

汤涛院士科普讲座“圆周率计算与现代计算数学”

中国数学会常务理事汤涛院士科普讲座
“圆周率计算与现代计算数学”

‘3.14159265358979323846264338327950288’，这是16世纪荷兰著名数学家鲁道夫刻在自己墓碑上的一串数字。圆周率是人类历史上第一个被发现的超越数，即使在十六世纪，精确计算圆周率还是十分困难的事情。数学家鲁道夫穷尽一生心血，才可以把圆周率精确计算到小数点后35位。而现如今，一名细心的高中生只需要一两天的时间，不借助计算机的帮助，只使用纸和笔，也可以把圆周率计算到35位。在计算机的帮助下，高斯-勒让德算法在2011年已经可以把圆周率精确到小数点后的60万亿位！圆周率的计算问题曾经见证了中国古代数学的辉煌历史，而现如今，该问题也是近现代计算数学的理论与方法爆炸性发展的一个重要见证。



12月13日下午15:00，在冯康先生诞辰一百周年之际，为缅怀他的科学成就，弘扬他的科学思想，中国数学会联合中国工业与应用数学学会、中国运筹学会邀请汤涛院士为大家献上题为“圆周率计算与现代计算数学”的网络科普讲座。中国数学会副理事长周爱辉研究员主持了讲座。

汤涛院士在报告中以圆周率的计算历程为契机，向大家阐述了近现代计算数学的主要方法和追求难点，最后又向大家介绍了近现代一系列驱动计算数学快速发展的应用实例。

汤涛院士在报告中首先简单介绍了中西方古代数学的一些例子和区别。紧跟着介绍了以祖冲之和刘徽的分圆术为代表的计算圆周率的几何计算方法。几何方法是最直观也最容易想到的方法，但是计算复杂，而且收敛速度很慢。前面提到的荷兰数学家鲁道夫穷尽一生，计算到了圆的内接 2^{30} 边形，才推到了小数点后 35 位。无穷级数被引入以来，数学家们陆续得出了一批逼近圆周率的代数级数公式，最典型的的就是莱布尼茨公式和欧拉级数公式，但是受到当时的水平所限，得到的代数级数方法收敛速度仍然很慢。随着微积分方法的发现，数学家可以使用一系列的梯形来近似逼近积分值，可以把计算误差缩小的速度提高到平方量级。微积分方法“让计算插上了翅膀，飞翔起来”。后来的辛普森方法，使用二次函数代替逼近线性函数来近似逼近原积分函数，把计算误差缩小的速度提高到了 4 次方量级。使用辛普森方法，一个普通人在一到两天之内就可以把圆周率计算到小数点后 35 位的精度。而在 16 世纪，这需要一个人耗其一生的精力来计算。最后介绍的迭代法是现代计算数学的

圆周率的经典算法

祖冲之与圆周率

南北朝（429–500年），著《缀术》，算经十书之一，包括精密的圆周率计算，三次方程的解法和正确的球体积计算等

- $3.1415926 < \pi < 3.1415927$, 需计算 12288 边形和 24576 边形面积
- 两个有理逼近：约率 $\frac{22}{7}$ 和密率 $\frac{355}{113}$



主流算法。虽然迭代法的起源较早，但是它的强大威力是在计算机出现后才得到显现的。使用高斯 - 勒让德公式，经过五次迭代，即可把圆周率精确到小数点后 80 位，经过 25 次迭代，即可精确到小数点后 4500 万位！

汤涛院士随后又介绍了近现代计算数学的一系列重要方法，其中着重介绍了快速傅里叶变换法、牛顿迭代法和拟牛顿迭代法。向大家阐明了并行计算在计算数学中的重要作用以及计算圆周率的 BBP 方法。计算数学发展到了现阶段，追求的是高效率、高精度，依靠的是计算机，大型计算机和超级计算机，但是人脑也是其中不可或缺的元素。

现代计算数学

历史上的重大算法

- 2008年，由菲尔兹奖得主高尔斯（Timothy Gowers）主编的《数学指南》出版（中译本由齐民友教授翻译）
- 由133位著名数学家共同参与撰写，介绍了基本的数学工具和词汇，解释了关键性术语和概念
- “数值分析”词条由特列菲森院士（Lloyd N. Trefethen）撰写，列出了从公元263年到1991年的29个重大算法
- 重大算法第一项是线性方程组求解（刘徽、高斯...），第二项是牛顿迭代法，...，第九项是有限元方法（柯朗、冯康...）




报告的最后，汤涛院士讲述了许多大规模科学计算的一系列现实驱动实例，包括气象预报，海洋气象的预测，国防武器的设计、人造卫星的设计、以及大飞机的试验设计等等，向听众展示了现代计算数学理论都是在近现代国内外国防、工程的现实驱动下才得以发展的重要科学理论。他还特别介绍了我国数学家冯康先生对中国计算数学发展的卓越贡献。

在提问环节，中国工业与应用数学学会副理事长杨新民教授、中国运筹学会理

第四部分：现代计算数学

- 1940年代末计算机的出现，标志着科学计算以崭新的面目出现！
- 随着电子计算机的问世，现代意义上的计算数学迎来了飞速发展。
- 计算的永恒目标还是“算”。但现在要求更高了，现代化的发展对计算有太多的刚性需求。



事长戴彧虹研究员以及中国数学会副理事长兼秘书长巩馥洲研究员选取了听众提出的代表性问题代听众向汤涛院士提问。汤涛院士对听众的提问做了细致的回答，包括我国与欧美在计算数学方面的差距还有多大；国家对于计算数学的发展又有哪些支持；随着大数据时代的到来，对科学计算的未来发展怎么看；如何在高等职业院校（项目）建设中运用计算数学；用蒙特卡洛逼近圆周率的优缺点、蒙特卡洛方法对于偏微分方程数值解的适用范围；圆周率是否有终点以及在计算出圆周率之后，能从圆周率里发现什么奥秘等问题。