 时间特殊秒、条形码的发明、圆周率日、折纸艺术纪念（日本折纸大师吉泽章诞辰 101 周年）与玛雅历法等。鉴于曾经做出过重要贡献的穆斯林数学家往往不太为人所熟悉，我用了相对较长的篇幅来介绍海亚姆和比鲁尼。而罗威尔和拉齐与数学关系不大（虽然他们都曾学习数学，且谷歌涂鸦也贴有标签“数学”），因此介绍较简略。

本文的写作过程也是笔者的学习过程。我既特别赞赏谷歌美不胜收的众多涂鸦，同时也深感知识海洋的无穷。不用说对很多被纪念人物、事件的完全无知，即使对一些原自以为有点了解的名人，实际上也是知之甚少。他们有如令人仰止的高山，深邃幽远的大海，值得认真学习了解。因此虽然很明显，但值得强调的是，本文对每个涂鸦背后人物等简短的介绍，是远非全面的。有兴趣的读者宜进一步去了解。

本文引用的涂鸦几乎都来自谷歌涂鸦档案库¹，感兴趣的读者可去该档案库欣赏更多涂鸦。另外，这里所使用的涂鸦发表时间也来自于该档案库给出的时间。有可能因时区原因，这里的时间与涂鸦发表地区的时间不一致。



1 谷歌涂鸦简介

谷歌（Google）是目前互联网上最著名的搜索引擎之一。谷歌公司在搜索领域之外提供的免费邮箱、谷歌地图、谷歌图书、语言翻译、浏览器、云存储、输入法和操作系统等也都深受用户喜爱，同时谷歌还研发与谷歌搜索、谷歌地图等密切相关的无人驾驶汽车、眼镜等软硬件。谷歌虽然年仅 14 岁，却雄心壮志，正如其对外所宣称的，自己的使命是“组织全球信息，让人人皆可接触和使用”。

谷歌的成功源于其浓厚的人性化特点及其追求和热爱创新的精神。谷歌搜索主页上常常以涂鸦（doodle）形式所表现的谷歌徽标（logo）“Google”就是对该特色一个很好的诠释。

涂鸦以纪念各个国家、民族的节假日，名人的纪念日，重大发现或发明，或一些有意义的事件而具有强烈的文化

¹ <http://www.google.com/doodles>

图 1 马克·吐温诞辰 176 周年纪念（2011 年 11 月 30 日，全球。此图作为创作图，搜索引擎当日显示的只是该图中央一部分。图中粉刷栅栏的故事取材自马克·吐温名著《汤姆·索亚历险记》）





图2 2010年春节纪念(2010年2月14日,新加坡、马来西亚、越南、中国、泰国、韩国、香港、台湾)



图3 狄更斯诞辰200周年纪念(2012年2月7日,全球)



图4 伦敦奥运艺术体操(2012年8月11日,全球)

特色。如2012年谷歌涂鸦就已庆祝了新年、春节、女儿节、父亲节、植树节、匈牙利国庆日等节假日和纪念日,也纪念了马丁·路德·金和查尔斯·狄更斯等名人的诞辰。纪念的事件有如2012年1月18日,谷歌涂鸦用黑盒遮挡谷歌徽标的方式抗议美国国会讨论表决的《阻止网络盗版法案》以及《保护知识产权法案》²。另外,2012年伦敦奥运会期间,谷歌涂鸦每日一更新,生动展现了开闭幕式以及击剑、体操、撑杆跳、乒乓球、跨栏、足球和艺术体操等体育运动。谷歌涂鸦纪念的发明既有中国的四大发明,也有如水果冰激凌和拉链等看似微小但却影响重大的发明。

谷歌涂鸦常以与被纪念内容关联的图画、动画或视频

² 即 Stop Online Piracy Act (简称 SOPA) 以及 Protect Intellectual Property Act (简称 PIPA)。



图5 拉链发明人吉德昂·逊德巴克(Gideon Sundback)诞辰132周年纪念(2012年4月24日,全球)

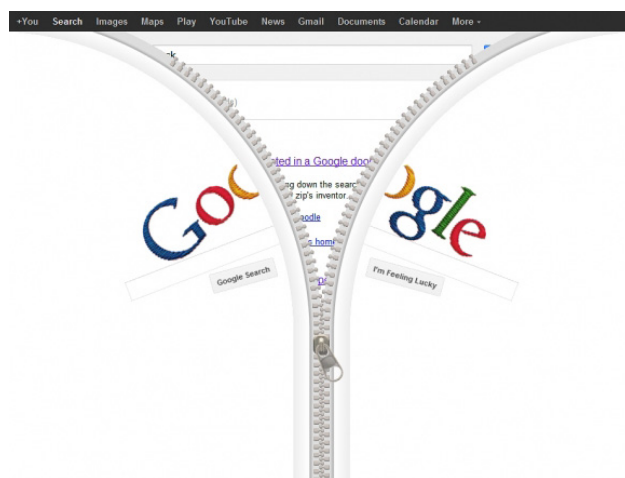


图6 点击拉链主题图就会像拉开衣服一样跳转到关键词“吉德昂·逊德巴克”的搜索页面

等充满创意的形式出现。有很多特别有趣的例子常为人津津乐道,下面是轻易举出的一些例子:

- 2005年3月29日,谷歌涂鸦纪念了著名画家文森特·梵高(Vicent Van Gogh)诞辰152周年。该涂鸦取材自他的名画《星空》。
- 2010年5月21日为了纪念吃豆人(PAC-MAN)游戏发行30周年,谷歌推出网页版吃豆人游戏,这是谷歌首款涂鸦互动游戏,在谷歌页面就可以玩这个游戏。
- 2011年6月9日,谷歌涂鸦发布了可弹出电吉他乐声的音乐涂鸦。这是为了纪念美国电吉他大师莱斯·保罗(Les Paul)诞辰96周年。实心琴体的电吉他就是他在1952年发明的。用鼠标滑过涂鸦中琴弦时可见到琴弦的震动,并听到相应音符的乐声,玩家可以获得真实的吉他弹奏体验,而且还可以录制所弹奏曲子。涂鸦发布后的48小时之内,仅在美国,人们就利用该



图7 梵高诞辰152周年纪念(2005年3月29日,全球)



图8 梵高作品《星空》

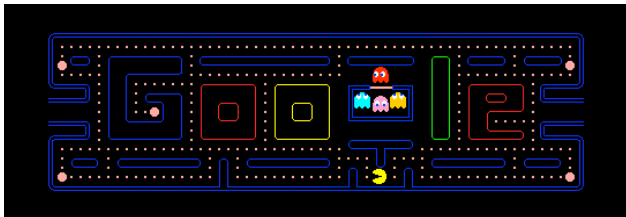


图9 吃豆人游戏发行30周年纪念(2010年5月21日,全球)

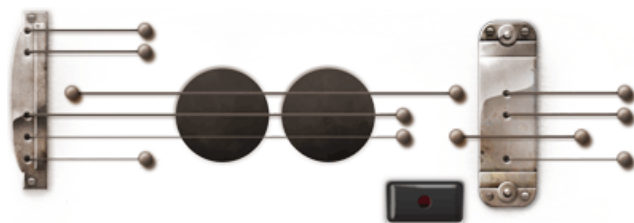


图10 保罗诞辰96周年纪念(2011年6月9日,全球)



图11 万籁鸣、万古蟾诞辰112周年(2012年2月18日,日本、台湾、澳大利亚、中国和香港)



图12 七夕纪念(2011年8月6日,文莱、台湾、新加坡、中国和香港)

电吉他录制了4000万首曲子,

4. 2012年2月18日谷歌中国的涂鸦为孙悟空大闹天宫的动画(偷吃仙桃、猴子尾巴变旗杆等),这是为了纪念创作出中国经典动画《大闹天宫》的导演万籁鸣、万古蟾兄弟诞辰112周年。谷歌中国还纪念过端午节、七夕、中秋节和元宵节等具有民族特色的节日以及梅兰芳、张大千、鲁迅、钱学森和李小龙等名人诞辰。

好的徽标是一个公司的无形资产,有助于提升公司的整体形象。一般而言,任何公司都应该保持品牌形象的连贯统一,严肃对待其徽标。“涂鸦”的字面意思是随意涂抹色彩,胡乱书写。在涂鸦初创时期,确实引发了一些争议。然而谷歌却以涂鸦这种看似不严肃、多变的方式赢得了很好的效果。事实上谷歌对待每一个涂鸦都是认真的,要做很多研究工作,比如查阅资料、咨询专家等。有的涂鸦制作更是花费了上百天的功夫。即使如此,也有时会出错,但出错了都及时更改。

Google 涂鸦设计师黄正穆(又名丹尼斯·黄, Dennis Hwang)曾经讲述 DNA 双螺旋结构发现 50 周年纪念涂鸦发布的故事,也可以看出涂鸦与用户的互动。在双螺旋涂鸦刚刚发布几分钟之内,涂鸦设计组就收到了世界各地的基因专家发来的电子邮件和打来的电话,称“这不是双螺旋结构”、“非常紧急”等。在涂鸦设计组意识到是那些小彩条出错了之后,迅速更正并重新发布涂鸦。

谷歌涂鸦经历了从无到有,从简单到丰富的发展。1998年,刚刚创立谷歌公司的斯坦福大学博士生拉里·佩奇(Larry Page)和谢尔盖·布林(Sergey Brin)在准备和员工去参加内华达州的火人节(Burning Man Festival)时突发奇想,决定在谷歌搜索主页的徽标上加上一个火人的图像以表达若系统崩溃不能及时修复是因为主人外出了。第一个涂鸦形式的徽标就这样诞生了!1998年还有两个涂鸦分别纪念谷歌 Beta 版和感恩节。1999年也只有5个涂鸦作品。



图 13 DNA 双螺旋结构发现 50 周年纪念 (2003 年 4 月 25 日, 全球, 上图为修改后的版本, 下图为最初将双螺旋结构画反了的版本)



图 14 火人节 (1998 年 8 月 30 日, 全球)



图 15 金星凌日纪念 (2004 年 6 月 7 日, 美国)

但 2000 年当佩奇、布林邀请黄正穆为法国国庆日 (Bastille Day) 设计的节日徽标发布之后, 由于大受欢迎, 谷歌成立了以黄为涂鸦长的涂鸦小组。接下来的几年, 不但涂鸦数量增加 (现在每年发布 200 多个涂鸦), 而且内容也更加丰富, 表现形式更加精彩。自第一个涂鸦出现 10 来年之后, 谷歌涂鸦作为“一个可以诱惑用户访问一个网站的系统和办法”终于在 2011 年获得专利。

到 2012 年底, 谷歌就已经发布了大约 1800 个涂鸦作品。谷歌搜索在许多国家和地区都有各自的本地版本, 相应地,

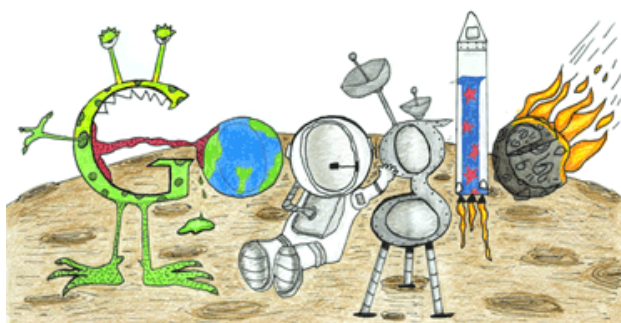


图 16 太空生活 (Space Life, 2011 年 5 月 20 日, 美国)



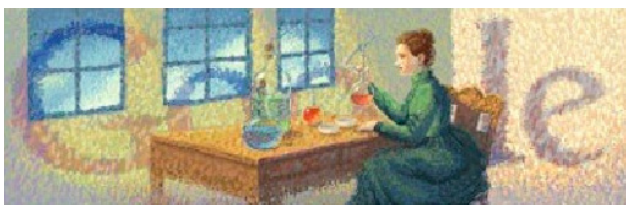
图 17 我的六一 (2012 年 6 月 1 日, 中国)

涂鸦除了一部分是全球通用的外, 还有不少本地化涂鸦。

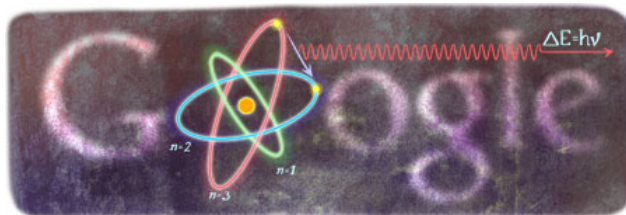
谷歌涂鸦的设计也很开放, 其设计小组乐于收到用户的创意。2004 年纪念金星凌日的涂鸦 (人们可以在这个涂鸦中看到一个仿佛绕太阳缓缓移动的黑点) 就是在一位用户的建议下赶制出来的。这位用户告诉谷歌, 金星凌日现象大约 122 年出现一次, 不容错过 (实际上, 2012 年也出现了金星凌日现象, 但此现象下次出现确实要等上百年, 直到 2117 年)。涂鸦发布后的 6 月 9 日, 黄正穆还在谷歌官方博客 (<http://googleblog.blogspot.de>) 上特别写了一篇名为“Oodles of doodles”的短文, 记载了这个故事, 鼓励人们向他们提出好的主意。

特别, 为提升谷歌涂鸦的创新意识, 自 2008 年开始谷歌每年组织涂鸦设计比赛——“Doodle 4 Google” (“4”的英文“four”与表示“为了”意义的英文“for”同音)。这是一项面向世界各国中小学生的绘画创意大赛, 比赛获奖作品将在该国谷歌搜索首页展示 24 小时。

2011 年 5 月 20 日谷歌美国的涂鸦即为 2011 年度美国区“Doodle 4 Google”涂鸦大赛获奖作品, 作者为来自南旧金山年仅 7 岁的小朋友 Matteo Lopez。该作品描绘了人们在未来宇航、在月球上行走、与外星人成为好朋友的情景。作者因此而赢得



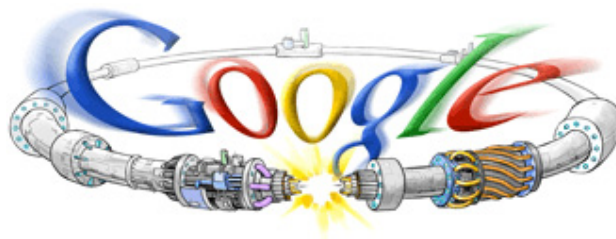
(a) 居里夫人诞辰 144 周年纪念 (2011 年 11 月 7 日, 全球)



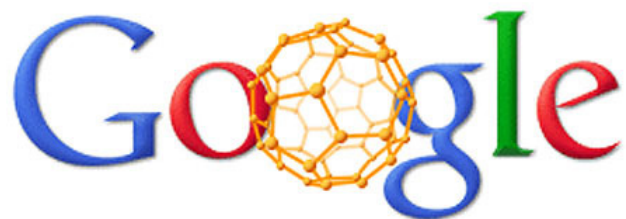
(b) 尼尔斯·玻尔 (Niels Bohr) 诞辰 127 周年纪念 (2012 年 10 月 7 日, 全球)



(c) 查尔斯·达尔文 (Charles Darwin) 诞辰 200 周年纪念 (2009 年 2 月 12 日, 全球)



(d) 大型强子对撞器正式开始运作纪念 (2008 年 9 月 10 日, 全球)



(e) 庆祝巴克球 (碳 60) 发现 25 周年 (2010 年 9 月 4 日, 全球)



(f) “血月”月全食 (2011 年 6 月 16 日, 全球)



(g) 美国宇航局成功发射哈勃太空望远镜 20 周年纪念 (2010 年 4 月 24 日, 全球)



(h) 新年和 TCP/IP 协议使用 25 周年纪念 (2008 年 1 月 1 日, 全球)

图 18 谷歌涂鸦中部分科技相关涂鸦

了 15,000 美元奖学金和一个上网本,而他所在的蒙特韦尔德小学(Monte Verde Elementary School)也获得了 25,000 美元奖金。

2012 年谷歌中国“Doodle 4 Google”的比赛主题是“我的六一”,获得金奖的是深圳患有自闭症的 13 岁少年刘冠泽。他的作品中有汽车、孩子、树木、青草地等。就如他所述说,作品表达了“想和学校的伙伴们一起去郊游,或者去动物园看猴子、大象、老虎……。我们是一群残障的孩子,我们也

想要和其他孩子一样,出去玩一玩,看看外面的世界!”刘冠泽的作品很有创意地用车窗、车门等来示意“Google”这几个字母,这是他获奖的一个原因。2012 年“六一”儿童节期间,这幅作品在中国的搜索首页显示。

谷歌涂鸦的初衷是为了装饰简单的搜索框,给用户带来不同的体验。现在谷歌涂鸦已经成了谷歌的传统,吸引了众多爱好者。涂鸦不仅有数亿谷歌搜索引擎使用者浏览,也



图 19 2011 年 6 月 19 日百度徽标纪念父亲节



图 20 2011 年 12 月 11 日搜狗徽标纪念中国“航天之父”钱学森诞辰 100 周年（该涂鸦设计类似于谷歌中国在 2009 年 12 月 11 日纪念钱学森诞辰 98 周年的涂鸦）

如同邮票一样因其寓知识于艺术中的独特魅力而吸引着网民的眼球。同时，谷歌涂鸦还比静态的邮票具有如动画、互动游戏等更多的表现手法。如果浏览者不太了解涂鸦的背景，还可以通过点击涂鸦而用谷歌自动搜索相关关键词。谷歌还因势推出徽标商店，出售印有涂鸦作品的水杯、卡片以及 T 恤等物品。

每当一个新的涂鸦发布，总是会引起人们的关注，并且撰文转载分享。人们也常以自己喜欢的人或物能作为谷歌涂鸦的内容出现而激动，一些团体（如女性主义者）甚至列出人物清单，希望得到谷歌涂鸦纪念。谷歌美国在 2009 年以前因从未纪念过美国阵亡将士纪念日还曾引起过争议。当然这也与谷歌的态度有关。

与我们将介绍的众多谷歌数学涂鸦一致的是，谷歌有很多纪念科技事件和科学家的涂鸦。黄正穆说：“我们喜欢把谷歌品牌与发现和科技联系起来，因此我们要纪念詹姆斯·沃森（James Watson）博士发现 DNA 结构 50 周年。”谷歌搜索的影响力使得这些涂鸦在无形中成了很好的知识普及方式。

涂鸦上被纪念过的科学家不但有我们将介绍的爱因斯坦、牛顿等，还有如两次获得诺贝尔奖的物理学家和化学家居里夫人、电话的发明人贝尔、俄罗斯博学家罗蒙诺索夫、进化论提出者达尔文、原子结构学说之父和量子力学玻尔、发明家爱迪生以及航天学家钱学森等。被纪念的科学



图 21 2012 年 5 月 22 日搜狗徽标纪念陈景润诞辰 79 周年

事件有如月全食、大型强子对撞器（Large Hadron Collider, LHC）正式开始运作、DNA 双螺旋链、巴克球（碳 60 球）的发现以及哈勃太空望远镜（Hubble Space Telescope，缩写为 HST）成功发射 20 周年纪念等科技事件。

这些科技涂鸦也都充满趣味。例如随着鼠标的挪动，巴克球会快速旋转。2011 年 6 月 16 日表现月食现象的涂鸦也是动态的，不同地区的用户在打开谷歌首页时即可看到实时的月食进程。2008 年 1 月 1 日的谷歌涂鸦既纪念了 TCP/IP 协议使用 25 周年，同时也用涂鸦画面中的五彩纸屑，隐藏了“SYN SYN/ACK and ACK”以庆祝新年。这些文字在 TCP 协议中表示三次握手（“TCP handshake”），是用来实现虚拟连接的方式。因为篇幅关系，我们这里就不详细介绍这些涂鸦了。

类似于谷歌涂鸦，有道、搜狗、必应、雅虎和百度等搜索引擎也在各自搜索首页放置特殊图片来纪念重要节日或事件。如有不少中文搜索引擎纪念过植树节、清明节、端午节、母亲节、父亲节、儿童节、元宵节等节日以及汶川地震、伦敦奥运等事件。但与谷歌涂鸦相比，毕竟起步晚，影响小，特殊图片的数量也少了许多。虽然我们见到搜狗搜索有纪念钱学森、陈景润的特色徽标，但科学家被纪念的例子还是不多。作为对比，当谷歌纪念图灵时，有道、百度和搜狗等纷纷纪念中国传统佳节端午节；在谷歌纪念华罗庚时，搜狗纪念孙中山诞辰 145 周年。我们无意论孰轻孰重，但还是期待更多的搜索引擎，特别是中文搜索引擎，可以利用其搜索主页来宣传普及科学知识，这也是搜索引擎提高自身影响力的一种途径，正如谷歌业已证明的。

谷歌对数学的品味，或许和谷歌先天与数学分不开“有关”。不用提谷歌搜索背后的算法主要是数学应用，谷歌的徽标“Google”一词也和数学有联系。原来谷歌最先是想使用“Googol”一词，表示 10 的 100 次幂（方） 10^{100} ，写出来即为数字 1 后跟 100 个零，显示公司想征服网上无穷无尽资料的雄心。Googol 是美国数学家 Edward Kasner 九岁的侄子 Milton Sirota 发明的，后来在数学家 Edward Kasner 和 James Newman 的著作 *Mathematics and the Imagination* 中被引用。只是由于误拼而成就了谷歌现在的徽标。



2 爱因斯坦诞辰 124 周年



图 22 爱因斯坦诞辰 124 周年纪念 (2003 年 3 月 13 日, 全球)

2003 年 3 月 14 日是 20 世纪杰出的理论物理学家阿尔伯特·爱因斯坦 (Albert Einstein, 1879 年 3 月 14 日-1955 年 4 月 18 日) 诞辰 124 周年。涂鸦中有爱因斯坦经典的头像和著名的质能方程

$$E = mc^2,$$

其中 E 表示能量, m 表示质量, c 表示光速。这个公式来自 1905 年爱因斯坦创立的狭义相对论, 揭示了质量与能量的关系, 可以用来解释核反应所释放的巨大能量。

1905 年是爱因斯坦“奇迹年”, 爱因斯坦不但提出了狭义相对论, 以及使得他获得 1926 年度诺贝尔物理学奖的光电效应, 还研究了布朗运动。

虽然爱因斯坦不是真正意义上的数学家, 但爱因斯坦的工作对随机数学与黎曼几何这两个数学分支的发展有重要的推动作用。

1. 1915 年爱因斯坦创立了广义相对论, 用到了黎曼几何和张量分析, 使得黎曼几何成了广义相对论的数学基础, 引起了人们对黎曼几何的重视。
2. 1905 年爱因斯坦研究了布朗微粒满足的扩散方程, 提出了分子热运动规律, 说明了布朗微粒在一段时间内的位移是服从正态分布的。布朗运动可以说是现代随机分析学的基石。



3 埃舍尔诞辰 105 周年



图 23 埃舍尔诞辰 105 周年纪念 (2003 年 6 月 17 日, 全球)

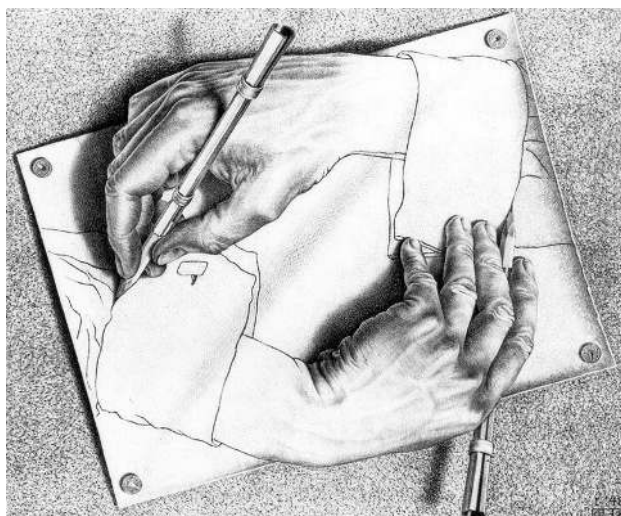


图 24 画手

2003 年 6 月 17 日是荷兰画家莫里茨·科内利斯·埃舍尔 (Maurits Cornelis Escher, 1898-1972) 诞辰 105 周年纪念。埃舍尔自称“图形艺术家”, 专门从事于木版画和平版画, 但他的作品中包含了不少几何图形, 表现了分形、对称、不可能物件、密铺平面和多面体等数学内容。谷歌涂鸦使用了他著名的《画手》(*Drawing Hands*)来呈现两个字母“o”。《画手》中有两只都正在执笔画画的手, 一只右手正执笔画左手; 同时, 左手也正执笔描绘右手, 亦将结束。

曾获得普利策奖的名著《哥德尔、埃舍尔、巴赫: 集异璧之大成》(*Gödel, Escher, Bach: an Eternal Golden Braid*)就引用了埃舍尔的作品, 讲述了逻辑学家哥德尔、艺术家埃舍尔和作曲家巴赫如何用不同的方式表达相同的本质。

埃舍尔其它著名的画作有表现非欧几里得几何的《圆极限》, 以及表现当时刚刚兴起的拓扑学的《莫比乌斯带》等。《圆极限》明显源自庞加莱的圆盘模型。“天使或魔鬼”生活在看起来有限但实际上无限的世界。它们能感知圆盘中心温度最高, 随着与中心距离的增大, 温度减小至边缘的绝对零度。《莫比乌斯带》上的蚂蚁则永远爬行在同一面上。

埃舍尔的四位兄长都是科学家, 这或许影响了他对数学的兴趣。埃舍尔自己也确实对数学还有一定的研究, 与数学家有所交往。埃舍尔曾说: “虽然我绝无精确科学的训练与知识, 但我常常看起来与数学家而不是我的艺术同行有更多共同点。”

1954 年在阿姆斯特丹举行的“国际数学家大会”是埃舍尔在数学界出名的重要契机。此前在荷兰之外只有少数数学家注意到埃舍尔。在这次大会期间 N. G. de Bruijn 安排了一个埃舍尔的画展, 获得很大成功。特别是著名数学家彭罗斯 (Roger Penrose) 被埃舍尔的画作《相对论 (*Relativity*)》



(a) 圆极限 (b) 莫比乌斯带
图 25 埃舍尔作品中的数学

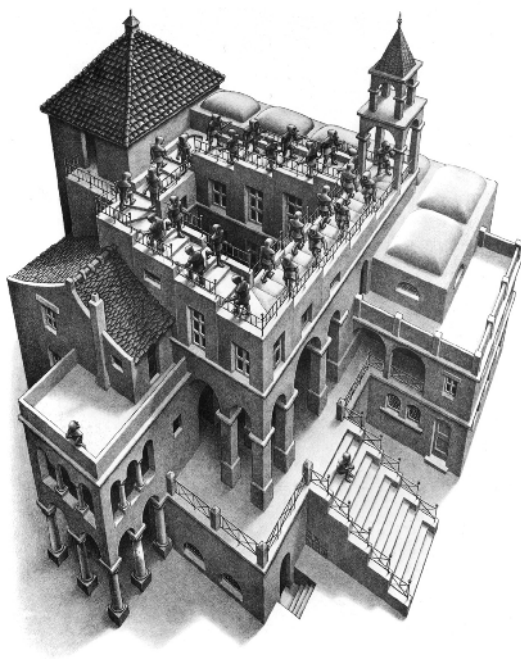


图 26 埃舍尔的作品《上升与下降》

吸引了。回到英国的彭罗斯构造了现在著名的彭罗斯三角形。后来又与其身为著名遗传学家的父亲设计了“无尽的阶梯”。彭罗斯将这些发现寄给埃舍尔，后者用之于著名的画作“瀑布”和“上升与下降”。2010年有影响的电影《盗梦空间》中有不少数学元素，其中就有彭罗斯/埃舍尔的

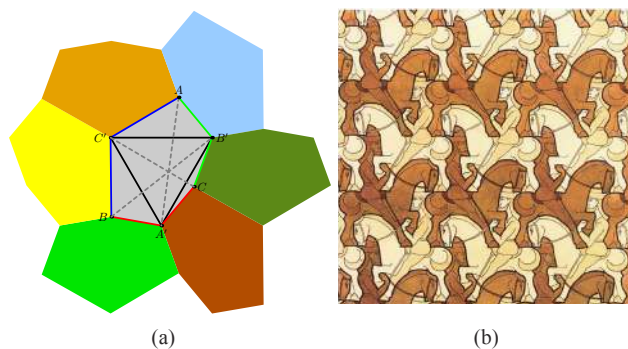


图 27 (a) 埃舍尔定理 (b) 埃舍尔作品《骑士》中的密铺

阶梯：盗梦小队的成员亚瑟在酒店中，利用了彭罗斯阶梯欺骗一个追逐他的防御者。Cobb的助手 Arthur 向 Ariadne 演示了一个无限的楼梯。Ariadne 走了 4 段，一直感觉向上，实际上走了一个死圈，这其实便是借鉴了画家埃舍尔著名的旋转楼梯。

埃舍尔的作品中有不少作品（如《骑士》）表现了高超的密铺技巧。在他的笔记本中也出现了可以用于密铺的数学内容，被后人命名为埃舍尔定理：

1. 假设三角形 $A'B'C'$ 为等边三角形， B 为任意一点。设点 C 使得 $A'B = A'C$ 且 $\angle CA'B = 120^\circ$ ，点 A 使得 $B'A = B'C$ 且 $\angle CBA = 120^\circ$ 。则 $C'A = CB$ 且 $\angle AC'B = 120^\circ$ 。
2. 六边形 $AC'BA'CB'$ 的相同拷贝可以密铺平面。
3. 直线 AA' , BB' , CC' 共点。



4 朱利亚诞辰 111 周年



图 28 朱利亚诞辰 111 周年（2004 年 2 月 2 日，全球）

2004 年 2 月 2 日谷歌涂鸦纪念法国数学家加斯顿·朱利亚（Gaston Julia, 1893 年 2 月 3 日 - 1978 年 3 月 19 日）诞辰 111 周年。这个涂鸦曾经导致一次网络事故。原来该涂鸦链接至了“Julia Fractal（朱利亚分形）”的谷歌图像搜索的结果页面，而结果中排在前面的是澳大利亚斯文伯恩大学 Paul Bourke 的个人主页³，因此谷歌发布该涂鸦当天，这个

³<http://paulbourke.net>

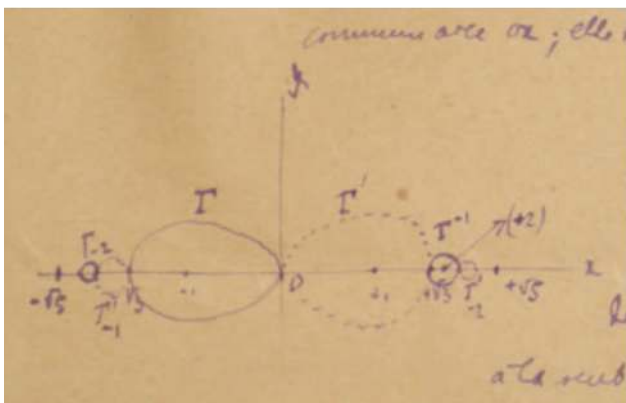
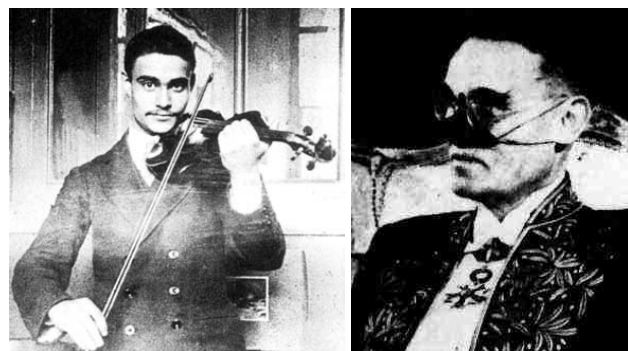


图 29 朱利亚手绘朱利亚集 (图片来自 Audin 的书)



(a) (b)
图 31 受伤前后的朱利亚



图 30 圣马可教堂及其水中影像

网站瞬间就被从谷歌涌来的流量所挤垮。为了恢复服务器功能, Bourke 无奈删除了被请求的页面, 并代之以一个说明页面。但 Slashdot 网站对此事件的报道再次导致了无数网民的注意, Bourke 的网站又一次被摧垮。

这个涂鸦以称为朱利亚集的分形构造了黄色字母 o, 同时用芒德勃罗 (Mandelbrot) 分形等图形来装饰字母 G 和 I。背景中还可以见到构造分形的迭代方程:

$$Z_{n+1} = Z_n^2 + C,$$

其中 C 为复常数。根据这个简单的二次迭代, 从复平面上任意一个初值 Z_0 出发可以得到序列 $\{Z_n, n \geq 0\}$, 该序列称为 Z_0

的轨迹。朱利亚集是使得上述迭代序列有界的所有初值的集合。而芒德勃罗集则是使得 0 的轨迹有界的所有复数 C 的集合。

芒德勃罗在他的文章中将 $C = -3/4$ 时的抛物朱利亚集 (Parabolic Julia Set) 称为巴西利卡 (Basilica) 或圣马可分形 (San Marco Fractal), 因其形状类似于水城威尼斯圣马可教堂及其在溢水的广场上的倒影。而 $C = -0.123 + 0.745i$ 时的朱利亚集则因其形似兔子而常被称为 Douady 兔子分形 (Douady's Rabbit Fractal)。

1914 年, 第一次世界大战爆发, 许多数学家和数学生也都参与了战争。例如法国著名数学家保罗·皮埃尔·莱维 (Paul Pierre Lévy, 1886-1971) 以及埃米尔·博雷尔 (Émile Borel, 1871-1956) 曾在炮兵部队中服役, 莫里斯·弗雷歇 (Maurice Fréchet, 1878-1973) 则在前线为英军做翻译。受伤甚至献出生命的数学家也很多。以加托导数知名的年轻数学家勒内·加托 (René Eugène Gateaux, 1889-1914) 在 1914 年 10 月 3 日就牺牲了。值得一提的是, 敌对方的德国也有数学家参与并做出牺牲。例如著名数学家柯朗曾在一战中应征入伍并负伤。

1914 年的朱利亚年仅 21 岁, 刚刚结束在巴黎高等师范学院 (Ecole Normale Supérieure, 简称高师) 的学习。在爱国主义的召唤下, 朱利亚也参战了。但 1915 年 1 月, 作为步兵中尉, 他的脸部正中心严重受伤而失去了鼻子, 不得不终身戴着皮革面具。朱利亚算是不幸中的万幸, 高师有许多人献出了生命。在巴黎高师可以见到一面 1923 年 12 月 9 日落成的战争纪念碑, 这是为了纪念高师的众多牺牲者。

受伤后的朱利亚没有停止数学研究。1915 年 12 月 27 日, 法国科学院设立了一个奖金为 3000 法郎, 截止到 1918 年的大奖赛, 奖励函数迭代性质的研究。

法国同时在对函数迭代进行研究的还有天文学家法图 (Pierre Fatou, 1878-1929)。学过实分析或测度论的读者都会学习到的法图引理即是以他的名字命名的。但法图没有参



图 32 葛饰北斋诞辰 250 周年 (2010 年 10 月 31 日, 日本)

与竞争。1918 年, 25 岁的朱利亚凭借发表在《纯粹数学与应用数学杂志》上长达 199 页的论文 *Mémoire sur l'itération des fonctions rationnelles* (《有理函数迭代论》) 而轻松获奖。朱利亚的工作虽然引起了很大的轰动, 但遗憾的是, 拥有众多学生的朱利亚并没有引导任何学生继续这方面的研究。而法图却根本没有学生。德国的豪斯多夫对此也有一些相关的研究, 但因为战争带来的仇恨而导致两国数学家的交流终止。此外, 计算设备的落后也是一个重要原因。朱利亚曾经手绘过朱利亚集轮廓。直到 1975 年, 芒德勃罗在朱利亚的研究基础上, 开创分形这一全新的领域, 朱利亚的工作才得以受到重视。

朱利亚曾获得过很多荣誉, 如五次法国科学院奖励, 两次主持法国 Peccot 课程 (Peccot Course), 1932 年苏黎世国际数学家大会上的特邀报告等。

2011 年法国数学家、数学历史学家 Audin 在斯普林格出版的一本专著 *Fatou, Julia, Montel: The Great Prize of Mathematical Sciences of 1918, and Beyond* 中对这位现代动力系统的先驱有很多介绍。有兴趣的读者可以阅读。

我们以谷歌与分形相关的一些题外话来结束本节。

分形的研究得益于现代计算机的发展, 也反过来推动计算机的应用。现在谷歌为了测试新的 HTML5 技术, 有一个实验项目使得我们可以通过浏览器得到朱利亚集合⁴。

谷歌涂鸦后来另有一个与分形有联系的涂鸦。谷歌日本在 2010 年 10 月 31 日发布了一个涂鸦用以纪念日本江户时代浮世绘派大师葛饰北斋 (1760 年 10 月 31 日 - 1849 年 5 月 10 日) 诞辰 250 周年。这个涂鸦所用的背景是北斋的名作《神奈川冲浪里》。

一般认为北斋这幅画里的巨浪具有分形的特征。确实, 芒德勃罗在其 1977 年出版的《大自然的 fractal 几何》一书中, 曾经给出过由计算机模拟的北斋“巨浪”分形图形。



5 达·芬奇诞辰 553 周年



图 33 达·芬奇诞辰 553 周年 (2005 年 4 月 14 日, 意大利)

2005 年 4 月 14 日谷歌意大利涂鸦纪念列奥纳多·达·芬奇 (Leonardo da Vinci, 1452 年 4 月 15 日 - 1519 年 5 月 2 日) 诞辰 553 周年。

我们对达·芬奇并不陌生。我们知道少年达·芬奇刻苦画蛋的故事, 也知道他的名画《最后的晚餐》以及分别构成第一个、第二个字母“o”的《维特鲁威人》(Vitruvian Man) 以及《蒙娜丽莎》(Mona Lisa)。

如同文艺复兴时代中许多人一样, 达·芬奇是通才。他



图 34 年轻版蒙娜丽莎《艾尔沃斯·蒙娜丽莎》(Isleworth Mona Lisa) 与《蒙娜丽莎》(2013 年 2 月, 瑞士“蒙娜丽莎基金会”表示, 经过最新几何学及碳测定分析, 可提供新证据证明 2012 年 9 月首次曝光的《艾尔沃斯·蒙娜丽莎》是达·芬奇的真迹, 符合他绘画人体的黄金比例)

⁴ 即 <http://juliamap.googlelabs.com>

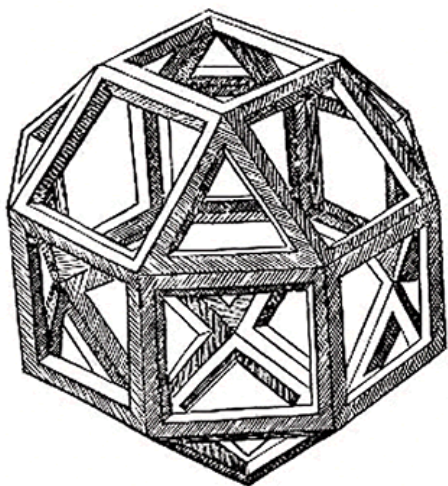


图 35 达·芬奇绘菱方八面体 (Rhombicuboctahedron), 见于帕乔利的《神圣比例》



图 36 意大利一欧元硬币上的“维特鲁威人”

虽然没发表任何科学论文, 但从他长达 7000 多页的手稿中 (现存约 5000 多页) 中可以看出他对光学、建筑学、解剖学、机械设计、飞行理论等都有很深刻的研究。达·芬奇也常被看做是数学家, 而且师出名门——他的朋友兼数学老师为意大利著名数学家帕乔利 (Luca Pacioli, 约 1445-1517)。他曾为帕乔利 1509 年出版的《神圣比例》(Divina Proportione) 一书作插图。

达·芬奇和丢勒是透视画法的杰出代表, 这需要他们熟悉几何学。实际上, 以他们为代表的透视画法是后来射影几何发展的直接推动力。达·芬奇甚至曾说“欣赏我的作品的人, 没有一个不是数学家”。

涂鸦引用的画作《维特鲁威人》和《蒙娜丽莎》中所蕴含的精准比例, 也依赖于精确的数学计算。特别是其中

人体各部位的黄金分割比例充满魅力, 这也是《蒙娜丽莎》特别吸引人的一个原因。而《维特鲁威人》(Vitruvian Man) 原本就是根据古罗马杰出的建筑家马可·维特鲁威 (Marcus Vitruvius Pollio) 在他的名著《建筑十书》中对人体比例和黄金分割的赞美而作。这个标准的人体像被广泛使用, 例如它就出现在意大利一欧元硬币上, 也出现在德国最大的公立健康保险 TK 卡上。

所谓黄金分割比是指

$$\frac{\sqrt{5}-1}{2}:1 \approx 0.6180339887 \dots$$

它在美学上有很多应用。例如五角星中一些线段长度关系符合黄金分割比。笔记本流行的宽屏液晶显示屏长宽比一般为 16:9 或 16:10, 近似于所谓的黄金矩形, 即其长宽比近似为 1:0.618 的矩形。这样的比例在视觉上使人很舒服。

请让我举一个书法上应用黄金分割的例子。现代已故著名书法家, 北京师范大学教授启功的书法精美, 遒劲有力。他常常讲述黄金分割在结字, 或说字的间架结构方面的应用。

间架结构历来为书家所重。如赵子昂 (元代书法家赵

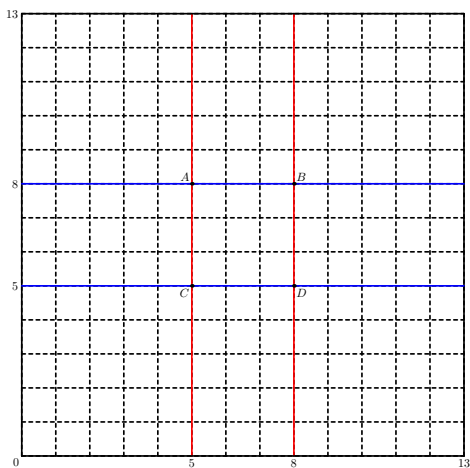


图 37 启功“黄金律”示意图——图中 A, B, C, D 为字之重点



图 38 启功“黄金律”写字实例 (摘自启功著《启功丛稿: 艺论卷》之“论书随笔”)

孟頫)说“书法以用笔为上,而结字亦须用功”。唐代大书法家欧阳询就总结有楷书间架结构三十六法(后来的黄自元推广为九十二法)。

对于初学者,启功更以“结字所关,尤甚于用笔”来强调结字的重要。启功对结字又引入五八分之“黄金分割之理”⁵:“将一个大方格纵横各画十三小方格,中间三小格纵横成十字路,每行小格为五三五。自左上一交叉点言,其上其左俱为五,其下其右俱为八。此十字路中四交叉点,各为五比八之位置,合乎黄金分割之理焉。”启功认为“字中重点,并不在中心一处”,而这四个符合黄金分割比例的交叉点都可以为重点。这和世俗通行用来辅助书写的九宫格和米字格不同。启功在其《论书绝句》之九九中总结道:

用笔何如结字难,纵横聚散最相关。
一从证得黄金律,顿觉全牛骨隙宽。

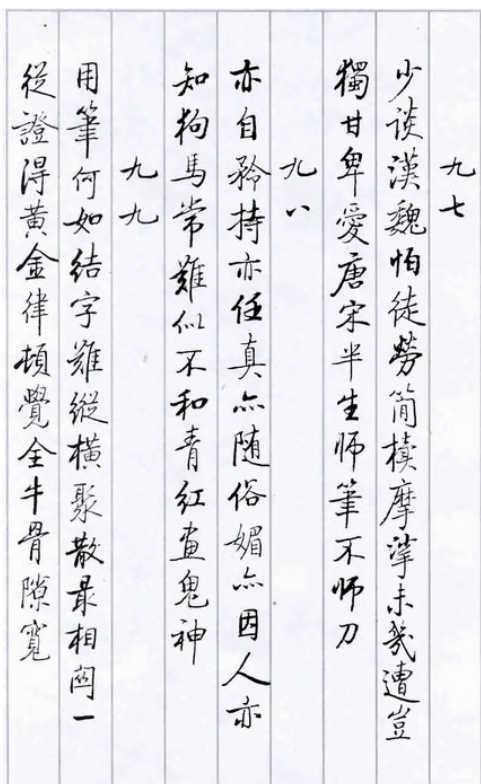


图 39 《论书绝句》之九七至九九

⁵ 启功关于结字与黄金律的谈话可以参考中华书局出版启功著的《启功丛稿:艺论卷》(2004)或《启功给你讲书法》(2005)。

⁶ <http://www.google.com/mars>



6 罗威尔诞辰 151 周年



图 40 罗威尔诞辰 151 周年(2006 年 3 月 13 日,全球)

2006 年 3 月 13 日谷歌发布涂鸦纪念美国天文学家帕西瓦尔·劳伦斯·罗威尔(Percival Lawrence Lowell, 1855 年 3 月 13 日-1916 年 11 月 12 日)诞辰 151 周年。

涂鸦中有望远镜以及火星、火星人等元素。罗威尔于 1876 年毕业于哈佛大学数学专业。他在读过卡米伊·弗拉马利翁(Camille Flammarion)的著作《火星》后对火星产生了极大的兴趣,于是利用个人的财富和影响力在美国亚利桑那州弗来格斯塔夫(Flagstaff, Arizona Territory)建立了罗威尔天文台,专门研究火星。他绘制了大量火星表面图,提出火星上有外星生物(火星人)的假说。

在这个涂鸦发布当日,谷歌把谷歌地图技术和到当时为止一些最详尽的火星表面资料图整合了起来,发布了谷歌火星⁶。

罗威尔在晚年将他的兴趣转向寻找海王星外的太阳系第九颗行星。在罗威尔死后,天文台继续这项工作,终于在 1930 年找到了冥王星(Pluto)。



7 Unix 时间特殊秒



图 41 Unix 时间特殊秒(2009 年 2 月 14 日,全球)

2009 年 2 月 14 日谷歌搜索主页出现了一个延续仅约半小时的简单涂鸦以纪念 Unix 时间特殊秒。严格来说,这不算涂鸦,在谷歌的涂鸦档案库中没有收藏它。

Unix 时间(Unix epoch, Unix time, POSIX time 或 Unix

timestamp) 是 UNIX 或类 UNIX 系统使用的时间表示方式。它记录从世界标准时 (Coordinated Universal Time, 简称 UTC) 1970 年 1 月 1 日 0 时 0 分 0 秒起至现在不包括闰秒的总秒数。世界标准时 2009 年 2 月 13 日 23 时 31 分 30 秒 (即北京时间 2009 年 2 月 14 日 07 时 31 分 30 秒) 的 Unix 时间恰为“1234567890”。这个涂鸦提示, 在某个恰当的时间, 在 Unix 终端上输入命令“date +%s”可以得到这个特殊表示。



8 惠更斯诞辰 380 周年



图 42 惠更斯诞辰 380 周年纪念 (2009 年 4 月 16 日, 荷兰)

2009 年 4 月 16 日的谷歌荷兰涂鸦纪念的是荷兰数学家、物理学家、天文学家和钟表学家克里斯蒂安·惠更斯(Christiaan Huygens, 1629 年 04 月 14 日 -1695 年 07 月 08 日)诞辰 380 周年。

涂鸦用一个钟表元素纪念他在钟表设计方面的贡献。1583 时, 19 岁的伽利略发现了摆的等时性, 即摆动所经历的时间独立于摆幅。这为设计摆钟提供了基础。惠更斯分别在 1657 和 1673 年先后发表《摆钟》和《摆式时钟或用于时钟上的摆的运动的几何证明》。著名的单摆周期公式就是由他提出来的。

惠更斯研究过圆、二次曲线、复杂曲线、悬链线等平

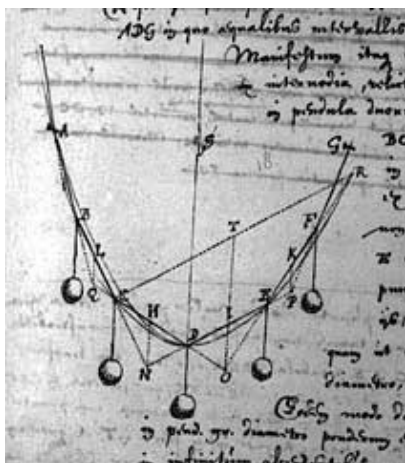


图 43 惠更斯手稿中的悬链线



图 44 惠更斯

面曲线。他在数学上最出名的贡献是 1657 年发表的《论赌博中的计算》(Tractatus de ratiociniis in aleae ludo)。这是概率论的第一本著作。概率论源于法国数学家帕斯卡与费马对赌博中产生的问题的讨论。在此启发下, 惠更斯经研究而写出这本著作。因而惠更斯和帕斯卡、费马被认为是概率论先驱。惠更斯最知名的数学“学生”是莱布尼兹。1672 年惠更斯与莱布尼兹在巴黎相遇, 好学的莱布尼兹从惠更斯那里学到了不少数学知识, 从此开始了对数学的研究。

惠更斯终身未婚, 研究成果丰硕, 涉及数学、光学、天文学和力学等众多领域。我第一次在图书馆见到共有 22 卷, 摆了两层书架的《惠更斯全集》(Oeuvres complètes de Christiaan Huygens) 时, 就深切地感受到何谓著作等身。

介绍一件轶事。这个涂鸦的原设计者在其设计的此涂鸦以及一些其它涂鸦中暗藏了一个有特殊含义的三角记号。后来被发现而删除。



9 祖冲之诞辰 1580 周年



图 45 祖冲之诞辰 1580 周年纪念 (2009 年 4 月 20 日, 中国大陆)

2009年4月20日谷歌中国纪念我国杰出的数学家和天文学家祖冲之(429年4月20日-500年)诞辰1580周年。祖冲之是在谷歌涂鸦上出现的第一个中国古代名人,也是迄今仅有的几个中国古代名人之一(另有李白、孔子等的纪念涂鸦)。

这个涂鸦作品用圆周长 C 与直径 d 以及涂鸦下方所附近似等式

$$\pi \approx 355/113$$

揭示祖在圆周率 $\pi = C/d$ 方面的贡献:第一次将圆周率 π 的值精确到小数点后六位,得出 π 介于3.1415926到3.1415927之间,并且首次提出密率355/113(他另外提出约率22/7)。密率值

$$355/113 \approx 3.14159292$$

精确到六位小数,令人惊奇地接近圆周率,而且比欧洲早1100年。

理论上,利用刘徽的割圆术,祖冲之是可以得到这个结果。但计算量会很大。现存有关祖冲之的这两项结果的唯一历史记载见于《隋书》(律历上,志第十一,隋书一六):

“古之九数,圆周率三,圆径率一,其术疏舛。自刘歆、张衡、刘徽、王蕃、皮延宗之徒,各设新率,未臻折衷。宋末,南徐州从事史祖冲之,更开密法,以圆径一亿为一丈,圆周盈数三丈一尺四寸一分五厘九毫二秒七忽,朒数三丈一尺四寸一分五厘九毫二秒六忽,正数在盈朒二限之间。密率,圆径一百一十三,圆周三百五十五。约率,圆径七,周二十二。又设开差幂,开差立,兼以正圆参之。指要精密,算氏之最者也。所著之书,名为《缀术》,学官莫能究其深奥,是故废而不理。”



图46 百衲本二十四史《隋书》中有关祖冲之圆周率的记载



图47 昆山亭林公园内祖冲之像

密率的计算是一个用有理数最佳逼近实数的问题。祖冲之的密率的特点就在于分母比113小的分数中(夏道行在其《 π 与 e 》中证明分母比8000小的分数中),没有比它更接近圆周率的分数了。华罗庚曾说:“(密率)孕育着不少道理,这道理可以用来推算天文上很多现象,无怪乎祖冲之祖孙三代都是算历的专家。”祖冲之在天文学上的主要成就有:编制《大明历》,第一次将“岁差”引进历法,提出在391年中设置144个闰月,推算出一回归年的长度为365.24281481日,误差只有50秒左右。

祖冲之曾出任娄县(现为昆山市)令,为官清正,很受百姓爱戴。2012年3月14日,昆山举行了盛大的纪念活动。不但将昆山蓬朗中心小学天文台正式命名为祖冲之天文台,而且昆山将从2012年起将每年的3月14日确定为祖冲之纪念日。

有兴趣的读者可以进一步阅读夏道行著《 π 与 e 》以及华罗庚著《从祖冲之的圆周率谈起》(可见《华罗庚科普著作选集》)。



图48 陈景润诞辰76周年纪念(2009年5月22日,中国)

2009年5月22日谷歌中国的涂鸦很简洁,纪念的是我国著名数学家陈景润(1933年5月22日-1996年3月19日)诞辰76周年。涂鸦中有方程“1+2”,散落的稿纸,以及厚



图 49 厦门大学海韵园内数学科学学院前的陈景润纪念雕像（笔者摄于 2012 年 10 月 29 日）



图 50 1999 年中国发行纪念陈景润邮票（邮票中央为陈的头像剪影，上方为“陈氏定理”公式，背景为其论文手稿）

厚的一叠文稿及其上的一副眼镜。这自然使人浮想起一位戴着眼镜，埋头执笔孜孜不倦地进行演算的数学家形象来。

陈景润出生于福建福州，从厦门大学数学系毕业后分配到北京四中任教。但他不善讲课，而且体弱多病，患有结核病。在北京一年，住医院六次，做了三次手术。最后陈景润被迫回到家乡摆书摊。厦大校长王亚南听说他的情况后，将其调回厦大当了一名图书馆资料员。

陈景润利用工作之暇，研读华罗庚的著作，在数论方面取得了很好的结果。这引起了与陈景润有过类似经历的华罗庚的重视，从而得以调到科学院工作。

陈景润在 1966 年发表《表达偶数为一个素数及一个不超过两个素数的乘积之和》。其中的主要结果被称为“陈氏定理”：任何一个足够大的偶数，都可以表示成一个奇素数

与不超过两个奇素数的乘积之和。简言之，即“1+2”。

陈景润是中国家喻户晓的“科学英雄”，全民偶像。他也得到了邓小平等的关心。邓小平曾说：“中国要是有一千个陈景润就不得了，对他要爱护、赞扬。”

陈景润的名望一定程度上归功于徐迟于 1978 年发表在《人民文学》的报告文学作品《哥德巴赫猜想》。这篇文章的时代背景是人们对“科学的春天”的强烈渴望，曾激起了很多人投身数学的热情。2007 年出版的《巨人不死的密码》介绍了当代商界名人史玉柱是如何受陈景润的事迹鼓励而在 1980 年上大学时选择浙江大学数学系的。

今日读起徐迟的这篇作品，我们仍能感受到其中的力量：

“他废寝忘食，昼夜不舍，潜心思考，探测精蕴，进行了大量的运算。”

“一张又一张的运算稿纸，像漫天大雪似的飞舞，铺满了大地。数字、符号、引理、公式、逻辑、推理，积在楼板上，有三尺深。忽然化为膝下群山，雪莲万千。他终于登上了攀登顶峰的必由之路，登上了（1+2）的台阶。”

2003 年福建电视台、中央电视台播放了十四集电视连续剧《陈景润》，再次感动了亿万观众。

陈景润的工作在国际上也得到普遍赞扬，美国著名数学家韦伊（André Weil）曾称赞道：“陈景润的每一项工作，都好像是在喜马拉雅山山巅上行走。”虽然陈景润的数学论文对于一般读者是难的，但陈景润写有普及性的书籍，如《数学趣味谈》、《组合数学》与《初等数论》，有兴趣的读者可以阅读。



图 51 条形码发明 57 周年纪念（2009 年 10 月 7 日，全球）

2009 年 10 月 7 日的涂鸦纪念的是条形码发明 57 周年。1952 年的这一天，伯纳德·席尔瓦（Bernard Silver）和诺曼·约瑟夫·伍德兰德（Norman Joseph Woodland）获得该项专利。

条形码是一组宽度不等，按照一定的编码规则平行排列，用来表达一组信息的多个黑白条纹。条形码的下端常常

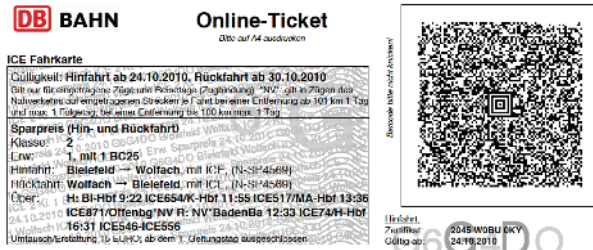


图 52 德国火车票（网络购票，A4 纸打印）上的矩阵式二维条码

图 53 包含网址 <http://www.google.com/doodles/> 的 QR 码

又有数字编码。在超市大多数物品的包装、出版物的封底、火车票和机票、某些证件（如图书馆借书卡）上我们都可以看到条形码的身影。这些条形码经过扫描、译码就可以转换成有意义的信息。如在超市购物，结账时通过扫描条形码就可以迅速获取物品的名称、价格等信息。

将信息编成条形码使得计算机更容易识别。但即使这样，也有可能发生识别错误。因此条形码中往往有“冗余码”来检错或纠错，分别叫做检错码（校验码）和纠错码。这些都要用到数学。

例如，我们的身份证号码上的最后一位就是检错码。通过将身份证号码前面的各位做加权求和，所得结果除以 11 得到的余数就按一定规则对应了这个检错码。

纠错码则可以使条形码在传输过程中发生的错误仍能在接收端自行纠正。举个简单的例子，假设我们想传达两个信息，最有效的方法是用“1”和“0”来分别编码。但若发生错误，“1”误为“0”，则无法区分。现增加码元，用“111”

⁷ QR 是英文中快速反应（Quick Response）码的缩写

⁸ <http://www.onlinebarcodegenerator.com>

⁹ <http://www.morovia.com/free-online-barcode-generator>

¹⁰ 这里使用的是常见的六点制盲文，每个盲符由 2 行 3 列呈长方形排列的六个位置组成，每个位置或凸或不凸。这里 Google = ，其中 G = ，（大写盲符加表示 g 的盲符 ），o = ，l = ，e = 。



图 54 摩尔斯诞辰 218 周年纪念（2009 年 4 月 27 日，全球）



图 55 布莱叶诞辰 197 周年纪念（2006 年的 1 月 4 日，全球）

和“000”来分别编码，假设每个编码中有两位或更多的码元同时发生错误的概率很小（按此假设“111”几乎不会误为“100”），则若收到“100”，我们可以认定原码为“000”，因此我们仍可以将“100”“看作“000”，从而纠正错误。这只是一个玩具模型，对复杂的情况，要获得有效的纠错码，需更多的数学。

目前通行各种各样的编码方式。谷歌的这个涂鸦是用 128 码（Code 128）来编码“Google”。这种编码是一种长度可变、连续性的字母数字条码，可以提供标准 ASCII 中 128 个字元的编码。

在智能手机普及的今天，另外一种应用日益广泛的编码方式是 QR 码⁷。这是一种二维码，广泛用于存储网址、谷歌地图地址等信息。例如，越来越多的报纸、杂志，张贴的海报和通知，甚至有的校园导游指示牌（如厦门大学）等，都印出 QR 码以表示网站信息、地址等内容，读者利用智能手机拍照，用相应的软件解码就可以直接用手机上网购物、使用谷歌地图查找路线了。

有兴趣的读者可以通过网站 [on line barcode reader](http://on-line-barcode-reader.com)⁸ 上传条形码图片而获取条形码的编码方式以及所包含的信息。也可以通过网站 [free online barcode generator](http://free-online-barcode-generator.com)⁹ 选取编码方式对信息进行编码以得到条形码。

谷歌涂鸦此前另有两个与编码有关的涂鸦。

2009 年 4 月 27 日用摩尔斯码编码了“Google”。这是为了纪念美国发明家、摩尔斯电码的创立者萨缪尔·摩尔斯（Samuel Morse, 1791 年 4 月 27 日 - 1872 年 4 月 2 日）诞辰 218 周年。席尔瓦与伍德兰德的条形码最早是用同心圈来编码，后来在摩尔斯码的启发下而改用不等宽线条。

2006 年的 1 月 4 日，谷歌用布莱叶点字法编码了“Google”这六个字母¹⁰，这是为了纪念法国发明世界通用

盲人及视觉障碍者使用的文字系统——布莱叶点字法的路易·布莱叶（Louis Braille, 1809年1月4日-1852年1月6日）诞辰197周年。

这个涂鸦上线后，加拿大的一家致力于帮助视力障碍者的非营利机构写信给谷歌，说因为这个涂鸦，他们的网站访问量增长了十倍。这也是小涂鸦产生大影响的另一个例子。

12 牛顿诞辰 367 周年



图 66 牛顿诞辰 367 周年（2010 年 1 月 4 日，全球）

2010 年 1 月 4 日谷歌涂鸦纪念英国数学家、物理学家艾萨克·牛顿爵士（Sir Isaac Newton, 1643 年 1 月 4 日-1727 年 3 月 31 日）诞辰 367 周年。这是一个动态涂鸦，挂着苹果的树枝有一个苹果会从页面中间落下，且在地上弹了多下直至静止。

牛顿在 1687 年发表《自然哲学的数学原理》，提出了万有引力定律和三大运动定律。万有引力定律指出任何物体之间都有相互吸引力，这个力的大小与各个物体的质量成正比，而与它们之间距离的平方成反比。从此出发就可以解释开普勒行星运动定律等天体运动规律以及地面上物体的运动规律。

牛顿的万有引力定律可以解释苹果为什么会掉下来，而不是向上飞到月球。能否将树上的苹果类比到遥远的月球，其实是需要思考和计算的。

传说牛顿是受到苹果落地的启发而偶然发现万有引力的。因为这个故事，剑桥大学种植的牛顿苹果树的后代成了一个著名的景点。在英国发行的众多纪念牛顿的邮票中也有很多以苹果为元素。例如，英国邮政于 1987 年 3 月 24 日发行了四张纪念《自然哲学的数学原理》出版 300 周年纪念邮票，其中之一的背景为苹果。

牛顿在物理学上的贡献推动了科学革命。贯穿《自



图 67 《自然哲学的数学原理》出版 300 周年纪念邮票

然哲学的数学原理》一书的数学方法——现在称为微积分的“流数”——也是牛顿（与莱布尼兹共享）的伟大贡献。其要点是将前人已有研究的切线问题与求积问题联系在一起，这两个问题分别是微分学和积分学的中心问题。

牛顿在其它许多方面也有很深刻的研究，例如他发明了反射式望远镜，研究光学，发展了颜色理论，证明了广义二项式定理等。

13 圆周率日

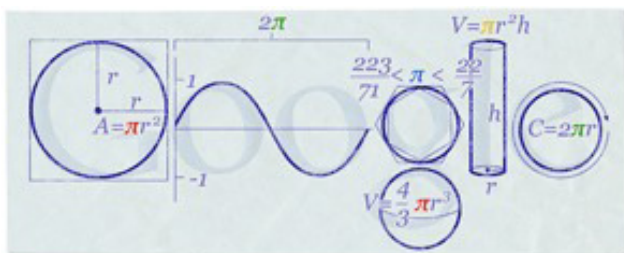


图 56 圆周率日纪念（2010 年 3 月 14 日，加拿大、德国、意大利、日本、美国、韩国和中国等近 60 个国家和地区）

每年的 3 月 14 日是数学爱好者的节日——圆周率日（ π 日），因为 3.14 是 π 的前几位数字。2010 年 3 月 14 日这个圆周率日纪念涂鸦列出了与 π 相关的圆面积以及周长的计算公式、正弦函数图像（周期为 2π ）、球体和圆柱体体积计算公式以及阿基米德提出来的圆周率上下界（分别为 $22/7$ 和 $223/71$ ）等。

圆周率从来都吸引着人们的兴趣，用一个节日来庆祝

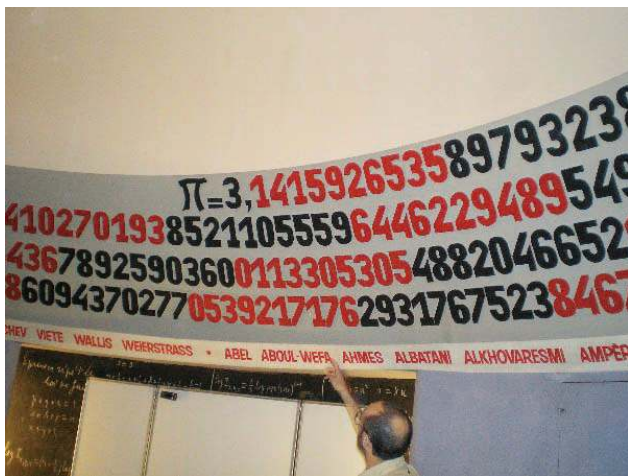


图 57 巴黎探索皇宫圆周率室

就已凸显了 π 这一常数的地位。常见有人以背诵圆周率来表演记忆力。最近发生的一件事也可以见得公众对圆周率的兴趣。美国人口普查局于 2012 年 8 月 14 日公布，美国人口已经达到 314159265 人，这是圆周率前面有限位的一亿倍。该局呼吁：“这是千载难逢的大事件，让我们一起欢呼庆祝这一天吧！”

圆周率的计算则是严肃的数学问题。巴黎探索皇宫有个圆周率室，上方有 707 位用木质数字组成的圆周率，这是英国数学家 William Shanks (1812-1882) 发现的（不过只有前 527 位正确）。这个圆周率甚至还曾在 1937 年巴黎世博会主题展馆科学发现展馆展出。在纸和笔的时代，这是一个伟大的发现。在随后的计算机时代，圆周率的计算显得轻而易举了。1999 年，Kanada, Takahashi 利用计算机将圆周率计算到了 206158430000 位。

但即使是计算机计算，好的算法也很重要。最早的算法是阿基米德的正多边形逼近算法。祖冲之的算法已经失传。微积分的发展为圆周率的计算提供了更多方法。最早的计算公式是英国数学家瓦利斯 (Wallis, 1616-1703) 的公式

$$\frac{2}{\pi} = \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdots}{2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 6 \cdots}$$

另一个著名的公式是莱布尼兹 - 格里高利 (Leibniz, 1646-1716; James Gregory, 1638-1675) 利用反正切函数得到的级数表示公式：

¹¹ 一维标准高斯分布密度函数形如： $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right)$ 。

$$\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \cdots$$

利用级数可以得到许多以反正切函数来表示 π 的公式。一个很流行的公式是 1706 年由 John Machin 所发现的用两个反正切函数的公式

$$\frac{\pi}{4} = 4 \arctan \frac{1}{5} - \arctan \frac{1}{239}$$

这也不难用级数展开来证明。另外，印度天才数学家拉马努金于 1914 年也提出的另一个用级数来表示的高效算法。20 世纪 70 年代有人发现了利用几何 - 算法平均进行迭代的非常好的算法，但事实上 200 年前高斯就已经发现了此算法。

为什么圆周率这样重要？除了前述计算体积、面积等明显涉及圆周率的例子，圆周率还在数学其他地方自然出现。

物理学家维格纳 (Eugene Paul Wigner, 1902-1995) 在他著名的文章“数学在自然科学中不合理的有效性”中开始就讲了个故事。两位曾经的同班同学开始介绍各自的工作。一位是统计学家，研究人口趋势。他给朋友看了最近的文章，文章开篇即是高斯分布。朋友很不解，指着高斯分布¹¹中的 π 问道，

“这是什么？”

“这是圆周长与其直径之比。”

“你太会开玩笑，人口怎么会和圆的周长有关系呢？”

我们知道高斯分布可以用来解释很多自然规律。如上述故事所示， π 有不合理的有效性。实际上我们可以找出许多有关 π 的不可思议的公式来。其中最令人着迷的或许是欧拉公式

$$e^{i\pi} + 1 = 0$$

因为它联系了数学中五个最重要的常数。

但还有很多与圆周率有关的问题没有答案，等待我们去发现。例如，在 π 的展开系列中，数字 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 是否出现无穷多次？某处是否会连续出现 1000 个连续的数字 0？每个数字出现的频率是否相同？某等长的数字串出现的频率是否相同？



14 阿尔夫诞辰 100 周年

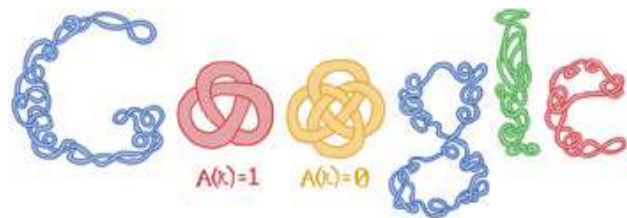


图 58 阿尔夫诞辰 100 周年 (2010 年 10 月 11 日, 土耳其)

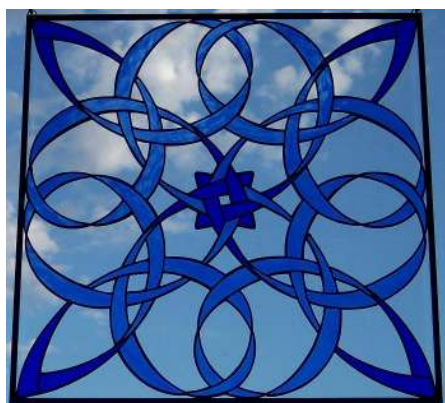


图 59 凯尔特结修饰的窗花



图 60 圣帕特里克节纪念 (2010 年 3 月 17 日, 加拿大、英国、澳大利亚、丹麦、法国、美国、爱尔兰、新西兰)



图 61 圣帕特里克节纪念 (2012 年 3 月 17 日, 加拿大、英国、澳大利亚、丹麦、美国、爱尔兰、新西兰、阿根廷)

2010 年 10 月 11 日是土耳其著名数学家卡西特·阿尔夫 (Cahit Arf, 1910 年 10 月 11 日 -1997 年 11 月 26 日) 诞辰 100 周年, 当日谷歌土耳其推出了纪念涂鸦。阿尔夫的主要工作在代数数论方面, 他发现的阿尔夫不变量 (Arf Invariant) 在拓扑学中有很多应用。

该涂鸦以凯尔特结 (Celtic Knot) 作为元素, 而代表两个字母“o”的结下方的公式正是这两个结的阿尔夫不变量。

凯尔特结是凯尔特文化中最著名的传统艺术之一, 和中国结有些类似, 常用于各种装饰。凯尔特结还与宗教仪式相关, 现今还留存有凯尔特结装饰的石制十字架。

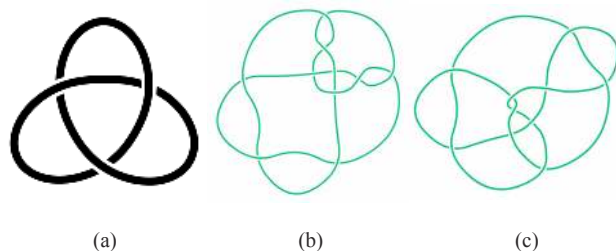


图 62 (a) 右手三叶结 (谷歌纪念阿尔夫涂鸦中表示的第一个字母“o”的结为左手三叶结); (b) 和 (c) 为 Perko 对



图 63 阿尔夫

谷歌还有其它两个含有凯尔特结的涂鸦。这是为了纪念圣帕特里克节 (Saint Patrick's Day)。圣帕特里克节是有凯尔特人血统的爱尔兰人在每年的 3 月 17 日为了纪念 493 年的这一天逝世的爱尔兰主保圣人——圣帕特里克主教——而举行的盛大节日。谷歌发表了很多这个节日的纪念涂鸦, 但大多都用三叶草做装饰。2010 年的圣帕特里克节纪念涂鸦全用的是凯尔特结; 另外, 2012 年的纪念涂鸦则以《凯尔经》(Book of Kells) 为装饰, 放大其中细节也可以看到凯尔特结。《凯尔经》是一本装饰华丽的圣经福音手抄本, 其中用充满了基督教象征的人类、动物、神兽、凯尔特结等元素来装饰。这本书是爱尔兰最珍贵的国宝。

纽结理论是代数拓扑的一个分支, 研究如何把若干个圆环嵌入三维欧氏空间中。纽结理论已经在统计力学以及分子生物学如 DNA 研究等领域获得了应用。

如果一个纽结可以在不剪断、不粘连的情况下变化为另一个纽结, 我们就说这两个纽结是相同的。例如, 有重要应用的三叶结就分为左手三叶结和右手三叶结两种情形, 在不剪断绳子的前提下不能把左手三叶结变到右手三叶结。

如何将各种纽结进行分类正是纽结理论中最核心然而也很困难的问题。例如, 著名的 Perko 对, 其实是相同的,

但曾被数学家误认为不同而长时间列在纽结表中。不变量方法是研究纽结分类的重要方法。所谓不变量,就是纽结在连续变化时保持不变的某种性质。两个纽结的某个不变量如果不相同,那么它们就不是相同的纽结。纽结理论中有各种不变量,有时互为补充。例如,纪念阿尔夫的这个涂鸦中,表示两个字母“o”的纽结的阿尔夫不变量分别为1和0,因此这两个纽结是不同的。但纽结的阿尔夫不变量总是取值为0或1,显然不能区分所有纽结。左手三叶结和右手三叶结这两个不同的纽结的阿尔夫不变量就都是1。然而,利用琼斯多项式,就可以区分这两个纽结(左右手三叶结的琼斯多项式分别为 $t^{-1} + t^{-3} - t^{-4}$ 和 $t + t^3 - t^4$)。

1923年土耳其共和国在凯末尔的带领下建国时,阿尔夫还是一位年少的中学生。他的成长和中国老一辈数学家的经历有些相似,年轻时在法国、德国等数学强国学习,回到土耳其又积极发挥自己的影响力。

1926年,阿尔夫的父亲通过购买贬值的法郎送阿尔夫到法国学习数学。因为数学成绩突出,两年中阿尔夫学完了别人三年的课程。但阿尔夫的父亲得不到更多法郎,只好要他返回土耳其。之后阿尔夫赢得奖学金,得以继续到法国学习,阿尔夫从巴黎高师毕业后返回土耳其任教。1937年,他到哥廷根学习,一年后在那里取得博士学位。

阿尔夫是土耳其科技研究委员会的初创人,并长期担任该委员会的部长。阿尔夫对土耳其数学家的培养也有着很大的贡献。虽然他自己没有多少学生,但不少人都与阿尔夫有过讨论,受到过阿尔夫的鼓励。

阿尔夫也出现在面值为10里拉的土耳其新里拉纸币上。本文介绍的牛顿和惠更斯等也在其祖国的纸币上出现过。我将另文详述纸币上的数学家,这里暂且不表。



15 孟德尔诞辰 189 周年

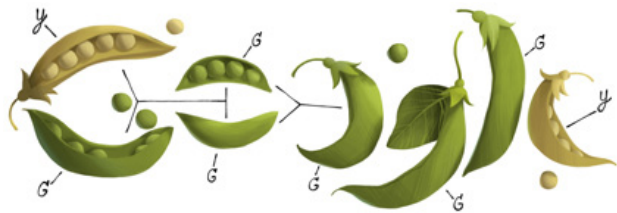


图64 孟德尔诞辰189周年(2011年7月20日,全球)

孟德尔(Gregor Johann Mendel, 1822年7月20日-1884年1月6日)是奥地利天主教圣职人员,遗传学家,被称为“现代遗传学之父”。2011年7月20日谷歌涂鸦纪念孟德尔诞辰189周年。



图65 孟德尔

涂鸦中的豌豆,指的是他约从1856年到1863年进行了8年的豌豆杂交实验。孟德尔通过统计豌豆的各种性状,如豌豆的茎的高度,豌豆种子的形状、颜色以及豌豆豆荚的形状和颜色等,发现豌豆的性状由遗传因子(基因)来控制的,具有显性性状、隐性性状的差别,而且表现性状由显性基因控制。后人将他总结的规律称为孟德尔遗传定律。

涂鸦中豆荚的颜色就是孟德尔研究过的豌豆性状。涂鸦中有6个绿色(G: Green)2个黄色(Y: Yellow)的豆荚,比例为3:1。实际上孟德尔的豌豆实验中,有428个绿色豆荚,152个黄色豆荚,比例约为2.82:1,接近3:1。

孟德尔是应用统计学进行研究的先驱。但也正是统计学,导致了英国著名遗传学家和统计学家费歇对孟德尔这位在修道院中从事科学研究的“民科”的质疑。1936年,费歇发表了一篇著名的论文《孟德尔的工作是否已被重新发现?》。文中他根据孟德尔论文中的实验数据,用 χ^2 检验,发现孟德尔的数据太好而令人起疑。

遗传学中用到了很多数学。著名的群体遗传学定律“哈代-温伯格定律”提出者就有著名数学家哈代。

德国比勒费尔德和知屋

2013年2月10日