



互联网数学开放教育发展近况

杨经晓

■ 开头语

一年前,本刊登载了笔者《网上学数学》一文,介绍了网络开放数学课程。北京师范大学陈木法院士对互联网数学开放教育非常关心。前不久,笔者有幸受陈院士之邀,以互联网数学开放教育为题与陈木法院士,保继光、李仲来、唐梓洲、李增沪等教授进行了交流,从中受益匪浅。后对此次交流的内容进行了整理并形成本文,文中主要介绍了网络数学开放教育新的进展及发展现状,希望能有更多人关注网络数学教育,进一步提高我国网络数学开放教育的水平。

1 互联网开放教育发展概况

互联网开放教育是将教育资源(视频、教材、课件等)上传至互联网,实现教育资源的全球免费共享。这里的“开放”是指“免费”,互联网开放教育就是“网上免费教育”。由于中小学已逐步实现免费义务教育,因此网络开放教育一般是指高等教育的免费开放。

在知识爆炸的信息时代,人类对教育的需求日益强烈,但教育资源不足,费用也不断上涨,很多人被拒之于大学校门之外。据纽约美联储银行估计,美国人在助学贷款上欠债总额达到了1万亿美元,比全美国的信用卡债务还要多。在《时代周刊》对1000名美国人的调查中,80%的人认为在大学里受的教育抵不上所支付的学费。面对民众对接受优质高等教育的迫切需求和优质教育资源的稀缺及高昂的学费,从上世纪90年代起,有关国际组织发起了免费共享科学资源的开放获取(Open Access)运动,并发布了《布达佩斯开放获取宣言》和《柏林宣言》,联合国经济合作和发展组织和教科文组织也分别发布了《OECD宣言》与《科朗伯格宣言》。目前已有很多大学、科研机构及政府都宣布

支持知识免费开放政策。

上世纪90年代,网上出现了网友上传的数学视频课程。由于当时的网速低,视频的分辨率低,只能下载后观看,加上课程来源少,网络开放教育发展一直停滞不前。网络开放教育发展的转机来自于本世纪初宽带上网的普及和视频网站的出现,解决了视频传输与存储问题,网络信息载体也由原来的文字和图片转向视频,网络开放教育也由网民自发行为发展为大学、企业、政府的参与,使课程数量激增,网络开放教育进入快速发展期。

到目前为止,还没有大学或机构准备开办完整的网络开放数学教育,只有零星的数学课程(称为开放课程资源或公开课)散布在互联网上。从表面看,互联网上的数学开放教育并不存在。但如果站在全网的角度,把整个互联网看成一个大学,综合全网的数学课程资源,可以提取出一个完整的数学课程体系,形成一个全网的从小学到大学的“网络开放数学教育”。

2 互联网开放教育的新进展

2.1 新的网络开放教育公司

汗学院的成功以及网络开放课

程的热播,使网络教育成为热门的行业。自2011年来,涌现出一大批收费和免费的网络教育公司。如:Udacity、Coursera、EdX、2tor、ShowMe、Udemy、Grockit、Lynda、StraighterLine等。很多大学教授下海投身网络教育。这里介绍几个受欢迎的新型网络开放教育公司。

Udacity

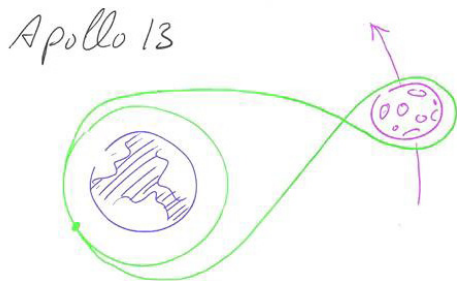
2011年下半年,斯坦福大学特龙(Sebastian Thrun)教授和弗吉尼亚大学的史蒂文斯(David Stavens)教授等人辞去教职,成立了一所名为“Udacity”的网络教育公司(www.udacity.com)。特龙是知名的人工智能专家,也是谷歌公司Google X实验室的创始人和谷歌无人驾驶汽车的共同发明人。特龙在斯坦福大学开设的“人工智能”课程深受学生欢迎。仿照汗学院的方法,他将该课程免费上线,并通过电子邮件通知他人,结果头一天晚上就有5000人注册,不久就超过16万人,其中立陶宛学生就超过了斯坦福学生的总和。在学习中,有个阿富汗学生,为在网上完成作业,不惜冒险穿越战争危险区去上网。一位伊拉克单亲家庭的母亲,在家庭遭受悲剧打击时仍坚持上课。在选修此



特龙



Udacity公司 Loviscach 讲微分方程



课的斯坦福学生中，有 3/4 的人选择了网上学习，课程结束时，考试成绩前 400 名中没有一个是来自斯坦福。这件事使特龙开始反思对传统教学和网络教学的认识。2012 年 1 月，特龙决定离开斯坦福，专职从事网络开放教育。目前 Udacity 已推出了计算机、数学、物理、商务等专业的 60 门免费课程，网上学习者超过 80 万。学习者虽然分布在世界各地而从未谋面，却像同在一个教室的同学那样密切协作。2012 年 9 月 17 日，巴基斯坦政府为封锁一部反穆斯林电影预告片而切断了 YouTube 的访问，中断了拉合尔 (Lahore) 市 11 岁女孩尼亚齐 (Khadijah Niazi) 正在进行的 Udacity 物理课期末考试。一心想在下周 12 岁前通过考试的尼亚齐心急如焚，她在课程讨论板上发了一个抱怨的帖子。不久就收到马来西亚和英国同学的帮助信息。一位观看此课的葡萄牙物理教师布里吉达 (Rosa Brigida) 企图帮助她绕过网络封锁，但没成功，只好晚上下载了所有的视频，然后上传到一个不受审查的照片分享网站上。第二天尼亚齐作为年龄最小的学生通过了这门成年人都颇感困难的期末考试。

Coursera

几乎与 Udacity 同时，2012 年 4 月，特龙的同事科勒 (Daphne Koller) 教授和吴恩达 (Andrew Ng) 副教授成立了名为“Coursera”的网络教育公司 (www.coursera.org)。他们与普林斯顿大学、斯坦福大学、布朗大学、哥伦比亚大学、爱丁堡大学、多伦多大学、洛桑联邦理工学院、香港科技大学等几十所名校联手，开设了计算机、数学、商务、医学、工程等专业的 200 多门课程，有来自近两百个国家的一百多万学生注册学习。很多学生通过 Coursera 学到了新的知识，找到了更好的工作，提高了生活质量。在 2011 年日本大地震和海啸



吴恩达 (左) 与科勒



Introduction to Mathematical Thinking



What is mathematics?



斯坦福大学 Devlin 讲数学思想 (Coursera 课程)

危机中，福岛核电站的程序员用在吴恩达的“机器学习”课程中学到的算法，在一定程度上缓解了核泄漏危机。谈到网络开放教育的作用，科勒认为有三点：“一，教育成为了人们基本的权利；二，终身学习成为可能；三，打开了创新之门，因为不可思议的人才在世界各地都同样存在。”

Coursera 成立不到一年就得到业界的高度关注，《纽约时报》、《福布斯》等各大媒体都对其进行了报道，科勒还被邀请担任 TED 的主讲嘉宾。俄亥俄州立大学校长吉 (Gordon

Gee) 说：“从合作伙伴就能看出一家公司怎么样，而 Coursera 的合作群体简直就是红衣主教团，其中包括一些美国最好的大学。”一些大学校长甚至开始担心，如果不和 Coursera 签约合作，自己学校的声誉就会受到影响。佐治亚理工学院“21 世纪大学教育研究中心”主任德米罗 (Richard A. DeMillo) 说，“这像一场海啸，一切都很新，大家都在摸索着前进。但这项实验的潜在发展空间如此之大，很难想象有哪所像样的研究型大学不想参与。”



edX 主页

edX

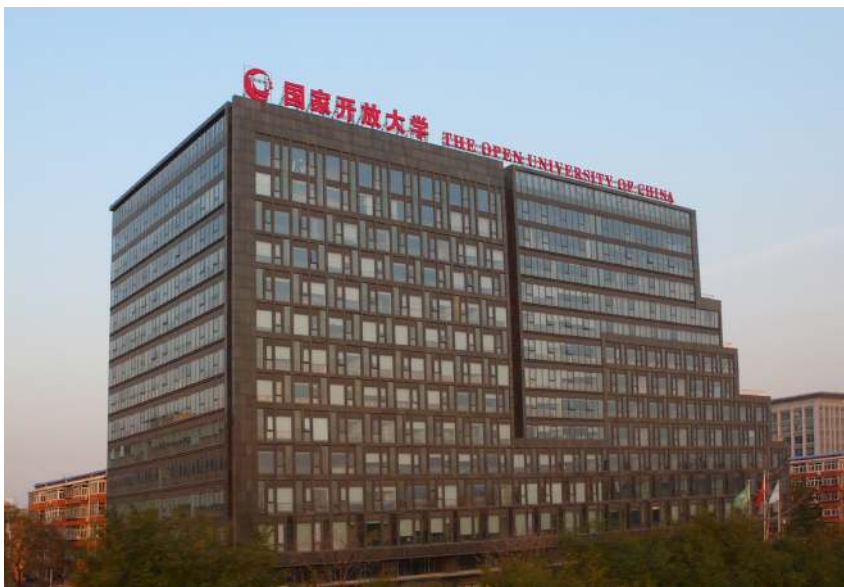
2012年5月，哈佛大学与麻省理工学院各投资3000万美元，联合成立了名为“edX”的数字教育平台（www.edx.org）。集中两校的师资力量，提供免费的网上课程，使上亿人受益。同时利用这个共享的教育平台，进行教学法研究，促进现代教学技术的应用。尽管麻省理工学院早就有开放课程，但edX对目前流行的开放式网络教育理念进行了新的拓展。采用智能网络技术，实现注册、讲授、作业、辅导、考试和提供证书等传统高校教育的全过程。

付了高额学费的学生家长曾对edX开办免费网络课程提出抗议，校方却认为这是改革旧教育方式的一次机会而坚持开课。最早开办的《电路和电子学》课程已有来自160个国家年龄为14至74岁的15万余学生参与学习。前不久，又有加州大学伯克利分校与德克萨斯大学加盟edX，还有全球约120所大学有加盟的愿望，未来edX可能发展成为规模更大的新型网上虚拟大学。

2.2 新成立的国家开放大学

以上介绍的都是一些规模不大的虚拟网络大学，而一个国家级规模更

大的网络开放大学实体已经出现，这就是最近成立的国家开放大学（位于北京五棵松）。它是在中央广播电视大学的基础上，通过互联网开展学历与非学历教育。其规划的优质课程超过两万门，聘请中外名师上万名，数字化图书千万册，数字资源总量达1000TB，注册学生450万，支持千万级的访问。



国家开放大学

大规模的网络开放教育的建设需要大量的人力物力投入，依靠政府财政的支持，国家开放大学可以实现长期稳定、大规模的可持续发展。

2.3 新一代网络教学模式

如果以MIT开放课程为第一代网络开放教育的话，以Udacity、Coursera与edX为代表的第二代大规模在线公开课程（mass open online course，简称MOOC），重建了网络开放课程的制作标准，在课程制作模式和教学方式上都有很大变化。

第二代网络开放课程的设计采用符合人脑认知规律的授课策略，为网络教学而量身定做。视频制作采用宽屏高清和多媒体技术，增加了外景拍摄，通过清晰画面和高保真的音质，使课程具有赏心悦目的观看效果。新增的交互功能，使学生可以在课程的讨论板上进行讨论与交流，在网上答题和考试；教师可以根据学生测验和考试的结果，及时修正教学内容或改进教学方法。很多网络教育机构都提供单科考试成绩和学习证书，已有大学考虑承认网络开放教育的学分。

网络开放教育这些脱胎换骨的变化和焕然一新的面貌,得到学习者和教育界的好评。加州大学伯克利分校校长伯格诺(Robert Birgeneau)说,“我相信,大规模在线公开课程将从根本上使教育发生彻底变革”。

3 互联网数学开放教育发展现状

3.1 新增数学课程

在互联网开放教育发展的浪潮中,数学课程作为通用的基础课也呈

现出快速增长的态势。表1~表3列出了近期上线的数学开放课程和专题讲座。

表1 非数学专业课程

课程	主讲	网址
高等数学	天津工业大学樊顺厚	video.chaoxing.com/serie_400004705.shtml
微积分	普林斯顿大学 Adrian Banner	www.m-e-e-t.com/courses/150/study_course
高等微积分 II	中国海洋大学姚增善	video.chaoxing.com/serie_400005659.shtml
微积分一	俄亥俄州立大学 Jim Fowler	www.coursera.org/#course/calc1
单变量微积分	宾夕法尼亚大学 Robert Ghrist	www.coursera.org/#course/calcsing
多变量微积分	加州大学 Michael Hutchings	www.m-e-e-t.com/courses/296/study_course
逻辑学导论	斯坦福大学 Michael Genesereth	www.coursera.org/#course/intrologic
离散优化	墨尔本大学 Pascal Van Hentenryck	www.coursera.org/#course/optimization
线性和离散优化	洛桑联邦理工学院 Eisenbrand	www.coursera.org/#course/lineartopt
离散数学	佩珀代因大学 Stan Warford	www.m-e-e-t.com/courses/1211/study_course
离散数学和概率论	哈佛大学 Umesh V. Vazirani	www.m-e-e-t.com/courses/1684/study_course
微分方程	汗学院 Salman Khan	www.m-e-e-t.com/courses/895/study_course
微分方程应用	Udacity 公司 Jorn Loviscach 等	www.udacity.com/wiki/downloads
行列式与空间解析几何	哈尔滨工程大学邱威	video.chaoxing.com/serie_400010094.shtml
场论与复变函数	西安电子科技大学梁昌洪	video.chaoxing.com/serie_400008115.shtml
矩阵与数值分析	大连理工大学张宏伟	video.chaoxing.com/serie_400008792.shtml
科学计算	华盛顿大学 J. Nathan Kutz	www.coursera.org/#course/scientificcomp
科学与工程计算	麻省理工学院 Gilbert Strang	www.m-e-e-t.com/courses/288/study_course
高等应用数学	哈尔滨工程大学罗跃生	video.chaoxing.com/serie_400008658.shtml
数学线性系统理论	哈尔滨工程大学罗跃生	video.chaoxing.com/serie_400010127.shtml
李群李代数纤维丛及规范场论应用	北京师范大学梁灿彬	video.chaoxing.com/serie_400004456.shtml
统计学一	普林斯顿大学 Andrew Conway	www.coursera.org/#course/stats1
泛函分析与变分原理	大连理工大学郭旭	video.chaoxing.com/serie_400008791.shtml
博弈论	英属哥伦比亚大学 Jackson 等	www.coursera.org/#course/gametheory
粒子群优化	国际群智能研究杂志史玉回	video.chaoxing.com/serie_400003756.shtml
数学思想导论	斯坦福大学 Keith Devlin	class.coursera.org/#course/maththink-

表2 数学专业课程

课程	主讲	网址
数学分析	东北师范大学白志东	video.chaoxing.com/serie_400004985.shtml
	厦门大学谭忠	video.chaoxing.com/serie_400015557.shtml
高等微积分(一)	台湾交通大学白启光	ocw.nctu.edu.tw/course_detail_3.php?bgid=1&gid=1&nid=45
高等微积分(二)		ocw.nctu.edu.tw/course_detail_3.php?bgid=1&gid=1&nid=46

课程	主讲	网址
微积分作业演算 (一)	台湾交通大学微积分教学组	ocw.nctu.edu.tw/course_detail_3.php?bgid=1&gid=1&nid=175
微积分作业演算 (二)		ocw.nctu.edu.tw/course_detail_3.php?bgid=1&gid=1&nid=205
分析数学	东北师范大学张凯军	video.chaoxing.com/serie_400008543.shtml
高等代数	北京大学丘维声	video.chaoxing.com/serie_400015565.shtml
线性代数 (一)	台湾交通大学庄重	ocw.nctu.edu.tw/course_detail_3.php?bgid=1&gid=1&nid=271
线性代数 (二)		ocw.nctu.edu.tw/course_detail_3.php?bgid=1&gid=1&nid=361
代数学引论	南京大学秦厚荣	video.chaoxing.com/serie_400007873.shtml
抽象代数	南开大学邓少强	video.chaoxing.com/serie_400004478.shtml
	上海交通大学章璞	video.chaoxing.com/serie_400008049.shtml
	哈佛大学 Benedict Gross	www.m-e-e-t.com/courses/1189/study_course
	南京师范大学周兴和	www.youku.com/playlist_show/id_5345538.html
代数拓扑入门	新南威尔士大学 Wildberger	www.youku.com/playlist_show/id_17140075.html
离散微分几何	加州理工学院 Desbrun 等	www.youku.com/playlist_show/id_17202298.html
几何方法 (微分流形)	不详	www.youku.com/playlist_show/id_5102986.html
数值分析	加州大学 Per-Olof Persson	www.m-e-e-t.com/courses/1683/study_course
计算机几何设计及分析	中国科技大学陈发来	video.chaoxing.com/serie_400007466.shtml
计算微分代数几何	大连理工大学张鸿庆	video.chaoxing.com/serie_400008789.shtml
控制论与系统辨识	大连理工大学冯恩民	video.chaoxing.com/serie_400008788.shtml
金融数学	北卡罗来纳州立大学 McCollum	www.m-e-e-t.com/courses/185/study_course

表 3 专题讲座

课程	主讲	网址
中国古代最伟大的数学家刘徽	中国科学院郭书春	video.chaoxing.com/Serie_400007749.shtml
微积分魔术	中国科学院林群	video.chaoxing.com/serie_400007823.shtml
极限与连续 数学建模	西安交通大学王锦森等	video.chaoxing.com/serie_400007840.shtml
Wilson 非共形元的新进展	中国科学院石钟慈	video.chaoxing.com/serie_400005265.shtml
分数阶偏微分方程及其数值方法	应用物理与计算数学研究所郭柏灵	video.chaoxing.com/serie_400006612.shtml
分数噪音驱动的随机偏微分方程	堪萨斯大学胡耀忠	video.chaoxing.com/serie_400007723.shtml
退化椭圆偏微分方程	北京大学韩青	video.chaoxing.com/serie_400007479.shtml
一类 Landu-Lifshitz 方程式研究	密西根州立大学闫百胜	video.chaoxing.com/serie_400007873.shtml
几何与弦论	哈佛大学丘成桐	www.m-e-e-t.com/courses/1690/study_course
有理三角学	新南威尔士大学 Wildberger	www.youku.com/playlist_show/id_6403494.html
双曲几何		u.youku.com/user_video/id_UNzkzMjM3MzY=_order_1_type_1_page_1.html
二阶接触几何	北海道大学山口佳三	video.chaoxing.com/serie_400005910.shtml
非交换几何与 Groupoi 指标定理	华盛顿大学唐翔	video.chaoxing.com/serie_400007879.shtml
数学中的辫子与链环	新加坡国立大学吴杰	video.chaoxing.com/Serie_400003957.shtml
矢量丛、示性类与 K 理论	波多黎哥大学李良青等	video.chaoxing.com/serie_400008115.shtml
K 理论陈-Connes 映射 Novikov 猜测	复旦大学郁国梁	video.chaoxing.com/serie_400007882.shtml
强不可约算子和 K 理论	河北师范大学蒋春潮	video.chaoxing.com/serie_400007877.shtml
C* 代数简介	俄勒冈大学林华新	video.chaoxing.com/serie_400007874.shtml

课程	主讲	网址
粗几何与 C* 代数简介	华东大学王勤	video.chaoxing.com/serie_400007876.shtml
套代数与 C* 代数	吉林大学纪友清	video.chaoxing.com/serie_400007875.shtml
MF 代数	新罕布什尔大学沈隽浩	video.chaoxing.com/serie_400007878.shtml
群因子简介	大连理工大学房军生	video.chaoxing.com/serie_400007880.shtml
密度矩阵重整化群及数值计算	康乃尔大学罗洪刚等	video.chaoxing.com/serie_400004593.shtml
三角 Kagome 格点上的自旋系统	中山大学姚道新	video.chaoxing.com/serie_400005533.shtml
二维共形量子场论的数学化	罗格斯大学黄一知	video.chaoxing.com/serie_400006297.shtml
计算方法在天体物理中的应用	鲁汶大学 Keppens	video.chaoxing.com/serie_400007764.shtml
DG 法 Lax-Wendroff 时间离散过程	厦门大学邱建贤	video.chaoxing.com/serie_400005956.shtml
自适应 RKDG 方法		video.chaoxing.com/serie_400005520.shtml
计算几何——算法设计分析	北京理工大学周培德	video.chaoxing.com/serie_400003437.shtml
最优化新方法新进展	大连理工大学张立卫	video.chaoxing.com/serie_400008790.shtml
聚类网络的某些尺度可变性	武汉大学陆君安	video.chaoxing.com/serie_400006552.shtml
复杂系统模拟的离散模型	东京大学陈昱	video.chaoxing.com/serie_400007176.shtml
时间序列因子模型	伦敦政治经济学院姚琦伟	video.chaoxing.com/serie_400005447.shtml
面向性的学习方法传授	北京大学丘维声	video.chaoxing.com/serie_400009424.shtml
重新认识数学科学	徐州师范大学周明儒	video.chaoxing.com/serie_400007049.shtml
拓扑场论	圣母大学	www.m-e-e-t.com/courses/1698/study_course
镜像对称与霍吉理论	德克萨斯大学 Tony Pantev	www.m-e-e-t.com/courses/1740/study_course
朗兰兹对偶中的镜对称	德克萨斯大学 Teleman	www.m-e-e-t.com/courses/1743/study_course
稳定性及 Wall-Crossing	德克萨斯大学 Bridgeland	www.m-e-e-t.com/courses/1742/study_course
K 同调和指数理论	德克萨斯大学 Nigel Higson	www.m-e-e-t.com/courses/1741/study_course
现代数学应用	北卡罗来纳州立大学 Lada	www.m-e-e-t.com/courses/1391/study_course

3.2 数学开放课程统计

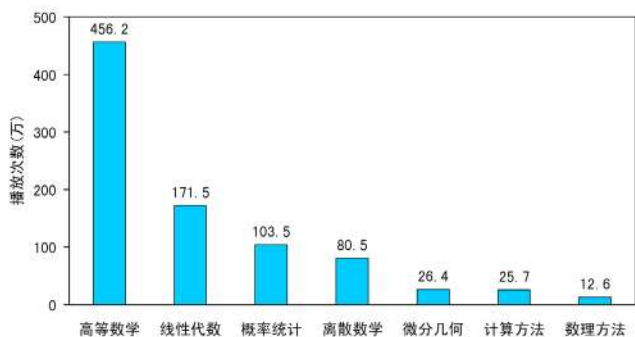
经过十几年的发展,网络数学开放教育由最初的几门视频课程,发展成为有上百门课程的基础数学教育体系。由于数学在各行各业中应用广泛,公众的学习需求强烈,网上的学习人数众多。据对各网站 2012 年底播放超

过十万次数学课程的数据统计,其中多门课程的播放次数超过百万,学习人数和影响力远远超过任何一所大学。

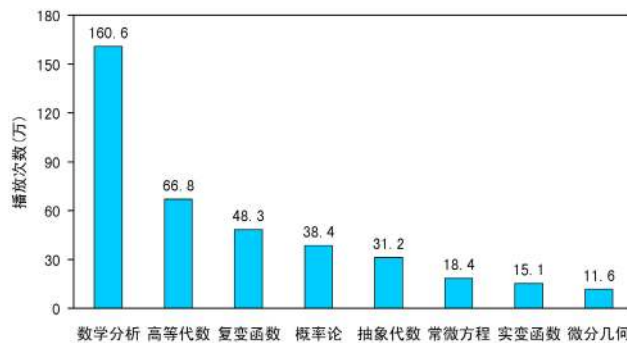
在前文和本文所列数学开放课程中,中国(含台湾地区)的贡献率最高,占课程总数的 79.1%。国外开放的主要是公共数学基础课,专业数学课程

开放的较少。

目前网络开放教育还处于发展时期,虽然有了大学的基础数学课程,但还缺少研究生课程这个重要的教育环节,网络自学者要想进一步了解数学前沿知识还很困难。据北师大数学科学学院保继光院长介绍,国内多所



非数学专业课程播放次数统计



数学专业课程播放次数统计



数学课程来源统计

大学准备联合开展研究生数学视频课程建设。这有望填补网络数学开放教育中的空缺，使网络数学教育水平提高到一个新的高度。

3.3 网上自学效果

网络教学的授课内容、教学方法和教学大纲与大学课堂的教学基本相同，因此网上学习方法也与在校学习类似，只是学习效果与在校学习相比还有一定差距。台湾交通大学李威仪教授引用爱因斯坦的质能关系 ($E = mc^2$)，给出了网络学习效果的公式：

$$E = M \times C^2$$

学习效果 $E =$ 激情 / 动机 $M \times$ (教学内容 C^2)

上式中 E 是指 effectiveness, M 表示 motivation, C 代表 contents。学习效果取决于客观条件和主观努力。其中教学内容 C 是保证学习效果的基本条件。高质量的教学内容来自高水平的教师 and 高质量的视频、教材和课件等课程资源。

Udacity 公司非常重视视频课程质量，曾有一门 2 万人报名的数学课



学习效果公式

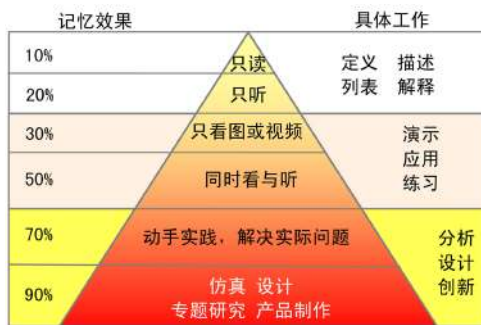
程因质量不佳而被取消。他们坚持自己选择、培养教师，选择教师的标准是看重教师的讲课水平而不单是资历或学术成果。特龙认为：世界上最有名的学者并不一定是讲课的最佳人选。曾有约 500 名教授向 Udacity 申请志愿教书而遭到拒绝。教授物理课的布朗 (Andy Brown) 只是一个 2009 年毕业的 25 岁本科生，但授课水平却深得学生好评。特龙认为，布朗将课程讲得生动活泼，堪比迪士尼公司科教片，这样的教师是教育的未来所在。

高质量的视频课程可以获得良好的学习效果。从人的认知角度来看，视频教学同时利用了听觉和视觉，记忆效果可达 50%，而只读 (书本)、只听、只看 (图片、视频) 的记忆效果只有 10%、20%、30%，通过课后的练习或进一步的深入研究，记忆效果可进一步提升。

有了良好的网上学习条件，要想获得好的学习效果还取决于激情和动机 M 这个主观条件。激情来源于对数学的热爱，没有对数学的热爱，自学很难持久。动机主要是学以致用或个人的理想和抱负，对理想锲而不舍的追求会是困难条件下坚持自学的不懈动力。

3.4 网上学术交流

除了知识学习之外，互联网也是一个学术交流的平台。通过网络可以



学习方法与学习效果

观看专题讲座、免费电子期刊，了解数学前沿领域的知识。通过论坛、电子邮件、QQ 等开展学术交流，对自己感兴趣的课题可以进行深入的探索和研究，研究成果可以在网上发布。如佩雷尔曼的庞加莱猜想证明就是发布在互联网上并为学术界所认可。历史上曾有过很多自学成才的数学家，网络开放教育提供了良好的学术交流环境，更有利于网络数学人才的成长。

4 结束语

经过十几年的发展，互联网开放教育已开放了几千门课，学习者遍及全球，成为全球最大的无校园的免费超级大学。网络开放数学课程已经吸引了大量学习者，对我国数学的普及和提高已经产生了很大影响。中国网民总数已跃居全球第一，正在向网络全民普及的信息化时代迈进。未来国家将加快高速宽带网络建设，提供廉价甚至免费的网络信息服务，网络开放教育将会得到进一步发展。美国工程院曾把“提高人类自学能力”列为本世纪工程科技的重大挑战之一，网络开放教育为全民提供了一个便捷的自学环境，降低了自学难度，有助于解决这一难题。

互联网诞生以来，曾创造了无数的神话，诞生了很多网络英雄，随着网络开放数学教育的发展，在众多网上自学的青少年中，一定会涌现出网络数学英才。



Udacity 的教师布朗主讲物理课