

# 解释离婚情感动态的数学模型



Jose-Manuel Rey / 文 李玉田 / 译

## 摘要

### 背景

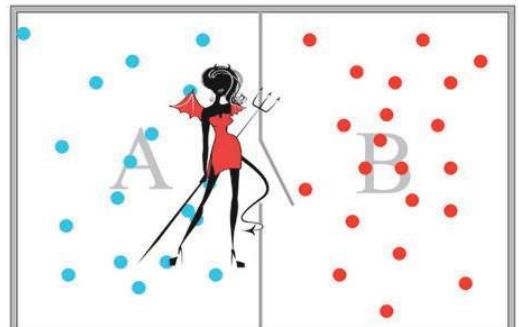
西方社会的离婚是普遍存在的。这无论在理论上还是解决方式上都引发了很严重的科学与社会学问题。学者和问题处理专家认为存在一种情感关系的热力学第二定律。仅有爱是不够的，还需努力来维持。

### 方法 / 主要发现

我们在一个简化的第二定律的基础上用最优控制理论作为建立情感动态模型的一个新处理。我们的分析结果与社会学数据相一致。我们揭示出，如果双方有相似的情感属性，存在一种最优的努力策略使得婚姻长久幸福。这一策略因两方面因素的组合而受到结构性不稳定的制约：一是努力差距，因为最优策略通常带来不愉快；一是由于动力系统的不稳定性使得努力降低到不可持续水平的趋势。

### 结论 / 重要性

这个模型的数学事实揭示了真实情境中配偶关系破裂的相关机制。在这个框架下，第二定律可以解释一个显见的悖论——一厢想天长地久的婚姻可能会破裂。



## 引论

有着浪漫特性的情感关系通常被认为是西方社会中安定的幸福生活的基本组成部分。当人们被问及什么是幸福生活的必备要素时，大家通常将“爱”和“亲密关系”摆在首位。很难想象人类生活的其它方面会涉及如此多的文化、社会、心理及经济学问题。理论研究显示浪漫关系的最初阶段似乎是受化学作用控制，而维护一段情感关系则在较大程度上属于理性决策的范畴。人们通常在仔细考虑之后才投入长期的关系，最典型的就是婚姻。即使在一直是一夫一妻制的西方社会，配偶通常声称他们的意图是维持长久的关系并和睦相处。但欧美大量报道的高离婚率表明了他们在方案执行上的彻底失败。配偶关系破裂这一现象在美国被视为流行病，“每两对夫妇中就有一对以离婚收场”这一统计结果被媒体和学术报告频繁引用。欧盟 27 国的离婚率并不比美国好到哪里去，而且一些欧洲国家表现出了更高的离婚率。

诸多领域的学者们普遍认为，婚姻不稳定性日益加剧的主要原因应归结为二十世纪性别分工的变化所释放的经济力量。然而这一原因并不能解释过去几十年里不断增长的、无处不在的婚姻破裂现象。事实上，人们并不理解为什么这么多配偶最终离婚而有些人却没有离婚。这一理解尤为重要，因为婚姻破裂所诱发的社会变化深深地影响着当代西方社会的社会结构以及福祉。

对大多数配偶来说，双方都打算维持长久的关系并为这一目标而努力，这个事实却与报道出来的高离婚率相



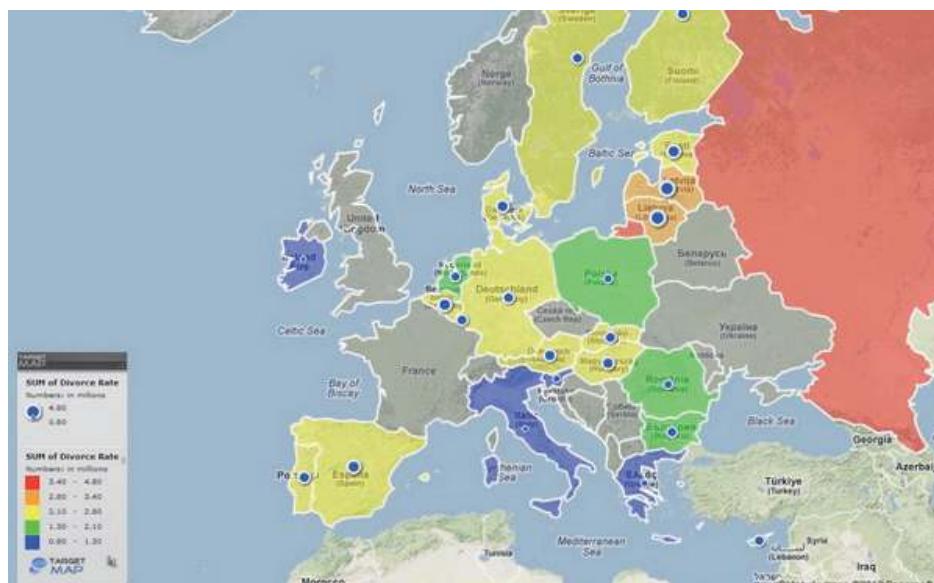
矛盾。本文称这种矛盾为**失败悖论**。根据戈特曼 (J. M. Gottman) 等人的研究，婚姻研究领域亟需一个理论，尤其是数学理论。本文旨在满足这一需求。尤其是本文将为这种失败悖论提供一个合理的解释。

戈特曼等人的研究（收录于 *The Mathematics of Marriage-Dynamic Nonlinear Models* 一书）似乎是迄今为止对配偶关系所进行的唯一的一项数学研究。他们用一对非线性差分方程评估了双方在实验观察时的短期互动。斯特罗伽茨 (S. H. Strogatz) 率先提出了一个配偶互动的简单动态系统模型。我们这里采用不同的动力系统方法：配偶被视作一个单元（不考虑内部互动），他们的情感动态由其长期和睦共处的意愿来合理地描述。

鉴于配偶分手现象的普遍性，相对于情感关系中的具体瑕疵，寻找能解释分手现象的基本的确定性机制似乎更为合情合理。在社会学数据的基础上，我们提出了一个基于最优控制理论的数学模型来解释同类型配偶如何建立长期关系的理性计划。如果配偶双方有相似的特性，我们称之为同类型配偶。同类型婚配是西方社会情感关系中最普遍的类型。我们的模型实际上需要的是一种较弱的同类型。我们通过基于情感互动的**热力学第二定律**（以下简称**第二定律**）的动力学方程来描述情感关系的演化。第二定律指出，除非有“能量”供给，否则一段关系将会破裂。这一被广为接受的事实允许我们将情感关系建模成一个控制问题，以努力这一形式存在的能量充当着控制变量。最优控制理论已经被广泛地应用于应用科学，如工程学和经济学。我们的最优控制模型为分析婚姻和亲密关系提供了一个全新的数学方法。

给定一些可行性的条件，我们对于模型的分析表明维持长期成功的关系是可能的，并且可对应于动力系统的平衡路径。然而很明显的是，长期关系中不可或缺的是努力，这一模型最引人注目的发现是保持幸福关系的努力水平总是比先验的最优选择（假如只考虑目前情形）的努力水平要高。当这两种水平的努力差距在可容忍的范围内，维持一段关系是切实可行的。这一数学分析的最主要结果是：服从于第二定律的情感动力系统本质上是不稳定的。这说明，当努力放松时，情感的逐步恶化会轻易地发生。这一分析还确立了一个合理的机制用来解释逐渐退化将导致情感破裂抑或使人不满的情感生活。

本文的研究结果有助于解答关系失败悖论：根据第二定律，长久幸福关系的优化设计与动态不稳定性并由此导致的可能的分手相容。这一显著的发现解决了这一失败悖论，



欧洲各国和地区 2010 年的离婚率

因为真实的关系被认为有更多不稳定性和不确定性的源头。而且这一结果也许揭示了如何才能保持健康有活力的长久关系。

本文的第 2 部分将展示由社会学数据所支持的关键证据，它们将构成一个检验模型结果一致性的框架。失败悖论这一问题也由社会学证据来导出。随着对于基本假设的深入讨论我们将逐步提出这一模型的构成要素。对于该模型分析得出的主要预测将汇集在本文的第 3 部分，其中一些预测与第 2 部分中提到的事实保持一致。为了便于讨论，数学上的一些技术细节被放置到附录中。

## 方法

### 公认的事实

马丁和巴姆帕斯 (Martin and Bumpass) 使用 1985 年的数据表明，在 40 年之内，美国每三个婚姻中就有两个将以分居或离婚而结束。目前可能还没有达到这一比例，但是 2002 年的数据显示实际数字并不低多少。50% 的人在 40 多岁的时候已经离婚不止一次。2005 年的数据表明，报道中经常提到的 50% 这一数字只比欧盟 27 国的平均离婚率 (44%) 稍高，而在一些欧盟国家，这一比例甚至高达 71%。

如果包括未婚同居，这一数据将进一步上升，尽管基于同居状态的数据很难获得。一项最近的研究证实，总体上非婚姻同居比婚姻更不稳定：49% 的婚前同居在 5 年内分手 (10 年后分手率是 62%)，然而只有 20% 的婚姻在 5 年内以分居或离婚告终 (10 年后这一数字是 33%)。我们正在观察的这一现象的第一个公认的事实可以阐述如下：

### 断言 1 在爱情关系中存在普遍的失败。

这种臭名昭著的情感关系不稳定性与婚姻或同居关系中的信任缺失并不相关，虽然信任是幸福的主要因素。相反地，人们普遍表示满意的情感关系是建立幸福生活的第一要素。并且人们还声称他们希望自己的伴侣伴随一生：

**断言 2 配偶通常相信关系的持久性是追求幸福的重要部分。而且大部分人认为，他们自己的关系不会破裂。**

现有的数据支持断言 2。当被问到使得他们幸福的要素时，78% 的美国大学生选择了“与自己理想的伴侣相爱并维持下去”。在美国的一次国家调查中，93.9% 的受访已婚夫妻认为他们离婚或分居的可能性很低 (19.9%) 或相当低 (74%)，而 81.1% 未婚受访者也有同样的回答 (32.4% 的受访者认为离婚可能性低，47.7% 的受访者则认为非常低)。

有趣的是，尽管公认分手的可能性非常高，绝大多数的人仍然认为他们自己的情感关系不会破裂。事实上，断言 1 与断言 2 提出了一个明显的悖论。根据上述的数据，一个新组成的伴侣声称有九成的把握走到最后。然而 5 年之后分手的同居者是 50%；10 年之后他们则更有可能不在一起。这一事实可以叙述如下：

### 失败悖论：打算长久持续的情感关系却怎么极可能破裂？

下面提出的模型表明，在合理的假设之下，断言 1 和断言 2 是相容的。为了进一步测试该模型的一致性，我们还将考虑其它两个公认的事实。

### 断言 3 配偶分手是一种逐渐恶化过程的结果。

已有的数据支持这一事实。根据加州离婚调解计划中 80% 受访男女的情况，他们离婚的主要原因是“逐渐产生的距离感和渐渐失去的亲密感，或许呆在一起但是情感上却逐步疏离，以致再也不能忍受孤独感”。

#### 断言 4 配偶双方的主观幸福感在婚后逐渐降低。

尽管都认为婚姻比起独身有着较高的幸福感，但已婚人士自己感受到的满足感却在慢慢降低。研究人员发现，结婚后人们对于生活的满足感逐步下降。

## 模 型

依据以上情景，我们将建立一个简单的动力系统模型。

这一模型基于两个关键的假设，也就是下面假设 2 中要讨论的第二定律和上述断言 2 所说的配偶关系的长期规划。这些假设连同弱同类性（参见下述假设 1）以及情感状态的一个自然的成本 - 收益评估（下面的假设 3），允许我们将配偶的情感关系视为一个最优控制问题。

建模始于（时间  $t = 0$ ）浪漫的热恋期刚刚结束，对彼此的好感达到顶点之时。在这一起始时间，伴侣们有强烈的意愿希望能最终走到一起，并试图去做任何必需的事情以保证两人的长远未来。我们假设：

**假设 1（弱同类性）**伴侣双方拥有下述模型所指的相同特质。或者说，一对伴侣作为规划问题的一个决策单元。

这一假设预示着模型中所有的参数、变量和效用结构都是定义在一对由两个类似的个体组成的伴侣上。人们倾向于被具有相同特质的人所吸引，这一事实已经在现有文献中获得广泛认同。西方社会中有充分的证据支持这一事实。所以假设 1 被视作一个法则，而不仅是一个期望。严格来说，我们的理论仅仅要求情感而不是性格上的相似性（参见下面的假设 3）会促成配偶关系，不论是一起约会或者是已婚夫妻。

根据前面的叙述，下面的假设对我们的模型至关重要。

**假设 2（情感关系的热力学第二定律）**对于另外一方的感觉有一种消退的趋势。这种惯性必须由有意识的实践来抵消。

在诸多文献中对这一事实有着广泛的共识。没有精心维护的爱会随着时间消退似乎是一个自然法则，雅各布森(N. S. Jacobson) 和马戈林 (G. Margolin) 认为这是婚姻不稳定的主要诱因。他们写道：“婚姻以幸福开始，但是时间的侵蚀是婚姻问题的源头。”流行的格言“爱还不够”反映了这一事实并含蓄地表明侵蚀是可以通过某种办法防止的。假设 2 这种定律的形式取自戈特曼等人的书里，在那里，情感被建议性地解释为“类似于婚姻关系的热力学第二定律的某种东西：一种缺了保持关系鲜活良好的能量就会分崩离析的东西”。

为了将假设 2 转化为数学语言，我们用一个非负变量

$x(t)$  来表示在  $t$  时刻 ( $t \geq 0$ ) 的关系状态。它是一个感情变量，可以理解为伴侣对对方的情感。 $x(t)$  是一个有序变量，它用来探测情感关系的质量水平。 $x(t)$  的一个特定值并不包含任何信息，但是在不同时刻  $t_1, t_2$  的情感水平可以进行比较，比如  $x(t_1) \geq x(t_2)$  还是  $x(t_1) \leq x(t_2)$ 。在  $t = 0$  时刻共同的感情水平  $x(0) = x_0$  被设定为一个非常大的数值。我们假定  $x(t)$  降低到低于某个阈值  $x_{min} > 0$  时，关系开始变得令人不满意，不同的伴侣的阈值不尽相同。

根据假设 2，对关系的细心处理可以抵消这种退化的惯性。这种处理用一个非负的有序变量  $c(t)$  来表示，这个变量被称为努力变量，并假定这个变量是分片连续的（请看附录 1 中的讨论）。 $c(t)$  包含所有日常生活中加强情感关系的实践，例如，治疗师提出的建设性行动（发问、积极地聆听、一起制定计划），以及宽容的态度（接受配偶的缺点、给她 / 他隐私、尊重不同的口味和习惯），这些只是其中一小部分建议的行动。不论是主动还是被动，努力或者说牺牲的重要性以及对情感关系的益处已经被人们广泛的注意到。

一个简化的第二定律可以用感情变量和努力变量组成的一个微分方程来表示

$$\frac{dx(t)}{dt} = -rx(t) + ac(t), \quad \text{for } t \geq 0, \quad (1)$$

这里  $r > 0, a > 0$ 。在没有介入的情况下（也就是  $c(t) = 0$ ），方程 (1) 意味着  $x(t)$  以  $r$  的速度递减，这个速度  $r$  与每对配偶有关，用来表示这对配偶情感退化的力量。这个为人所熟知的简单的线性法则描述了很多自然界和社会现象。事实上，它的一个离散化版本在文献中被用来描述未受影响的配偶在短时间内的婚姻互动中的最初演化过程。对于任何速率，方程 (1) 中  $c(t) = 0$  是对感情退化一个明显的假设。在方程 (1) 中“努力”被用来抵消这种感情退化。很明显，其中的参数  $a$  表示的是努力的效率。选定一个努力策略  $c(t)$ ，方程 (1) 就给出了情感的演化过程。方程 (1) 隐含地表明  $x(t)$  是光滑变化的，除非在努力是不连续的情况下。