



本文是笔者在讲座中对同学们一些问题的回答。这些问题中大部分都是关系现代数学大局的问题，很深刻，也很难回答。问题本身是没有标准答案的，每个人会有不同的答案。下面是我的个人意见，不一定正确，仅供大家参考。

### 1. 现代数学的特点和现状

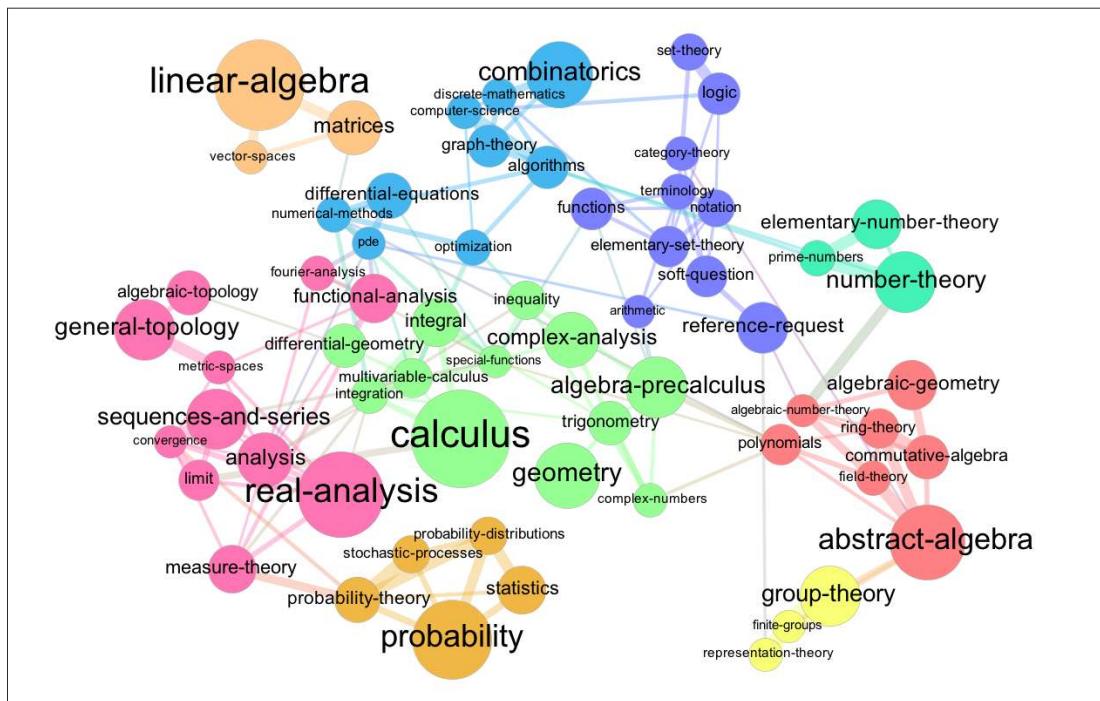
有的同学问：听说现代数学分支非常细，不同分支的人彼此不了解，这样还能出现总揽全局的数学大师吗？此外，数学的复杂是否使它远离“简单性”这个朴素的自然法则？

这是一个很大的问题，提这个问题的同学希望从总体上了解现代数学，这是非常好，非常值得鼓励的。但是要把这个问题说清楚不容易。确实，现代数学分支繁多。按美国数学会的分类，数学科目可以分成 60 多个大类，每个大类下面又有几十个子类，总计有 3500 个以上的子类。肯定没有人能对所有这些分支都了如指掌，甚至于一个分支的专家也很难把分支里的所有数学了解得一清二楚。

但是，真正影响大局的数学却没有那么多。这就像世界上有 200 多个国家，但是影响全球格

局的却只有少数大国。这种影响大局的数学可以叫做“主流数学”。即便在主流数学中也不是所有的问题都是平等的，还有主次之分。因此，如果能抓住主流数学中的主流问题，大体上就可以说是“总揽全局”了。至于说“大师”，他不仅能总揽全局，而且能通过他的工作影响全局。这样的人肯定很少，但也不能说一个没有，这要由历史来做定论。那么，为什么现在出不了牛顿、欧拉、高斯、黎曼这样的大师了呢？这有两个原因。首先，时势造英雄，不是每个时代都会出旷世英雄的。其次，即便是这样的英雄，他的历史地位也要经过历史的考验，并不是在当时就能确立的。

那么哪些是主流数学呢？回顾历史，现代基础数学从 17 世纪开始发源，经过 18 和 19 世纪的大发展和 20 世纪的完善，现代数学的基础部分，包括代数和数论、几何与拓扑、分析学的所有主



纯数学知识点

要分支，我们叫这些为经典分支，都进入了成熟期。所谓成熟是指，理论已经十分完善，而内在的发展动力则减弱了。因此，基础数学的单独分支的自身发展已不再是主流。取而代之的是综合与交叉，集多个分支的方法来解决以前无法解决的重要问题。费尔马猜想和庞加莱猜想相继被证明就是最好的例证。在我看来，现代数学的另一个特点是应用数学的兴起，随着现代科学技术的迅速发展，各个方面对数学的需求日益增长，推动了应用数学的崛起，它正成长为数学中一个不可忽视的主流。

从重要问题的来源看，基础数学内部一些最主要的问题是来自数论、拓扑以及几何，例如克莱研究所的 7 大问题中 4 个是关于纯数学的：两个来自数论（黎曼猜想，BSD 猜想），一个拓扑（庞加莱猜想），一个代数几何（Hodge 猜想）。另外 3 个多少与应用有关：Navier-Stokes 方程（流体力学），P-NP 问题（计算复杂性），Yang-Mills 理论（理论物理）。近年来，理论物理对基础数学的影响越来越大，这是值得注意的。

数学的复杂性不在于它的分支繁多，而在于它的深度和难度越来越大。世界既有简单的一面，又有复杂的一面。科学家的任务是把复杂的东西分析和解剖，化繁为简，找出对人类有用的东西。

“复杂性”也是自然界的一个法则，它与“简单性”构成了自然界辩证的两个方面，缺一不可。

## 2. 数学的境界

有的同学问：数学大师的精神境界是怎样的？数学的最高境界是和艺术及文学相通的吗？

在我看来数学和艺术、文学是非常不同的。艺术和文学在很大程度上是创造性地表现人对现实世界的感受和观点，表现得好就能够引起人们的共鸣和感动。而数学更像是哲学，是一种客观真理，不以人的意志为转移，你只能去发现它而不能改造它。当然，数学家同艺术家、文学家之间也有共同点，那就是他们都必须有高度的创造性。虽然创造的目标不同，创造的过程是有相似之处的。

数学家有时也赞叹某人的数学工作如何优美，遗憾的是究竟有多美只有极少的人可以欣赏。既然数学的终极目标是追求数学真理，对于美的追求就是次要的。对于有些数学家喜欢舞文弄墨不必太认真，往往他是在表达一种个人的观点，未必全对；或者他只是在自我陶醉。

我想数学大师首先是一个普通的人，要尊敬他但不要神化他；要学习他，但不要被他的思想