

追寻大师的足迹

——巴布什卡小传

张智氏

“对数学家来说，年龄问题格外重要。数学家们都不应该忘记这一点：比起其他技艺或科学，数学更是年轻人的工作。”

——英国数学家哈代《一个数学家的自白》

在世界著名的数学家中，伽罗瓦 21 岁去世，阿贝尔 27 岁去世，拉马努金 33 岁去世，黎曼 40 岁去世。也有些人确实是在较晚时取得伟大成就的，魏尔斯特拉斯就是在做了 15 年中学老师以后，到 40 岁才加入职业数学家的行列。然而这句话用到本文的主人公身上却是个例外。

2023 年 4 月 12 日，一位老人在新墨西哥州的阿尔伯克基（Albuquerque）安静地离去，享年 97 岁。这是一个在计算数学领域叱咤风云的人物。从 1952 年发表第一篇论文开始，他的科学生涯跨越超过三分之二个世纪，直到逝世前的几年都没有离开过科学研究的舞台。对他来说，数学是爱好，研究工作就是消遣。1972 年在马里兰历史会议的系列十讲，奠定了他在有限元数学理论界的领袖地位，引导潮流近半个世纪。70 年代初，他提出了判别有限元方法收敛性的极小 - 极大条件，后被称作 LBB 条件并沿用至今。70 年代末，他开创了有限元后验误差估计以及自适应算法的先河；如今，这一领域方兴未艾。80 年代初，他独具慧眼，领导和推动了高阶多项式有限元的研究，从而发展出有限元的 p -形式。现在， p -形式已发展成为有限元方法的一个重要分支，与谱元方法殊途同归。进入 90 年代，他独辟蹊径，提出基于计算机的证明（computer-based proof，不是吴文俊的机器证明），系统地解决了高次三角形元和矩形元超收敛点分布的问题，给有限元超收敛这一方向注入了新鲜血液。进入 21 世纪，他又倡导和推进了工程计算中考虑不确定性和随机性，使科学计算的理论研究更接近实际。他提出的分层建模（hierarchical modeling）和均一化（homogenization）方法实际上是今天广为流传并被深入研究的多尺度算法的萌芽。无论是混合有限元（mixed FEM），还是广义有限元（generalized FEM），亦或是间断有限元（discontinuous FEM），在有限元领域的每一个分支都可以看到他的影响。可以说，没有他，有限元就不会是今天的样子。他，就是我们故事的主人公——伊沃·巴布什卡（Ivo Babuška）。

关于有限元方法的起源和早期历史，最初的思想可以追溯到柯朗 1943 年的文章，那里面提出了三角形有限元。在 1950-1960 年代，工程师们开始利用有限元方法进行应力计算，代表性人物有阿吉里斯 (John Argyris)、克劳 (Ray W. Clough) 等人，有限元这个名称就是工程师们给起的。在理论方面，按照巴布什卡的说法“在 20 世纪 60 年代早期分别在美国、前苏联和中国独立提出并进行了数学分析”，他提到了 K. O. Friedrichs 1962 年和 L. A. Oganessian 1963 年的文章，以及冯康 1965 年发表在《应用数学与计算数学》上的“基于变分原理的差分格式”，在这篇文章中，冯康还引用了黄鸿慈等人的工作，可以说当年中国学者在有限元方面的研究是世界领先的。在 2008 年出版的《普林斯顿数学指南》(*The Princeton Companion to Mathematics*) 中收录了特雷弗森 (L. N. Trefethen) 介绍数值分析的文章，其中关于有限元的发明列出四个人的名字：柯朗 (Richard Courant)、冯康、阿吉里斯、克劳。遗憾的是，冯康文章发表的第二年就爆发了文化大革命，他受到运动冲击下放劳动（关于这段历史，参见宁肯、涛涛合著《冯康传》），黄鸿慈等人也未能幸免，中国在有限元方面的研究（当然也包括很多其他方向的科学研究）戛然而止。等到 1974 年冯康再可以看到国外文献的时候不由感叹“世界变啦”，由巴布什卡主导的有限元的数学理论研究已经远远走在了前面。我们不妨做一个这样的类比。数学史界有这样的共识：牛顿、莱布尼茨发明了微积分，但真正将微积分从“婴儿”培养成“翩翩少年”的人是欧拉（包括伯努利家族）。在有限元领域，巴布什卡就扮演了欧拉发展微积分的角色。

在长达 70 年的科学生涯中，巴布什卡发表了近 400 篇学术论文，十几部专著；指导了近 40 名博士和许多博士后；担任过几十个学术杂志的编委。他有三个正式的博士学位，他的经典文章和著作被学术界广为引用，他的学生们活跃在计算数学的各个领域。然而直到他将近 70 岁的时候，荣誉才接踵而来。1994 年，美国数学协会 (AMS) 以及工业与应用数学协会 (SIAM) 联合向巴布什卡颁布了博克霍夫奖 (Birkhoff Prize)，以表彰他对应用数学的巨大贡献。紧接着，美国计算力学协会于 1995 年授予他冯·诺依曼勋章；捷克科学院于 1996 年授予他波尔查诺奖章 (Bolzano Medal)。进入新世纪，他又迎来了新一轮的头衔：2003 年当选为欧洲科学院院士，2005 年入选美国工程院院士，德克萨斯医药-工程-科学院院士，2007 年当选捷克工程院院士，2012 年获美国数学会斯蒂尔奖 (Leroy P. Steele Prize)。除此之外，他还得到过五个荣誉博士头衔和德国的洪堡奖。2018 年，在 92 高龄荣誉退休，退休前是德州大学奥斯汀分校冠名讲席教授。

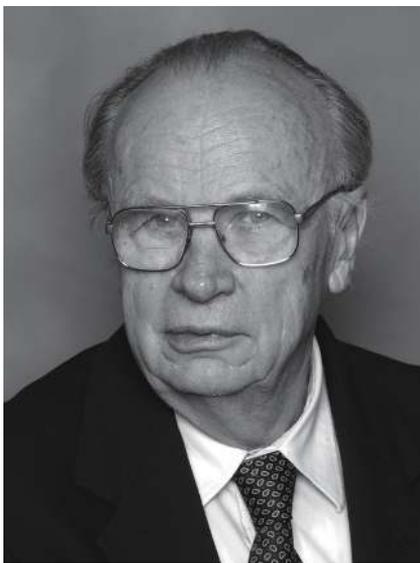
鉴于其杰出的贡献，国际天文学联合会于 1998 年将 36060 号小行星以他的名字命名，而以一种健在的科学家来命名小行星的这一非常规举动是极其罕见的，这也从另一个方面体现了科学界对其研究成果的巨大肯定。

伊沃是一位先知圣人的名字。到过“生命不可缺少之美”的布拉格的人们，往往会留恋忘返于著名的查理斯桥，而伊沃的塑像矗立在桥头，左边第一个，正对着古广场。这座塑像建于 1889 年，而最原始的伊沃塑像仍保存在欧洲六大博物馆之一的布拉格博物馆中。巴布什卡教授曾说过，伊沃是他的榜样。

而巴布什卡这个姓氏可以追溯到 17 世纪 20 年代的波希米亚，它的捷克拼

写方式和发音都和俄语接近，在俄语里它是外祖母的意思。因此，啼笑皆非的事情随之而来。

1960年，巴布什卡造访位于新西伯利亚科学城的苏联科学院诺沃西比尔斯克分院，他应邀在马尔丘克院士（巴布什卡的好友，后来的苏联科学院院长）的研讨班作学术报告。马尔丘克亲自到机场迎接客人。时间快到了，却仍旧不见主持人马尔丘克的影子。“戈里·伊凡诺维奇哪里去了？”有人问。得到的回答是：“到机场接外祖母去了。”“为什么要自己去？这是他的讨论班啊！”直到马尔丘克陪着客人出现在门口，提问的人才恍然大悟，知道谁是“外祖母”。另有一次是在为巴布什卡举行的欢迎晚会上。主人向他介绍自己的母亲，“这是（孩子的）外祖母”。巴布什卡礼貌地用俄语自我介绍：“你好，我是巴布什卡。”这位老太太以为他在开玩笑，觉得这是一个不成功的玩笑，就说，“你可以是外祖父，但决不会是外祖母！”令大家哭笑不得。



巴布什卡

这张照片是巴布什卡84岁那年的一张标准照，头发灰白，一脸严肃，岁月的刻痕在额头上留下了一道道沟壑。他的脸长得很俊秀——高高的颧骨，细鼻梁，高傲而威严。他有一对深棕色的如孩子般清澈的眼睛——这种眼睛在思维敏捷的人中很少见。或许正是这样不一般的睿智才成就了巴布什卡在有限元领域的权威。

青少年时期

1926年3月26日，伊沃·巴布什卡出生于捷克首都布拉格的一个中产阶级家庭。

捷克位于欧洲大陆的中心位置，因此曾一次次遭遇周围强敌的侵略和占领。



1930年代初巴布什卡和父母、哥哥

捷克人通常不愿被称为东欧人，实际上波希米亚地区和摩拉维亚地区（捷克两大组成部分）的分水岭正是东西欧文化的分水岭。捷克历史上的黄金时代是查理四世（1346年）与鲁道夫二世（1576年）统治时期。前者建立了布拉格的圣维特大教堂、查理大桥等；后者将布拉格定为哈布斯堡王朝的首都。现代人称捷克共和国是一个具有童话般城堡、森林、中世纪小镇的国度，这里有着堪称极品的啤酒和梦幻般的古堡。布拉格则是一座“植根于艺术、建筑和存在主义的忧惧中的城市，尽管游人众多但绝对让人难以忘怀”。而1926年的捷克，与斯洛伐克还是一个统一的共和国。第一次世界大战结束后，奥匈帝国解体，它的失败为建立独立的捷克斯洛伐克国家扫清了道路，1918年10月28日捷克斯洛伐克共和国成立，由于建国之初既无旧贵族的历史包袱，独立之路亦非军头领导，所以捷克不像别的中东欧国家在独立后还要走一段本土君主制复辟或是军阀寡头独裁的歧路，而是一步到位，成为当时中欧社会制度最完善的国家，再加上本来就发达的工商业基础，成熟的城镇文化，使捷克在短短20年内就成为当时世界上十个最发达的国家之一。巴布什卡出生的前后一段时期，捷克正处于快速发展的阶段，它是中东欧的工业心脏，还是斯拉夫民族的文艺重镇，通过国民献金运动建立起来的民族剧院，矗立在金色的布拉格；斯美塔那、德沃夏克等等优秀艺术家的音乐作品涌现不断……这样的社会生活大环境给当时的巴布什卡提供了良好的学习机会。

巴布什卡是家里的次子，哥哥比他大四岁，后来成为一名出色的外科医生。父亲米兰（Milan Babuška）是一位著名的建筑师，属于捷克最早获得建筑博士学位的一批人，他参与设计过包括捷克国家技术博物馆、捷克国家农业博物馆在内的许多有名的建筑以及很多工业建筑、学校等。母亲诺瓦科娃（Maria Novakova）是一位精力充沛、聪明能干、勤俭持家的女人，她还是捷克第一批



儿时的巴布什卡



青年时期的巴布什卡（右）和父母、哥哥

获得驾驶执照的妇女之一。在 20 世纪 20 年代的捷克，开车可不是一件容易的事。那时的公路挤满了马车和骑马的人，路上到处都是马蹄铁和马掌上的铁钉，平均每 100 公里就得换一次轮胎，毫无驾驶的乐趣可言，但靠着勤奋与坚持，诺瓦科娃还是最早获得了驾驶执照——巴布什卡本人一直对此很自豪。从小耳濡目染家里人的这份勤奋与坚持，影响了巴布什卡的一生，并使他取得了今天的成就。

双亲都很有才华，特别是父亲具有较高的数学素养。生在这样的家庭，巴布什卡自然遗传了很多数学基因。在中学时期，巴布什卡已经显露出对数学的兴趣和天分。然而，巴布什卡的父亲却对自己小儿子的前途另有打算。作为一位卓有成就的建筑师，他希望儿子能继承自己的事业。这就像有着数千年历史的中国，很多家长希望孩子能听从自己的安排，长辈的意志强加在了后辈身上。他非常清楚建筑业所需的基本知识。因此，他将巴布什卡从 8 年制中学转入 4 年制的中等专业技术学校。因为 4 年制的中等专业技术学校除了提供了今后工作所需的基本专业知识，还有他的父亲所看重的另一个因素，就是那里有不少比巴布什卡年长的且背景各不相同的年轻人，接触不同的人群，结识不同的朋友，不仅能开阔视野，同时还可以让巴布什卡更早地适应社会。

此时捷克斯洛伐克的教育体制是传统的欧洲结构。每个公民都可至少享受 9 年义务教育。5 年小学之后有两种选择：打算读大学的学生进入 8 年制中学，不打算进一步深造的进入 4 年制中学，9 年义务教育之后，也可以选择进 4 年制的技术学校。这些学校专重于各种技术领域，比如建筑、机械、化工等，培养中等程度的专业技能，毕业后可以马上工作。

5 年小学毕业后，巴布什卡最初选择的是进入 8 年制中学。后来由于父亲的期望，将其从 8 年制中学转入 4 年制的中等专业技术学校，虽然技术学校提供了诸如设计、制图、材料强度等等建筑业所需的基本知识，然而，它的数学教育相



维奇洛 (1905-1958)

对薄弱。老巴布什卡对这一点很清楚，因此他为巴布什卡请了一位数学家教师。

然而，此时的捷克早已失去了往日的平静。随着一战结束，捷克本应走向复兴，但边疆民族问题不断升温。捷克强行兼并了苏台德区的日耳曼人区，外喀尔巴阡山的乌克兰人区，并且和波兰、匈牙利都有领土争端，此刻在复兴后的德国操纵下，所有问题一并爆发；最重要的是与斯洛伐克的关系问题，当初，双方是在美国签订的联邦条约，约好走美式的双布并列模式。但建国后，由于各自起点不同，一直以来都是由捷克扮演火车头的角色，现在隐藏至深的各种矛盾逐渐显露，双方的关系开始渐行渐远。经过这一系列的事件之后，

捷克本土被德国势力三面环绕。捷克的传统盟友法国也已自身难保，而英国更是鞭长莫及。1938年9月，英、法同德、意签订《慕尼黑协定》，捷克斯洛伐克被迫将苏台德地区割让给德国。1939年3月，德国占领捷克斯洛伐克全境。面对危机，捷克权衡利弊，还是选择了妥协，至此捷克和摩拉维亚成为德国的保护国。当1939年3月15日，德国军队开进布拉格时，路边同胞悲泣的一幕深深地印在了巴布什卡的脑海中。捷克是德军势在必吞之地，因此占领后，对其采用了直接的高压统治。大学被希特勒关掉了，教授们总得寻找生存之路。老巴布什卡认识很多知名学者，他最终为自己的儿子选择了维奇洛教授¹。这段时间，巴布什卡学到的数学知识比普通大学本科还要多。与此同时，维奇洛还向巴布什卡传授了画法几何和力学知识。最重要的是，这段经历使巴布什卡具备了从书本自学的能力，这对他日后的发展是非常重要的。而这段师生关系也发展成终生友谊，巴布什卡甚至视维奇洛教授为自己的第二个父亲。战后，维奇洛成为捷克理工大学的数学教授，还担任过土木工程系主任。

由于4年制的专业技术学校是培养中等程度的专业技能，因此为他们开设的课程并不难。即便是比较理论的课程，也都使之适应某些特殊的应用，因此并不枯燥。巴布什卡聪颖过人，在班上他所有课程都名列第一，课堂考试对他来说也异常简单，他总是早早地第一个交卷，以至于老师不得不让他出去散散步，免得影响班里的其他同学。有的时候，巴布什卡发现考题里的漏洞，就恶作剧地故意回答另外一个简单而并非老师本意的问题。尽管如此，老师们还是

¹František Vyčichlo (1905-1958)，捷克数学家和教育家，1950年代与巴布什卡一起创立了捷克斯洛伐克科学院数学研究所，代表作有1955年与巴布什卡和Karel Rektorysem合著的《弹性力学数学理论》。