

## 抽象曲面的坚韧探险家

——七十八年来首位女性菲尔兹奖得主米尔扎哈尼

Erica Klarreich / 文 于飞 / 译

玛丽亚姆·米尔扎哈尼 (Maryam Mirzakhani) 以其不朽的工作刻画了拓扑、几何和动力系统之间深刻的联系。

当她还是一个8岁的小女孩时，玛丽亚姆·米尔扎哈尼就时常想象做为一个了不起的女孩的传奇故事。每天晚上睡觉前，她的女主人公会成为市长，周游世界或履行其他一些伟大的使命。

时至今日，米尔扎哈尼——这名37岁的斯坦福大学数学教授——仍然在她心里写着复杂的故事。伟大的志向并没有改变，但现在的主人公是双曲面、模空间和动力系统。她说，在某种程度上，做数学研究感觉就像写一本小说。“有许多不同的人物，你要试着去更好地了解他们，”她说。“但随着事情的发展，当你回头看每一个人物时，却与你的第一印象完全不同。”

虽然故事线往往需要数年才能展开，但无论心中的人物去哪里，这位伊朗数学家都时刻追随。米尔扎哈尼尽管身材娇小，但是不屈不挠，她在数学家中有着用顽强的毅力去解决自己领域最困难问题的美誉。米尔扎哈尼的博士导师哈佛大学柯蒂斯·麦克马伦 (Curtis McMullen) 说：“当涉及到数学，她有一种初生牛犊不怕虎的雄心。”

米尔扎哈尼声音低沉而稳重，有一双灰蓝色的眼睛，充满了坚定不移的自信。她性情平静，很谦虚。当被问及如何描述她对一个特殊的研究问题的贡献时，她笑了笑，犹豫了一下，最后说：“说实话，我不认为我做出了一个非常重大的贡献。”当一封周二到的电子邮件说她将获得被广泛认为是数学中最高荣誉的菲尔兹奖时（2014年8月13日在韩国首尔国际数学家大会颁发），她还以为发送该邮件的帐户遭到了黑客的攻击。

其他数学家却总是兴奋地描述米尔扎哈尼的工作。她的博士论文——数双曲曲面上圈的个数——“煞是壮观”，他的合作者芝加哥大学数学教授亚历克斯·埃斯金 (Alex Eskin) 说：“那是一种你马上可以写进教科书的数学。”

芝加哥大学的数学家本森·法博 (Benson Farb) 说，米尔扎哈尼一个非常新的贡献是她和埃斯金在与台球桌有关的抽象曲面的动力系统上进行的不朽的合作——一个在米尔扎哈尼所在的竞争激烈的研究领域等待了十年的定理。

### 德黑兰

还是一个成长在德黑兰的孩子时，米尔扎哈尼并没有打算成为一名数学家。她的主要目标只是读每一本她能找到的书。她还观看了著名的女性如居里夫人 (Marie Curie) 和海伦·凯勒 (Helen Keller) 的电视传记，后来又阅读了描写梵高 (Vincent van Gogh) 生活的小说《渴望生活》(Lust for Life)。这些故事给了她一个未成型的梦想：也许成为一名作家就是在做生命中一些伟大的事。

米尔扎哈尼读完小学时正逢伊朗和伊拉克战争就要结束，此时对于有积极性的学



米尔扎哈尼（右三）和队友启程参加于多伦多举行的 1995 年奥数比赛；时任伊朗总统拉夫桑贾尼（中）为代表团送行

生而言，机会正纷至沓来。她通过分班测试进入了由伊朗全国特殊人才发展组织管理的德黑兰 Farzanegan 女子中学。“我想我是幸运的一代，”她说，“在我十几岁的时候，时局变得更加稳定。”

刚到新学校的第一个星期里，她就遇到了一生的挚友罗亚·贝赫什提（Roya Beheshti），其人现在是圣路易斯华盛顿大学一名数学教授。做为孩子，她俩经常出现在学校附近拥挤的商业街的书店。逛起来的确很累，于是她们随机选择书籍购买。“现在听起来很奇怪，”米尔扎哈尼说，“但书真的很便宜，所以我们只管买。”

让米尔扎哈尼气馁的是，那年她的数学课表现很差。她的数学老师不认为她特别有才华，这打击了她的信心。在那个年代，“其他人怎么看你非常的重要，”米尔扎哈尼说，“我失去了对数学的兴趣。”

一年后，米尔扎哈尼遇到了一个非常鼓舞人心的老师，而且，她的表现也变得非常的出色。贝赫什提说：“从第二年开始，她成了一个明星。”

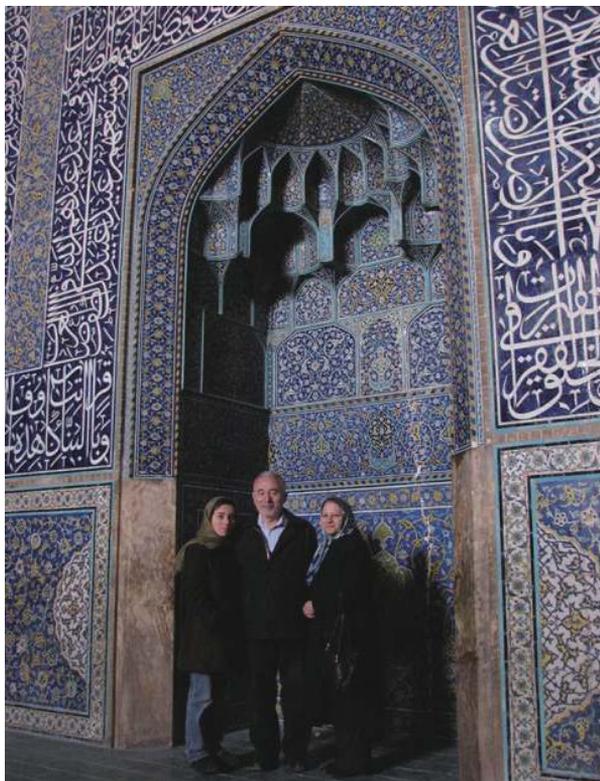
米尔扎哈尼进了 Farzanegan 女子高中。在那里，她和贝赫什提得到了当年的全国计算机编程比赛选拔试题，这些试题用来确定哪些高中学生将参加国际信息学奥林匹克竞赛。米尔扎哈尼和贝赫什提想了这些问题好几天，并设法解决了六个中的三个。尽管竞赛中的学生必须在三个小时内完成比赛，米尔扎哈尼也很高兴能够解决其中的一些问题。

米尔扎哈尼和贝赫什提希望发现她们在类似比赛中的能力，她们一起去见了学校的校长，要求她安排和男子高中一样的奥数课程。“校长性格非常坚韧”，米尔扎哈尼回忆道：“如果我们真的想要，她就会设法办到。”当时的情形是，伊朗的国际数学奥林匹克队从来没有派出过一个女孩，“但校长的心态是非常积极和乐观的，她告诉我们‘你可以做到这一点，即使你是第一个’。”米尔扎哈尼说：“我认为这种信念极大地影响了我的生活。”

1994 年，当米尔扎哈尼 17 岁时，她和贝赫什提进入了伊朗数学奥林匹克竞赛国家队。米尔扎哈尼在国际数学奥林匹克竞赛中的得分让她赢得了一枚金牌。次年，她再次参赛，并且取得了一个满分金牌。在竞赛的激励下，米尔扎哈尼深深地爱上了数学，她说：“为了发现数学的美，你必须花一些精力和努力。”

直到今天，法国巴黎第七大学的安东·卓里奇（Anton Zorich）仍然对米尔扎哈尼印象深刻——“她是一个对发生在她身边的一切数学都感到绝对兴奋的 17 岁女孩”。

## 哈佛



米尔扎哈尼和父母在一起

1998年菲尔兹奖得主麦克马伦注意到，奥数金牌并不总是意味着数学研究上的成功——“在这些竞赛中，人们精心打造了一个有巧妙的解的问题，但在研究中，也许问题根本没有解。”此外，他还评价说，不像许多的奥林匹克高分选手，米尔扎哈尼“能够形成她自己的视野”。

1999年，在德黑兰的谢里夫大学完成数学本科学位之后，米尔扎哈尼去哈佛大学读研，在那里她开始参加麦克马伦的讨论班。起初，她不明白很多他说的东西，但仍然被双曲几何之美迷住了。她开始去麦克马伦的办公室问一些尖刻的问题，用波斯语涂鸦着笔记。

“她有着一一种大胆的想象力，”麦克马伦回忆说，“她会在她的脑海里构思一个必定可行的虚构的画面，然后来到我的办公室，并描述它。最后，她就转过来对我说，‘是吗？’我总是很受宠若惊，因为她以为我会知道。”

米尔扎哈尼迷上了双曲曲面——一种具有两个或更多个孔的甜甜圈，其具有非标准的几何形状，大致说来，曲面上每个点都是马鞍形的。双曲甜甜圈不能在普通的空间构造；它们在抽象的意义下存在，其距离和角度由一组特定的方程计算。在这类方程决定的曲面上，一个虚构的生物生活经历的每个点都是鞍点。

事实证明，每个多孔甜甜圈可以以无限多的方式赋予一个双曲结构——粗的甜甜圈，细的甜甜圈，或两者的任意组合。在这种双曲曲面被发现一个半世纪以来，它们已经成为几何中的一些中心对象，并联系到很多数学和物理学的分支。

但是，当米尔扎哈尼开始读研时，一些关于这些曲面上最简单的问题都没有答案。人们关心直线或双曲曲面上的“测地线”。即使是一个曲面也可以有一个“直”线段的

概念：它只是两点之间的最短路径。在双曲曲面上，有些测地线是无限长的，就像在平面上的直线，而其它的闭合起来成了一个圈，像地球上的经线和赤道。

当测地线的长度增长时，给定长度的双曲曲面的闭测地线的数量呈指数级增长。大多数这些测地线在它们光滑封闭前和自己相交很多次，但其中一小部分，称为“简单”测地线，永远不和自己相交。法博说，简单的测地线是“解锁整个曲面结构和几何形状的关键”。

然而，数学家不知道双曲曲面上究竟有多少给定长度的简单的闭测地线。在闭测地线中，简单的闭测地线“奇迹发生的时间是沧海一粟，”法博说。因此，准确地计算它们是非常困难的——“失之毫厘，谬之千里，”他说。

在2004年完成的博士论文中，米尔扎哈尼回答了这个问题，得到了随长度  $L$  变大时，长为  $L$  的简单的测地线数量增长的公式。沿着这条路，她建立了与其它两个主流研究问题的联系。一个是有关所谓的“模空间”——给定曲面上所有可能的双曲结构——的体积公式。另一个是一个旧猜想令人惊讶的新证明，此猜想是关于与弦论有关的模空间的某些拓扑量，是由新泽西州普林斯顿高等研究院的物理学家爱德华·威腾（Edward Witten）提出的。威腾猜想是如此的困难，以至于第一个证明它的数学家——靠近巴黎的法国高等科学研究所的马克西姆·康采维奇（Maxim Kontsevich）——部分由于这个工作被授予1998年的菲尔兹奖。

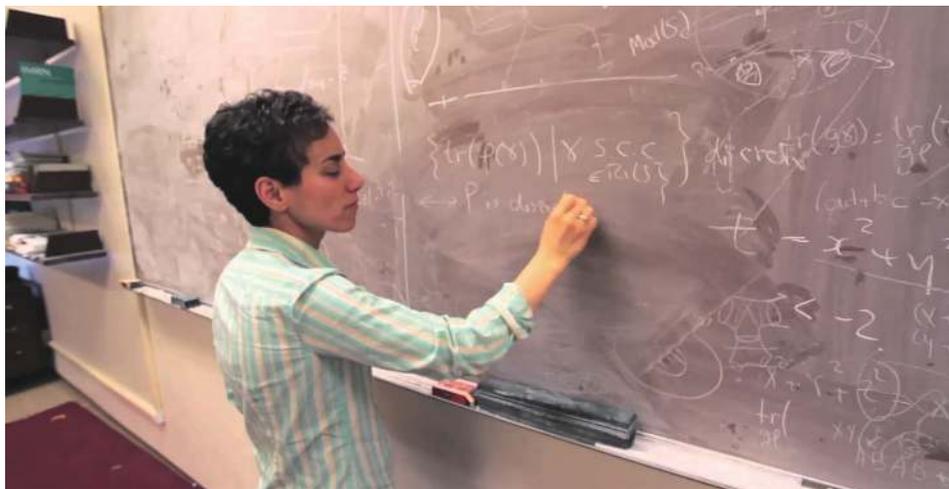
法博说，“解决所有这些问题是一个大事，将它们联系起来也是一个大事。”米尔扎哈尼都做了。

米尔扎哈尼的研究成果最终形成了三篇论文，并发表在了三个顶级数学刊物上：*Annals of Mathematics*, *Inventiones Mathematicae* 和 *Journal of the American Mathematical Society*。大多数数学家永远不会做出这样好的东西，法博说，“而她在自己的博士论文中就做到了”。

## “宏伟的作品”

米尔扎哈尼形容自己做研究非常慢。不像有些解决问题迅速的数学家，她被那些她可以思考多年的深层次的问题所吸引。她说“几个月或几年后，你会看到一个非常不同的方面”。有些问题，她一直思考了十年以上，她说“我仍然无从下手”。

米尔扎哈尼的节奏不会被那些迅速解决问题的数学家打乱。“我不容易失望，在某种意义上，我非常有信心。”



米尔扎哈尼在黑板上演算