爱玩的天才数学家康威

他自己的生命游戏结束了，留给后人的数学游戏长存

陈关荣

【一】

让我们从一个简单的游戏开始。

在一个很大（理论上无穷大）的围棋棋盘上，让黑子代表“生”而空格（称为白子）代表“死”。在棋盘上的任何 9 个格子组成的正方形区域里（见图 1），对处于中心位置的黑子或白子来说，它上下左右和两对角线外的黑子（如果存在）都是它的邻居。游戏只有 4 条规则，在过程中的每一步都同时应用于棋盘上所有的黑子和白子上。规则如下：

（1）如果一个黑子只有 1 个或者没有黑子邻居的话，它在下一步就会死去，如图 1(a) 所示。这操作表示该黑子在社会里太孤单了，它生存不下去。

（2）如果一个黑子有 2 个或者 3 个黑子邻居的话，它在下一步就继续生存，如图 1(b) 的第一步所示。这操作表示该黑子有合适的社会环境，它可以生存下去。

（3）如果一个黑子有 4 个或者更多的黑子邻居的话，它在下一步也会死去，如图 1(c) 的中心黑子（为了不影响这一说明，其它黑子和白子的变化暂不表示出来）。这操作表示该黑子所在的社会环境太拥挤了，它生存不下去。

（4）如果一个白子有恰好 3 个黑子邻居的话，它在下一步就会变成黑子，如图 1(d) 所示。这操作表示该白子具有合适的社会环境，可以诞生或复活。

明白了这几条简单规则之后，你就可以开始玩这个游戏了。当然你会有个感觉，开始的时候放入多少个黑子以及怎样放置它们，这对于游戏如何一步一步地发展下去会有决定性的影响。例如，图 1(d) 中四个黑子处于稳定状态，它们永远都不会死去，也就是会“长生不老”永不消失，而其它初始放置方式（图 1(a)、(b)、(c)）则会让黑子在若干步之内全部死光。

你这个感觉是对的：游戏的初始条件（即放入多少个黑子以及怎样放置它们）的确很重要，它们会生成各式各样、丰富多彩的黑子组合斑图以及许多

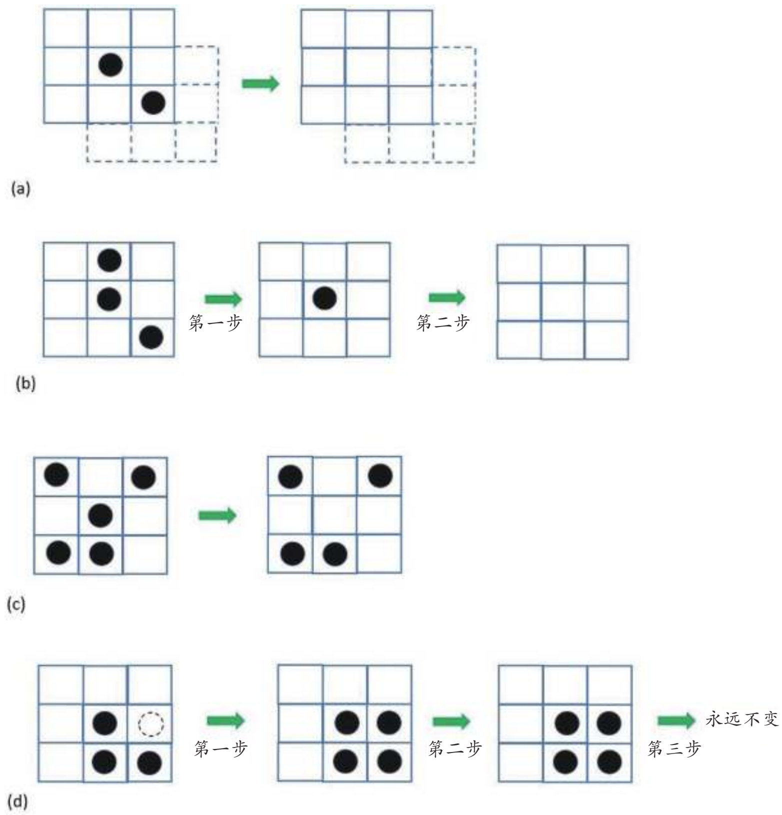


图 1. 游戏 4 条规则

不同的最终结果。例如，图 1(d) 就生成永远不变的斑图，称为“静物”(still life)。图 2(a) 则生成周期 2 的“振荡器”(oscillator)，而图 2(b) 却生成一种会移动的周期“宇航船”(spaceship)。这种情形特别有趣，它在一步一步演变的过程中，初始的 5 个黑子不会减少也不会增多，但会频繁改变位置，像一艘不断变形的宇航船一直往右方和下方移动。第四步时，它变回初始状态了，不过整个斑图的位置向右方和下方各移动了一格。之后，它继续往前走，斑图的变化不断重复前面的移动过程。这是一艘会移动的周期 4 振荡宇航船，称为“滑翔机”(glider)，它将永远不停地向右下方滑翔前进。

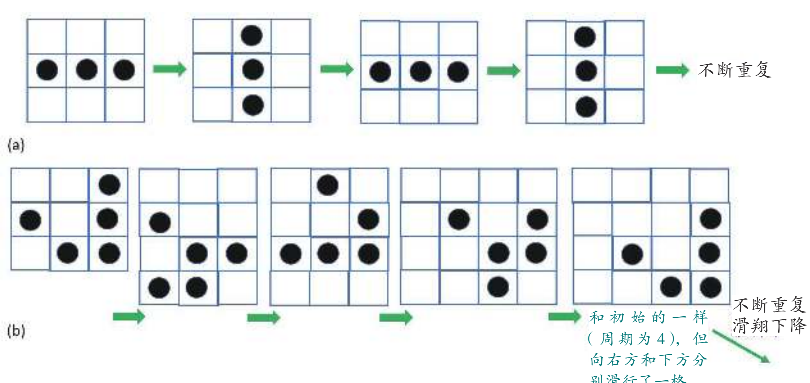


图 2.“振荡”和“滑翔机”例子

你看，这个滑翔机会永远无休止地生存并移动下去，期间代表“生”和“死”的黑子和白子交替出没，整个族群在发展和演变过程中就像有“生命”一样，对吧？

事实上，这个游戏的规则是固定的，但初始条件（黑子的个数和位置）可以有许许多多的选择。因此，容易想象，会有各种各样的“最终趋于死亡”“不同周期振荡”和“永远变动生存”等斑图。显然，这个游戏可以用来描绘一些社会生命现象，因此设计师把它叫做“生命游戏”（Game of Life）。

这个有趣生命游戏的设计师是数学家约翰 • 康威（John Conway, 1937 年 12 月 26 日 –2020 年 4 月 11 日）。康威在开发这个有趣的生命游戏时是英国剑桥大学的一位数学讲师，时年 33 岁。这个生命游戏最初于 1970 年 10 月由科普作家加德纳（Martin Gardner）在《科学美国人》杂志的“数学游戏”专栏作了详细介绍，从此激发了学界和民间的广泛兴趣和热情关注。据说在那个生命游戏风靡世界的年代，全球有 1/4 的电脑都在玩这个游戏。

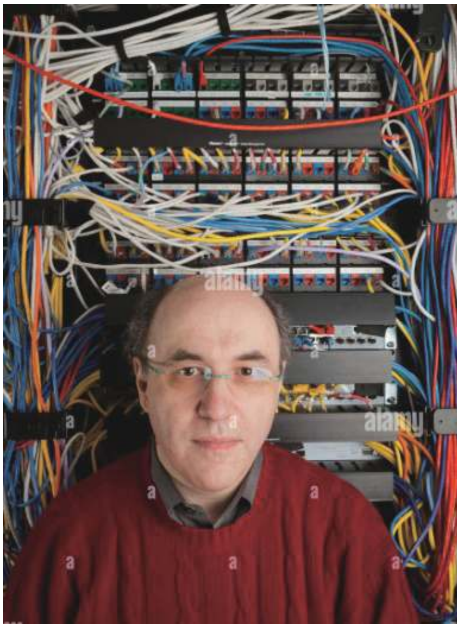
多年之后，物理学家霍金在他的科普著作《大设计》（*The Grand Design*, 2010）中评论说：“我们可以想象，像‘生命游戏’这样的东西，它只有一些基本规则，便可以产生高度复杂的功能，甚至智慧。当然它可能需要包含数十亿个正方形的网格。但这并不困难，我们大脑中就有数千亿个细胞。”

【二】

在详细介绍本文的主人公康威之前，我们先来说说“生命游戏”的前世今生。

康威并不是构思出这类具有深远哲学和数学意义的生命游戏的第一人。游戏的基本思想和概念要追溯到两位美国数学家：波兰裔的乌拉姆（Stanislaw Ulam）和匈牙利裔的冯 • 诺依曼（John von Neumann），他们在上世纪 40–50 年代为模拟生物细胞的自我复制提出了“元胞自动机理论”（Cellular Automata）的雏形。当年，由于没有大型高速的复杂计算能力，他们的构想并未受到学术界的重视。1970 年，加德纳在科普杂志《科学美国人》介绍了康威的生命游戏之后，元胞自动机理论才受到了越来越广泛的关注。

在众多卓有成效的元胞自动机理论研究者中，特别值得提及的是计算机科学家沃尔夫勒姆（Stephen Wolfram）。沃尔夫勒姆在 1983 年进入普林斯顿大学自然科学学院工作时，对元胞自动机发生了极大兴趣并致力于其研究。当年他使用计算机模拟对基本元胞自动机的类别进行了系统性的分析，对一维基本元胞自动机的 256 种规则所产生的模型进行了深入的研究，并用熵（entropy）的概念来描述其演化行为，还指出了第 110 号规则对应的元胞自动机具有图灵完备性（Turing completeness）。这里，图灵完备性指的是具有无限存储能力的通用编程语言，它可以通过一系列数据操作规则来模拟图灵数学逻辑机。沃尔夫勒姆发现，凡是可以通过编写程序去计算的，都可以用元胞自动机来实现。沃尔夫勒姆根据复杂性理论将元胞自动机大致分为平稳型、周期型、混沌型和复



沃尔夫勒姆（1959–）

杂型。从几乎所有的随机初始模式开始，平稳型将演化为稳定静止状态，周期型将演化为稳定振荡状态，混沌型将演化为伪随机混沌状态，复杂型将变化为相互作用繁复状态且其局部结构会在长时间内甚至永远地存在。他还发现，绝大多数的生命游戏演化是无法决定的（undecidable）：即使给定了初始模式和后续模式，依然找不到或者根本就不存在一个算法可以用来判断后续模式是否会出现和何时出现。值得一提的是，沃尔夫勒姆从分类开始时就已经看到了元胞自动机理论和斯梅尔（Stephen Smale）的艰深混沌数学理论的内在联系，因为生命游戏的无法决定性和混沌的长期不可预测性是类似的。

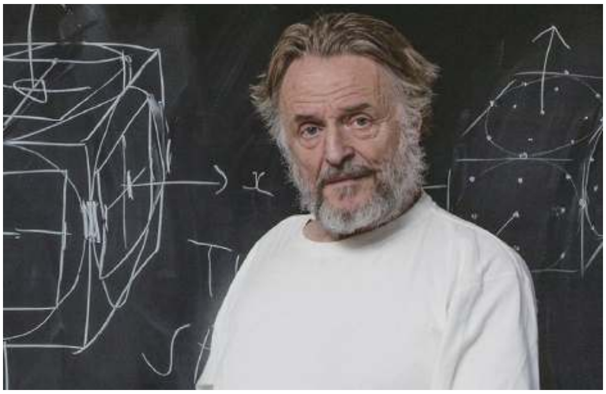
上面说的是平面上的元胞自动机理论和生命游戏。对于一条规则来说，每个格点的黑子和白子邻居的组合共有 $2^9 = 512$ 种，而每种组合都可以用二进制的 0–1 序列来表示并且是各自独立变化的，于是总共有 2^{2^9} 种可能。即便排除了那些没有静止、旋转和反射对称可能的不重要情形，剩下来的依然是一个天文数字。至于三维和更高维的元胞自动机理论及生命游戏，那就复杂得无法操控了，只能用几个文字来概括：超乎想象的丰富多彩！

沃尔夫勒姆是个很有故事的人物。他 1959 年出生于伦敦，12 岁编写了一部关于物理学的词典草稿，13–14 岁间写了三本关于粒子物理的手稿，15 岁发表了第一篇学术论文。接下来，他 17 岁进入牛津大学，20 岁取得加州理工学院理论物理博士学位，其答辩委员会成员包括有诺贝尔物理学奖得主费曼（Richard P. Feynman）。之后，他 22 岁获得麦克阿瑟奖，23 岁开始推动并主导了关于“复杂系统”的科学研究，27 岁时开发了 Mathematica 软件并创立了以自己名字命名的公司，从事数学软件和电脑软件的开发并获得了巨大成功。还有值得一提的是，他 43 岁时出版了一部名著《一种新科学》（*A New Kind of*

Science），代表了一条与圣塔菲研究所（Santa Fe Institute）不一样的复杂性科学研究路线。

【三】

现在，是时候来介绍本文的主人公约翰 • 康威了。



康威（1937–2020）

1937 年 12 月 26 日，康威出生于英国利物浦。父亲西里尔 • 康威（Cyril H. Conway）是一所中学的实验室助理，母亲名叫阿格尼丝 • 波伊斯（Agnes Boyce）。在家中他有两个姐姐，西尔维娅（Sylvia）和琼（Joan）。

康威小时候性格内向，但喜欢数学。他是在二战时期物资短缺的环境下长大的，儿时岁月相当艰辛。康威在小学表现甚为出色，各门功课都名列前茅。他十一岁升读中学面试时被问及长大后想干什么，他回答说想在剑桥大学里当一名数学家。

果不其然，作为一名高中生，康威“发现”了一个拓扑结（knot）的分类方式，完成了一个近乎完整的最多具有 11 个交叉点的结的表列，并在 1900 年起就被数学书一直沿用的分类表中发现了一些重复和遗漏。

康威中学毕业后进入了剑桥大学，在冈维尔与凯斯学院（Gonville and Caius College）学习数学。他于 1959 年获得学士学位，并开始在数学家达文波特（Harold Davenport）的指导下从事数论研究。达文波特是李特尔伍德（John E. Littlewood）的博士生，研究领域在丢番图近似和数字几何方面，致力于探讨黎曼猜想及相关问题，1957–1959 年担任伦敦数学会主席，期间开始任职剑桥 Rouse Ball 数学讲座教授至离世。

康威在读研究生期间，证明了导师达文波特介绍的一个数论公开问题：任何一个正整数可以写成最多 37 个正整数的 5 次方的和。这是一个有二百年历史的著名“华林问题”的特别情形。具体地说，英国数学家华林（Edward Waring）在 1770 年发表的《代数沉思录》（*Meditationes Algebraicae*）中提出了一个猜想，用现在比较系统完整的表述就是：对除了 1 之外的每个正整