

阿贝尔——英年早逝的数学奇才

邓明立

在人类社会发展的历史长河中，数学功不可没。数学是随着社会生产力的发展，由数学家，特别是大数学家创造出的不朽业绩。这些数学的创造者们——数学家，或少年聪慧、才华横溢、头角峥嵘；或天性鲁钝、中年发奋、大器晚成。挪威数学家尼尔斯·亨里克·阿贝尔（Niels Henrik Abel, 1802-1829）无疑属于前者，他天资聪慧，本该平步青云，但却屡遭坎坷，终至英年早逝，不免令人惋惜。阿贝尔对数学做出了巨大贡献，以其名字命名的数学概念、定理不下 20 个，他是经典数学的奠基人之一。传奇的生活经历、坚贞不屈的个人品格，又大大增加了他在挪威人民心中的分量，在数学越来越重要的当代，他已经成为挪威的民族英雄。他的姓名和肖像不时出现在挪威纸币、铜币和邮票上，以其名字命名的大奖——阿贝尔奖则是数学界的最高奖之一。



一、动乱年代 自学成才 (1802-1821)

阿贝尔 1802 年 8 月 5 日出生于挪威西南海岸线上斯塔万格 (Stavanger) 的一个小岛——芬岛 (Finnøy)。当时正值著名的拿破仑时代，整个欧洲大陆都处于战争的阴影之下，由于丹麦是法国的盟友，作为丹麦属国的挪威自然就成了英国打击的对象。挪威本土受到了英国舰队的封锁，这导致 1807-1814 年挪威的大饥荒。习惯于当今数字化生活的现代人很难想象那个时代：没有火车，没有电，当然更别提手机和电脑了。阿贝尔小时候没有上学，因为偏僻的地方根本就没有小学，他在家里接受了父亲的启蒙教育。阿贝尔的父亲索伦 (Soren Abel, 1772-1820) 是个牧师，曾在哥本哈根大学接受过高等教育，这是挪威当时可以接受到的最高教育，后来他还曾两任议员，工作稳定，生活倒还可以维持。阿贝尔有一个大家庭，他有一个哥哥，五个弟弟，还有一个妹妹。那时的家庭一般都很大，有的甚至有十几、二十多个子女。

1814 年，拿破仑战争失败，丹麦作为法国的盟友也倒了霉。根据《基尔条约》，丹麦被迫将属国挪威割让给瑞典，挪威则抓住这次机会乘机独立，这可惹恼了瑞典。瑞典人的入侵迫使挪威答应与瑞典结成联盟，不过主导方是瑞典，挪威还是低人一等。

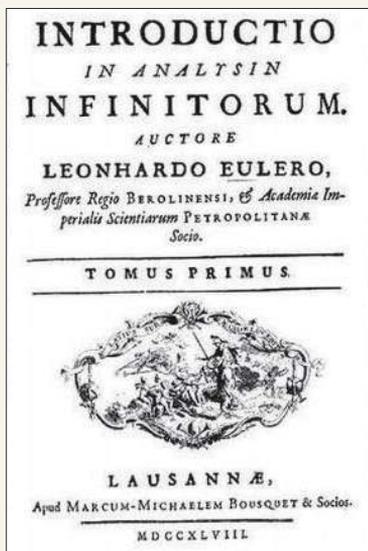
13 岁的时候，阿贝尔和他的哥哥汉斯 (Hans Abel, 1800-1842) 被送往首都克里斯蒂安尼亚¹ 的教会学校学习。但是，阿贝尔似乎不太适应那里的生活，开始两年，学习成绩还算差强人意，接着分数就逐步下滑。在学校里，阿贝尔时常变得忧郁，他害羞，害怕孤单。他哥哥汉斯的情况则更糟，患上了神经衰弱，最后不得不被送回家。

¹ 即现在的奥斯陆，1925 年更名。

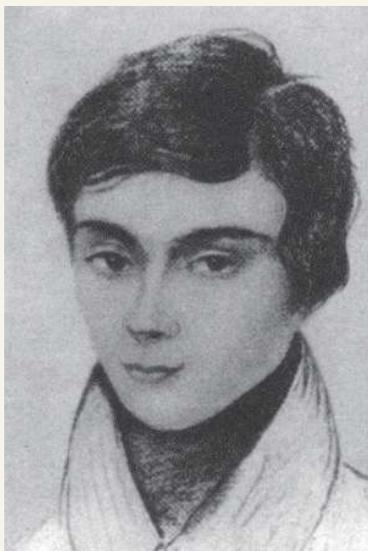


阿贝尔的故乡斯塔万格在欧洲的位置

一件偶然的事情改变了阿贝尔的一生，数学老师霍尔姆博 (B. M. Holmboë, 1795-1850) 发现了分数不高的阿贝尔在数学上有着极高的天赋，这真是万幸。正如布特纳 (Buttner) 之于高斯一样，这位仅比阿贝尔大 7 岁的数学教师在课程范围之外给阿贝尔布置更难的习题，还向他推荐更深的书让他自学。今日，各种数学专著琳琅满目、汗牛充栋，可 200 多年前那个时代没有现在这么多的教材，教辅和科普读物就更不用提了。要学数学，只有去读十几位数学大师的原著。最主要的是欧拉 (L. Euler, 1707-1783) 和法国几位大数学家，像拉格朗日 (L. Lagrange, 1736-1813)、拉普拉斯 (P. S. d. Laplace, 1749-1827)、勒让德 (A. M. Legendre, 1752-1830) 等。其中欧拉的书如《无穷分析引论》、《微分学》、《积分学》、《代数引论》等条理清楚，很适合自学。特别是《无穷分析引论》，总结了当时大量丰富的数学成果，与稍后高斯 (C. F. Gauss, 1777-1855) 的《算术研究》齐名。所以拉普拉斯有“读读欧拉，他是我们所有人的老师”。的说法。这也验证了阿贝尔的座右铭：“直接向大师学习，而不是向他们的学生学习。”由于这些书是用拉丁语、法语或德语写的，阿贝尔因此也学会了法语和德语，后来阿贝尔



欧拉的《无穷分析引论》对后来的数学家产生了不可估量的巨大影响



法国传奇数学家——伽罗瓦，他和阿贝尔彻底解决了五次方程根式解的问题

能熟练地用法文写作。

阿贝尔不久就超过了他的老师霍尔姆博，霍尔姆博也确实有美德，到处宣扬阿贝尔的才能，处处为他的成才铺路。通过霍尔姆博，阿贝尔甚至见到了克里斯蒂安尼亚大学的顶尖教授韩斯廷（Christopher Hansteen, 1784-1873）以及唯一的数学教授拉斯穆森（Søren Rasmussen, 1768-1850）。原来霍尔姆博曾是克里斯蒂安尼亚大学韩斯廷教授的助教，由于阿贝尔所在教会中学的数学老师因体罚学生而被解职，才从大学调到中学的。这至少可以说明两点，一是那时的中小学教师体罚学生是常事，数学史家贝尔（E. T. Bell, 1883-1960）这样写道：“所谓的教学方法，就是将学生们鞭打到愚蠢的程度，让学生们害怕到连自己的名字也忘了。”第二，数学教师对数学天才的成长至关重要，因此加强

中小学数学教师的培养绝对是有必要的，难怪德意志的复兴要从中小学教师培养开始。

阿贝尔18岁那年，正当他埋头于数学原著，在数学上突飞猛进的时候，他的父亲去世了，家庭生活迅速陷入了贫困的境地，平静的学习生活很快被打破。然而阿贝尔没有被贫困打倒，他仍然继续攻读所有到手的数学书籍。正如他以后常常在信中提到，当时所有的数学，不管是重要的还是不重要的，他都已经掌握，现在该是搞点研究的时候了。

阿贝尔在中学的最后一年，下定决心去解一个公开的问题，一个300年来使许多大数学家困惑的五次方程的求解问题。年轻人一般不太谦虚，极端一点的更是自以为是，总觉得自己就是为解决这个问题而生的。阿贝尔认为自己“发现”了求解公式，后来的雅可比（C. G. Jacobi, 1804-

1851）和伽罗瓦（E. Galois, 1811-1832）也不例外，他们一度都觉得自己找到了答案，有时候数学家们出奇地类似。

阿贝尔把他“发现”的求解公式写成论文之后，挪威竟没有人能够看懂，当时也没有刊物能发表他的结果。于是大学教授韩斯廷亲自出面把论文寄给丹麦的数学家德根（Ferdinand Degen, 1766-1825）教授，请他在丹麦科学院发表。在北欧，丹麦是一个文化中心，不过在数学上还是落后于一流的法国和二流的德国，因此只能算是三流了。德根也没能发现论文中的任何漏洞，不过他很谨慎。由于过程复杂，他要求阿贝尔用具体的例子来阐明他的公式。挪威当时相对封闭落后，要是没有国外的高人指点，再大的天才也将被埋没。德根在数学史上当然不是什么重要的数学家，但德根教授提了两点意见，对阿贝尔启发很大：

1. 阿贝尔得出的求解公式要用具体例子来解释。
2. 五次方程方向很窄，椭圆函数是一个很好的研究领域。

从1815年到1821年，阿贝尔上了六年教会学校，大致相当于现在的中学。那时的课程主要是语言，挪威语自不必说，希腊语、拉丁语、德语、法语、英语也是要学的。拉丁语是当时的学术语言，而其他语言的学习对他后来出国也是大有用处。

二、大学时代 欧洲之行 (1821-1827)

1821年，阿贝尔进入了克里斯蒂安尼亚大学，阿贝尔的父亲



生前曾参与筹办过这所大学。克里斯蒂安尼亚大学于1811年成立，办学模式仿照刚刚成立的柏林大学。不过克里斯蒂安尼亚大学成立之初只有5位教授，17名学生。虽说是大学，但却没有什么像样的课程，因为就高等数学来说，当时挪威根本就没什么人懂，而更高深的数学还要等阿贝尔等人去创造。

阿贝尔当时已经小有名气，几位大学教授自己掏腰包支持这个穷孩子上学，否则阿贝尔就得失学了。阿贝尔一年就拿到哲学副博士（Candidatus Philosophias）的学位，相当于现在的学士学位。但他没有浪费时间，而是抓紧一切时间读原著，思考问题，写论文。那时挪威还没有像样的期刊登载原创的论文，韩斯廷教授为了祖国的科学事业创办了一份杂志——《自然科学杂志》，这样阿贝尔也就有了自己的园地发表论文了。

1823年暑假，拉斯穆森教授资助了阿贝尔100台拉，让阿贝尔到丹麦会见德根教授。阿贝尔在哥本哈根停留了两个月，见到了给他提出修改意见的德根教授和其他丹麦数学家，期间他住在了韩斯廷教授夫人的娘家。果然，回国以后，他又重新研究起五次方程的求解问题，正是在寻找例子的过程中他发现了自己的错误。这一次他采取否定的观点，并取得了成功，最终证明一般五次方程不可能根式求解。他首先证明，可以用根式求解的方程，其根的表达式中根式均可表成方程的根和某些单位根的有理函数。为了扩大这篇文章的影响，他决定写成法文自费出版。而为了节约开支，他不得不大大压缩



自学成才的中国数学家华罗庚(1910-1985)

篇幅，使得这篇法文相当难懂，他把这篇论文寄给许多大数学家，包括当时的数学王子——高斯，结果毫无反应。

阿贝尔解决的这个难题：一般五次和五次以上方程没有根式解，是数学上石破天惊的大事，这是数学中第一个不可解的大问题。他告诉那些妄图对五次方程给出根式解公式的人：此路不通。不过总有人“不信邪”，这些人中有外国人，也有中国人。英国数学家杰拉德（G. B. Jerrard, 1804-1863）始终不承认阿贝尔的工作，至死都认为自己得出了求解公式，科克（J. Clokle, 1819-1895）直到1862年还认为这个问题尚未解决，甚至阿贝尔去世百年之后，中国还有这样的人，结果为当时年轻的华罗庚所批驳。如此看来，阿贝尔也算是为中国数学做贡献了，如果不是为了反驳苏家驹的论文，熊庆来可能就不知道有华罗庚这个人了。

阿贝尔在哥本哈根见了世面之后，萌生了到巴黎的想法。19世纪20年代，世界的数学中心

在巴黎，更确切地说是法国科学院，科学院里有几位数学院士，尽管他们有各种各样的缺点，但在学术上绝对一流。得到他们的肯定，对年轻人的成长十分重要。像阿贝尔这样的天才，应该首先去巴黎。

但他无法再从教授们那里得到资助，教授们也不富裕。阿贝尔只得向政府申请资助，政府办事虽然拖拉，但在几位教授的强烈推荐下，最后还是决定资助阿贝尔600台拉出国两年。要说挪威政府绝对够意思，因为当时的挪威很贫穷，比不了现在，资助阿贝尔出国旅行研究数学也算是冒险。不过资助也有附加条件，他要继续呆在挪威学习语言，等到大学毕业后才能成行。阿贝尔只好继续呆在祖国，不过他从未中断过自己的思考。大学4年毕业后，阿贝尔在1825年夏天走出国门。

本来阿贝尔应该直奔巴黎，但当时挪威还有其他4位学生同他一起出国学习，他们的目的地是柏林，阿贝尔害怕孤单的性格使他决定随他们一起先到柏林。当时德根已故，丹麦的一位数学家给他写了推荐信，让他到柏林后去见克莱尔（A. L. Crelle, 1780-1855）。说起克莱尔，大多数人首先想到了《克莱尔杂志》，而对克莱尔本人知之甚少。工程师克莱尔可是普鲁士王国管基建的部长级人物。他做城市规划，还修建了德国第一条铁路。克莱尔非常爱好数学，不遗余力地发展数学事业，德国第一份专业的数学期刊——《纯粹与应用数学杂志》正是由他创办的，《克莱尔杂志》后来成为19世纪一流的数学杂志。



克莱尔 (1780-1855)

遇见克莱尔是阿贝尔的一大幸运，阿贝尔生前几乎所有的数学手稿都发表在《克莱尔杂志》上了。1825-1826年的整个冬天，阿贝尔都呆在了柏林，这一时期他极其多产，仅第一卷《克莱尔杂志》就包含阿贝尔的6篇文章，包括那篇经典的代数方程文章，这时阿贝尔逐渐成长为一名一流的数学家。毫无疑问，阿贝尔有着无与伦比的天才，他在中学时就能自学那些数学大师们的著作，并且超过他的老师霍尔姆博、拉斯穆森和韩斯廷。但是他更加勤奋，在与阿贝尔同行的4位学生中，有一位学兽医的学生波克(C. F. Boeck)，他回忆起阿贝尔最深的印象就是在柏林期间，阿贝尔几乎每晚都点着蜡烛，在从事写作或者计算。有一次阿贝尔在脑海中有了某个想法，但在检查时又觉得不通，于是接着证。终于有一天，在他的同行好友熟睡的时候，阿贝尔突然兴奋地大叫，这吵醒了他们，原来一瞬间阿贝尔已经得到了证明。

无独有偶，我国著名数学家



中国数学家吴文俊 (1919-)

吴文俊也有过这样的经历。1947年，任职中央研究院数学研究所主任²的陈省身到清华大学教课，吴文俊与曹锡华同行。在清华，吴文俊和曹锡华同住一间宿舍。吴文俊每晚攻关惠特尼乘积公式到深夜，觉得证明出来了才上床睡觉，早晨一醒来，对曹锡华说证出来了。到晚上时发现证明有错，于是继续攻关，第二天早晨醒来，又对曹锡华说证好了，到了下午发现证明还有漏洞，如此反复多次，终获成功，这篇成果最终发表在《数学年刊》(Annals of Mathematics)上。这样看来，天才除天资超常之外，也是艰苦漫长勤奋之路的必然结果。华罗庚那句“聪明在于勤奋，天才在于积累”的名言就是对阿贝尔最好的诠释。

1826年春天来临之际，阿贝尔去巴黎的计划又一次搁浅，他学地质的朋友要去中南欧进行地质考察，害怕孤单的阿贝尔又一次决定与他们同行，同时阿贝尔也想开阔眼界，他还给自己找了个借口，说要去拜访奥地利的数学家。

1826年3月他们离开柏林，

经莱比锡和德累斯顿，然后又经布拉格去维也纳，然后到意大利北部威尼斯，最后到阿尔卑斯山，并由此进入法国。这个近乎半圆形的旅行虽然极大地增长了阿贝尔的见识，但也耽误和耗费了他不少时间和经费，这几乎是致命的。

1826年7月阿贝尔终于到了巴黎，不过他的运气却急转直下。住宿极差、伙食极差、房租极高，这些他还能勉强承受，因为他的目的是见大人物。但是法国数学的大权威们都很难接近，根本不把年轻人当一回事，且假期大都去乡下休养去了。虽然后来，该见的都见到了，但是效果并不理想，没人赏识他的工作。这后来也成了勒让德的终生遗憾，等到后来他认识到阿贝尔工作的重要性时，阿贝尔早已去世了，不过他衷心赞美了阿贝尔的椭圆函数工作。

1826年10月份，阿贝尔向法国科学院提交了一篇题为《论一类极广泛超越函数的一个一般性质》的大论文，提出了比椭圆积分和椭圆函数更广泛的阿贝尔积分和阿贝尔函数，并证明了阿贝尔大定理。科学院让柯西(A. L. Cauchy, 1789-1857)审，照规矩，审稿人应该给出报告，然而很久没有下文，甚至后来连论文都找不到了。那时的柯西30多岁，正是个人的拼搏时代，他不太在乎年轻人的成果。阿贝尔去世很久之后这篇论文才找到并发表出来，柯西说它太难懂，这或许是

² 1946年中央研究院决定成立数学研究所，姜立夫任筹备处主任，因赴美由陈省身任代理主任。1948年数学所正式成立，陈省身任代理所长。