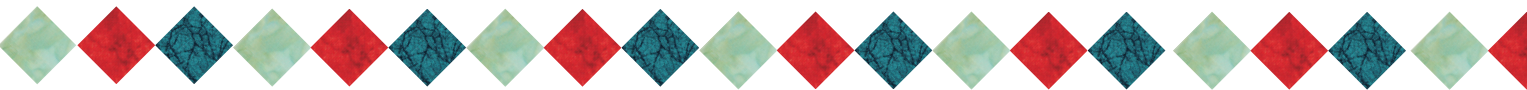


# 拼布中的数学艺术

蒋 迅



## 1. 拼布从实用到艺术



每个人都有自己的被子。务实的人看重被里，浪漫的人看重被面。西方的妇女过去是不上班的，她们一心想的是如何把家里打扮得漂漂亮亮的。这被面就是她们重点美化的对象。她们会把被面用较小的织物片连接或拼凑而成。这些碎片的图案和颜色构成了设计。被子可能包含有关其创造者的宝贵历史信息，“以有形、有质感的方式将历史的特定片段形象化”。在二十一世纪，被子经常被展示为非实用的艺术品，它们的成功多少有数学的共享。

拼缝被子的传统在美国尤为突出，在殖民地早期，人们需要制作温暖的床上用品，而当地布料却很少。进口布料非常昂贵，而当地自制布料需要大量劳动力，而且往往比商业布料更容易磨损。对于大多数家庭来说，有效地使用和保存纺织品是必不可少的。保存或回收小块布料是所有家庭生活的一部分。小块布料被拼接成更大的布料，这些布料以“块”为单位。创造力可以通过块状设计来表达，也可以制作装饰价值最低的简单“实用被子”。

拼缝被子在中国西南部的少数民族地区也很流行。2018年，云南民族博物馆曾经举办过《方寸空间中的生活与艺术——西南民族拼布展》。既展现了西南少数民族妇女的勤劳智慧，也传递了浓浓的民族信仰和文化情怀。

拼缝被子通常是一项集体活动，涉及一个家庭或一个更大社区的所有妇女和女孩。历史上也有许多男性参与这些拼缝被子传统的例子。面料是提前准备好的，并安排了拼缝被子聚会，在此期间实际的拼被子由多人完成。拼被架通常用于拉伸被子层并保持均匀的张力，以产生高质量的拼被针脚，并允许许多个人拼缝被子同时在一件被子上工作。拼缝被子聚会是许多社区的重要社交活动，通常在对农场劳动力需求旺盛的时期举行。拼缝被子经常是为了纪念重大的人生事件，比如婚姻。

## 2. 数学拼布

这个时候,拼缝被子就开始升华到艺术的层面。我把这时候的拼缝称为拼布,这是仿照中国西南少数民族的称法。下面我们展示一些具有数学意义的拼布。

### 2.1 分形拼布

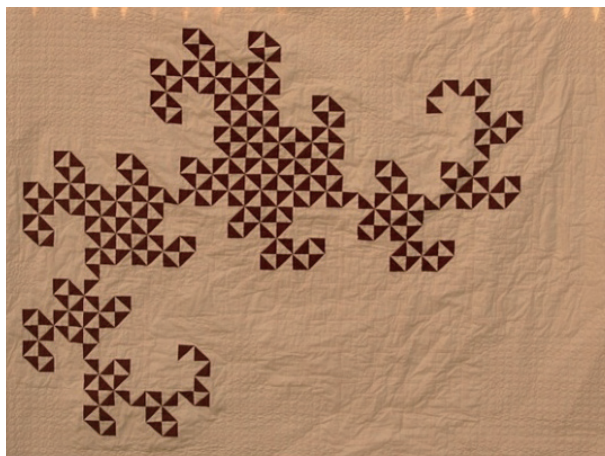


图 1. 龙形曲线拼布<sup>1</sup>

这是一张以龙形曲线为基础的被子的,由福克斯(Camilla Fox)设计(2009年)。龙形曲线是将一条长纸条反复对折,然后将其打开,使所有折痕呈 $90^\circ$ 角,如下图所示。上面被子的设计可以从这个想法中衍生出来,使用更长的纸条,并使用第一和第二段作为等腰直角三角形的边,然后是第三和第四段,等等。

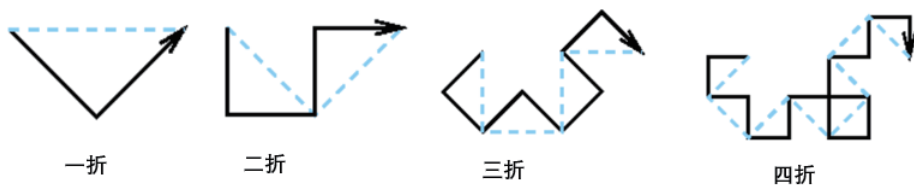


图 2. 龙形曲线的前四步

龙形曲线是由一位美国航空航天局的物理学家约翰·海威(John Highway)在1966年6月发现的(或者说,发明的)。他的做法很简单:把一张纸条对折,再对折,再对折,……。打开后把折痕处按 $90^\circ$ 角摆好,就得到

<sup>1</sup> 来源: <https://momath.org/mathmonday/math-monday-12-card-star-puzzle/math-monday-mathematical-quilting/>

了一条龙形曲线。他把自己的发现告诉他的同事威廉·哈特（William Harter）。他们不确定这不是一种随机行走，于是决定把这个过程尽可能多地重复。但他们发现每多做一步仍无法确定其规律，只得继续做下一步。1967年，美国业余数学大师马丁·加德纳（Martin Gardner）把这条曲线介绍给《科学美国人》的读者，美裔加拿大数学家钱德勒·戴维斯（Chandler Davis）和美国计算机学家高德纳（Donald Knuth）研究了它的许多性质。高德纳特别喜欢这条曲线，甚至在自家的墙壁上亲手嵌入了一个龙形曲线，可惜在其中的一步走错了。

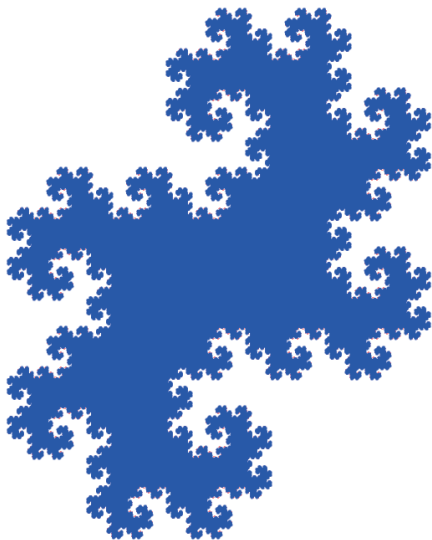


图 3. 龙形曲线 / 维基百科

龙形曲线是空间填充曲线。无限折叠下去可以得到上图。不知道有没有哪位读者想尝试一下缝出一块拼布。

这个龙形分形布图是美国国家数学博物馆介绍的。从 2009 年开始这家博物馆每周发一篇文章，介绍有趣、体验性强且令人费解的数学话题。遗憾的是，这个系列在 2017 年突然停止了。值得庆幸的是，这家实体博物馆在纽约曼哈顿仍然充满活力。它每年只有在美国感恩节关门，其他 364 天都开放。而且它将在 2026 年搬家以加大展览面积。

作者福克斯毕业于麻省理工学院数学系，现在是麻省理工学院的一位系统工程师。出于业余爱好，她创作了许多与布有关的数学作品，有拼布，也有衣服。为了制作这个龙形拼布。她写了一段 postscript 程序，帮助她规划设计。每个小三角形的底边长为 1.5 英寸，每个小正方形格子的边长为 3 英寸。总共有 256 个这样的格子。仔细看她的拼布，我们能看到一些小圆和折线，我不明白其用意，可能仅仅是为了稳固被面的整体表现力。她把她的作品称为“海威龙拼布”（Heighway Dragon Quilt），因为它取材于美国数学家里德尔（Lawrence H. Riddle）的一个叫“海威龙”（Heighway Dragon）的网页。这个网页是经典迭代函数系统介绍的一部分。

## 2.2 斐波那契和黄金分割拼布



图 4. 二维斐波那契拼布<sup>2</sup>

斐波那契数列 / 序列 / 黄金分割率 / 黄金矩形是古典设计的重要组成部分，并且也适用于漂亮的彩虹迷你被子！上面的拼布由梅（Katie Mae）设计。她的主题思想是让颜色呈现出彩虹的颜色：最小的两块红布的边长为 1，然后橙色的布块边长为  $1 + 1 = 2$ ，黄色的布块的边长为  $1 + 2 = 3$ ，绿色的布块的边长为  $3 + 2 = 5$ ，依次类推，我们得到边长为 8, 13, 21 的方块。现在很明显，这是一块斐波那契拼布。梅是一位家庭妇女，也是一位“职业”拼布工作者。她将打扫卫生的工作交给了扫地机器人，这样她就可以把时间花在拼布上了。

我们注意到，这块拼布上有多条曲线。但上面分布的曲线并不代表黄金螺线。这似乎是一点遗憾，但又可以理解，虽然我还是觉得可以做出黄金螺线来，比如用等角螺线。

斐波那契拼布可以有很多变化。比如右图的一个简单图形：

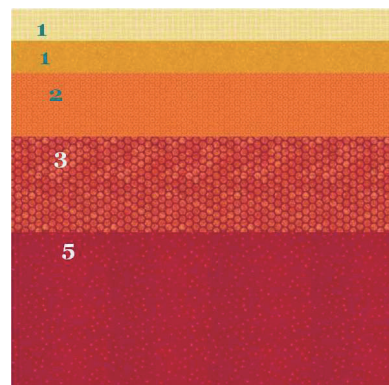


图 5. 一维斐波那契拼布<sup>3</sup>

<sup>2</sup> 来源: <https://www.katiemaequilts.com/blog/2022/10/20/fibonacci-sequence-a-finished-mini-quilt>

<sup>3</sup> 来源: <https://phoebemoon.com/quilting-with-fibonacci/>



斐波那契和黄金分割是一个能让人们充分发挥想象力的话题，拼布也不例外。我们还可以考虑佩尔数列和白银分割。如果读者有兴趣的话，可以进一步使用青铜分割等推广。读者可以参考笔者的文章“黄金分割、白银分割、塑胶分割及其他”<sup>4</sup>。拼布的专业网站 <https://scrapdash.com/> 提供了很多拼布式样，供读者挑选。

### 2.3 密铺拼布

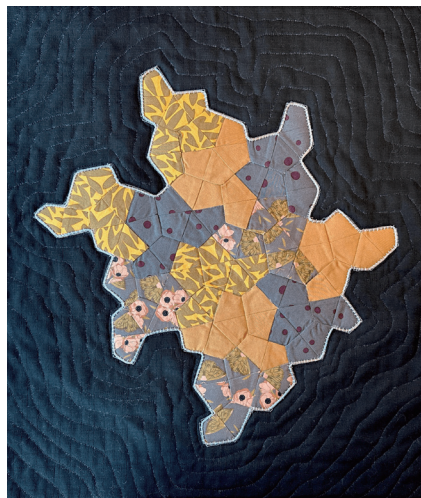


图 6. 非周期性铺砌拼布<sup>5</sup>

这个拼布算是顶级时髦的，由著名数学博主分形猫创作。她的真名叫伍德 (Sophia Wood)，是一个美国公立中学的数学 “specialist”。我想象不了这是一个什么职位。她说自己辅导数学二十多年了，所以大概不是数学教师。但她的博客真的很数学。美国数学会博客专门做过介绍。我曾经在遇见数学和好玩的数学公众号上介绍过她的飞鸟系列。今天介绍的拼布是数学家们经常谈论的平面“铺砌”。一般来说，市场看到的被面花纹都是某种周期图案。这对于量产非常重要。但在数学上就有些单调了。这个时候正好有人发现了一个新的特殊十三边形：一个非周期性的铺砌 “Einstein”。这不是大物理学家爱因斯坦的名字吗？难道他跟铺砌有什么关系？其实在这里，这个词源自于德语中的 *ein Stein*，即“一块石头”的意思，指的是单铺砌块 (monotile)。这两个词合在一起就成了 “Einstein”。所谓的“爱因斯坦”，或者说单铺砌块，实则指的是一个可以填满无限平面，且不会自我重复的非周期性铺砌块。这里的“非周期性”意味着，由这种形状构成的整体图案，不能通过平移或旋转来恢复相同的图案。一直以来，虽然数学家们在努力寻找只用一种形状就能做到这一点的单铺砌块，却从没有

<sup>4</sup> 蒋迅，王淑红，洪吉昌. 数学都知道，北京师范大学出版社，2024，pp. 175-212.

<sup>5</sup> 来源：<https://fractalkitty.com/2023/03/27/a-quilt-to-celebrate-a-monotile/>