



今天我讲一下庞加莱猜想和几何，主要是讲几何的一点历史，为什么会有庞加莱猜想，我希望以比较形象的方式讲一下什么是庞加莱猜想。当然庞加莱猜想肯定跟庞加莱有关，他本人是一个非常非常著名的法国数学家。他同时又是一个理论科学家和哲学家，在很多方面都有创造性的建树。1904年庞加莱提出了一个著名的猜想，这个猜想在一个多世纪的时光中一直困扰世界上的数学家，虽然100多年都没有解决，但是在我们寻找解的过程中，实际上是发展了很多数学，所以庞加莱猜想尤其在拓扑学，是驱动力之一。





庞加莱 (1854-1912)

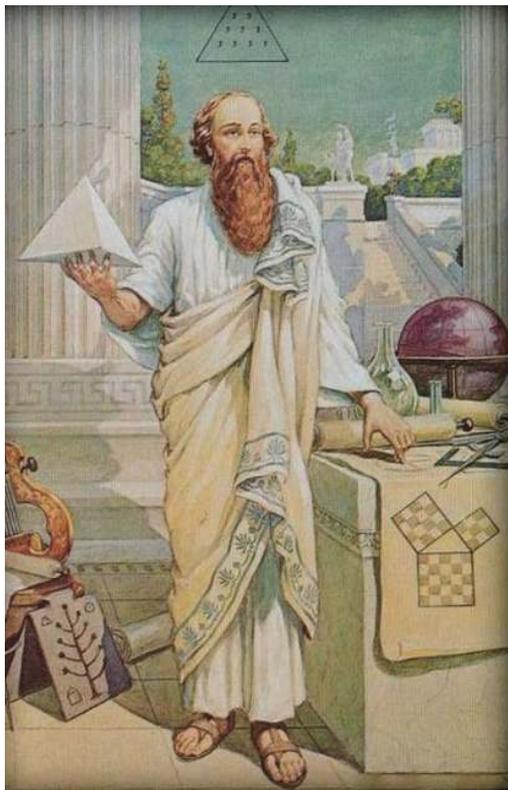
庞加莱猜想跟几何的发展紧密相关。几何学在数学中占有很高的地位。数学，尤其是几何学，所涉及的对象是普遍而抽象的东西，它们同生活中的实物有关，但是又不来自于这些具体的事物，因此在古希腊学习几何被认为是寻求真理的最有效的途径。数学在古希腊有很崇高的地位，像毕达哥拉斯一样，等一下要提到，他在研究数学的时候，他是觉得这个是很神秘的东西，很多时候他不愿意跟人分享他的知识，他觉得这是一个寻求真理的最有效的途径。这当然可能是传说——柏拉图学院的门口写着，不学习几何不得入内，就是不懂几何不得入内。据说柏拉图曾说上帝就是一个几何学家。

毕达哥拉斯是公元前 500 多年的古希腊著名哲学家、数学家和天文学家，其思想和学说对希腊文化产生了巨大的影响。在数学方面，毕达哥拉斯以发现勾股定理著称，对几何贡献巨大；他试图用数来解释一切，认定世间万物皆数，但其研究数学的目的并不在于实用，而是为了探索自然的奥秘。这个可能是古希腊数学家跟很多其他当时的数学家不同的地方，因为当时数学的发展，比如说古巴比伦，古中国，它肯定都是跟很多实际问题有关系，比如说天文、丈量土地等等。



古希腊数学

但是，把数学本身作为一个学问来研究，这个还是从古希腊的毕达哥拉斯这些数学家开始的。毕达哥拉斯除了数学方面，他还想一些当时很“没用”的问题。比如说他首创了地圆学，就是说地球实际上是圆的。但是你想一下那时候，这个想象还是非常富有远见的。当时人们所生活的区域很小。比如毕达哥



毕达哥拉斯（约公元前 569 年 - 公元前 475 年）

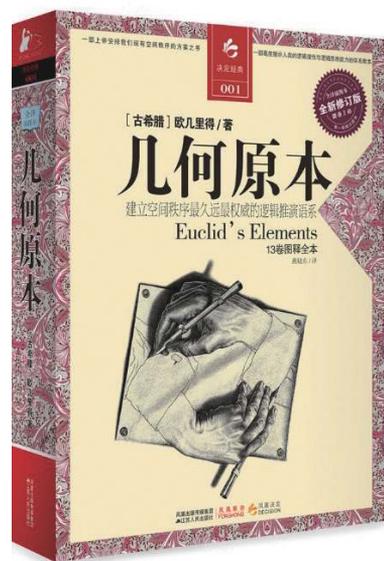
可能都太年轻了，很多都太年轻了。当时我们上学比较轻松一点，因为我母亲的关系，当时给我看欧几里得的《几何原本》。《几何原本》全书分 13 卷，有 5 条公理、5 条公设、23 个定义。从这些公理和定义出发，通过严格的逻辑推理，推导出 467 个命题。当时在中学的时候，或者说几十年前，看欧几里得《几何原本》还是觉得有很多困惑。他一上来定义两个三角形怎么相等，为什么要相等，类似这样的问题。这个问题好像是个非常没用的问题。但是数学它必须要严格，一上来就要定义什么叫做相等，什么叫做东西要相等。然后再出发，从这个出发去论证需要的定理。

所以欧几里得的这个《原本》，是一个非常了不起的著作。据说欧几里得《原本》在当时的发行量已是非常大，又因为印了很多次，总的发行量可能排到世界第二、三位，仅次于《圣经》、《古兰经》。作为一本数学书、科学书，可以说是绝无仅有的。

在欧几里得的《原本》里头，它实际

拉斯当时生活的地方是现在的土耳其的西南海岸，他这个地方最多可能是到达埃及现在的亚历山大。最终区域在地中海一块。所以当时在这么小的范围，肯定看地球还是很平的，但是他也想象地球应该是圆的。并且古希腊科学家或者数学家既然假设地球是圆的，他们实际上还去测这个地球的直径，也是 2000 多年前，其实精确程度和今天的测量相当接近。而且他的测量主要是用三角函数的一些性质。

在欧几里得以前，已经积累了许多的几何知识，然而缺乏系统性。在公元前 300 年左右，欧几里得完成了《几何原本》一书，就是叫 *Element*。这个书当时我在中学的时候，在中学年代吧，那时候可能因为在文化大革命中间，在座的可能都没什么感觉，



《几何原本》