

扶磊先生：

顷读《数学文化》2013年第4卷第2期中大作  
“卢昌海《黎曼猜想漫谈》书评”一文，其中  
谈到 Riemann  $\zeta$ -函数在 Critical line  $\sigma = \frac{1}{2}$   
上的零点数目  $N_0(T)$  的估计时称现在最  
好结果是 1989 年 Brian Conrey 的  
 $N_0(T) \geq \frac{2}{5}N(T)$ 。

实际上，此结果已经刷新。据我所知，现在最  
好结果应该是 2012 年冯绍继的

$$N_0(T) \geq 0.4128N(T) \quad (\text{见冯文定理 1})$$

特此告知。并将冯文附上，请查收。祝

好！

中科院数学与系统科学研究院

丁夏畦 2013 年 9 月 5 日

扶磊先生：

顷读《数学文化》2013 年第 4 卷第 2 期中大作《卢  
昌海《黎曼猜想漫谈》书评》一文，其中谈到 Riemann  $\zeta$ -  
函数在 Critical line  $\sigma = 1/2$  上的零点数目  $N_0(T)$  的估计  
时称现在最好结果系 1989 年 Brian Conrey 的

$$N_0(T) \geq \frac{2}{5}N(T)$$

实际上，此结果已经刷新。据我所知，现在最好结果应  
该是 2012 年冯绍继的

$$N_0(T) \geq 0.4128N(T) \quad (\text{见冯文定理 1})$$

特此告知。并将冯文附上，请查收。

祝好！

中科院数学与系统科学研究院

丁夏畦

2013 年 9 月 5 日

Journal of Number Theory 132 (2012) 511–542



Contents lists available at SciVerse ScienceDirect

Journal of Number Theory

www.elsevier.com/locate/jnt



## Zeros of the Riemann zeta function on the critical line

Shaoji Feng

Academy of Mathematics and Systems Science, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, PR China

### ARTICLE INFO

Article history:  
Received 7 September 2011  
Accepted 26 October 2011  
Available online 29 December 2011  
Communicated by J. Brian Conrey

MSC:  
11M26  
11M06

Keywords:  
Riemann zeta function  
Zeros  
Critical line  
Mollifier

### ABSTRACT

We introduce a new mollifier and apply the method of Levinson and Conrey to prove that at least 41.28% of the zeros of the Riemann zeta function are on the critical line. The method may also be used to improve other results on zeros relate to the Riemann zeta function, as well as conditional results on prime gaps.

© 2011 Elsevier Inc. All rights reserved.