

筹建“趣味数学”版块

万精油

《科学的美国人》杂志有一个专栏叫“趣味数学”(Entertaining Mathematics),这个专栏是由著名趣味数学家马丁·嘉德纳(Martin Gardner)创办的。嘉德纳为这个专栏写了二十多年,给《科学的美国人》带来很多读者。不少后来成名的数学家都说,他们开始就是受嘉德纳的影响而走上数学之路的。

《数学文化》杂志也可以有这么一个专栏。我们可以像嘉德纳那样以趣味数学问题为话题,介绍各种不同的数学领域、数学知识和数学文化。事实上,有好些有趣的数学文化知识都是通过嘉德纳的专栏走向世界的,比如康威(John Conway)的生命游戏,李维斯特(Ronald Rivest)的RSA公开密码等等。关于嘉德纳的更多故事,可参见我在《数学文化》杂志的另一篇文章《游戏人生》。

要开趣味数学问题专栏,我们就先来聊一聊什么是趣味数学问题。

黎曼猜想有没有趣,当然有趣。对有些人来说这是世界上最有趣的数学问题。但这是数学研究前沿的问题,许多数学家穷其一生尚且不能解决,对一般人来说它的趣味性就大打折扣。所以这种研究前沿或公开问题不在我们所说的趣闻问题范围内。

鸡兔同笼数头数脚的问题有没有趣,对小学生来说这是很有趣的问题,但对于学过代数方程的人来说就没有什么趣味了。所以这种过于初等的问题也不在我们所说的趣闻问题范围内。

一道题的趣味性因人而异,我们可以把趣味问题分为许多等级。不同级别的题目适合于不同的对象。《数学文化》的读者大都有一定的数学基础,所以我们的趣味问题专栏应该有相对高级一点题目。先来说一说题目的等级分类。

分牛或数鸡兔腿这类可以用中学代数解决的问题可以算是一类。这类题可以用来考小学生,因为他们没有学过线性代数,解起来很有趣,也有一定的启发作用。

对高中生来说上面的那些问题就太简单了。对付高中生要用微积分或复变函数。比如有这么一道题:一个矩形被分为许多大小不等的小矩形(就象一张建筑图),如果已知每个小矩形至少有一边边长为整数,则可推出原来的大矩形也至少有一边边长为整数。这个题如果用高等数学来做也就两行字。如果用普通语言来解,两页纸恐怕也不够。但不管多少页,如果能用普通语言说清楚也是很有趣的事。

对付学过高等数学的大学生,可以有更高一级的题。背景知识或许是泛函分析或微分拓扑之类的。比如:墙上贴一张中国地图,如果有人在这地图上再贴一张小的中



国地图，歪歪斜斜也没有关系，只要小地图完全落在大地图内，则可证明大小地图上必然有一点重合。也就是说一个图钉从这一点按下去，大小地图上都是同一点（比如说北京天安门）。这道题如果用泛函分析来做，也就是一行字。如果用普通语言来做大约要满满一页。

这些题的趣味性也就在此。包含较深的数学道理，却可以用普通语言来解释清楚。一个题目如果必须要用高深的数学语言来解，那它只能算是一道数学课的作业题，不能算是趣味问题。所谓趣味问题就是需要动脑筋但不一定必须用高深的知识来解决的题目。

当然，对有些人来说很高深的知识，对另一些人来说却算基本常识。我认识的一位俄国教授就一贯把研究生以下的数学称为幼儿园数学。他的口头习惯用语是：“This can be done with kindergarten arithmetic”。三十年前我在中科院数学所读研究生，在数学所听的第一个讲演就是“魔方中的数学问题”。演讲者自然是把群论、不动点之类的知识当作基本常识的了。著名天才物理学家朗道小时候是一个神童，他的一句很著名的话是：“记不得不懂微积分的时候了。”

还有一类题是几乎什么知识都不要，但却相当费脑筋，有点象围棋的死活题。当然，这类题也有难易之分。难的题可以难你几天、数月甚至几年，比如著名的十五个学生分组问题（Kirkman's schoolgirl problem）。容易点的也可以让你费上几小时脑筋，比如大家都知道的乒乓球问题。十二个乒乓球中有一个次品，其重量不等于标准重量。现在给你一台天平称。让你在三次之内找出次品，并指出这次品比标准球轻还是重。这样的题目动脑筋却不需要什么知识，很受欢迎。

顺便说一句，上面提到的乒乓球找次品的问题还可以进一步推广。当乒乓球数为 $(3^n - 3)/2$ 时，要求在 n 次内称出次品球。对这个一般问题如果还是像球数等于 12 那样硬凑解，那就比较困难了。我们需要有一般解法，抽象的数学语言和思维这时就派上了用场。这种题目就很适合我们这个专栏，因为我们可以用它借题发挥，写出一篇有趣的数学文化文章。

事实上，这就是我们这个专栏所希望采取的形式。每期给一个趣味题目。下一期的文章是上期题目的解以及围绕这个题目的相关数学领域的知识和文化介绍。作为开场，我们先来一道经典的题目。这个题目的特例情况相信绝大多数人都见过。我们希望的是找出推广以后的一般解。

特例题目：一个能装 14 两酒的容器装满了酒。另有两个容器，一个能装 11 两，一个能装 5 两。这些容器都没有刻度，现要求你用这三个容器把酒分成均等两份。

推广题目：一个能装 X 两酒的容器装满了酒。另有两个容器，一个能装 Y 两，一个能装 Z 两。 $X > Y > Z$ 。这些容器都没有刻度，现要求你给出一个通用步骤，使得对于任意的 X, Y, Z 都能用这个步骤决定是否能用这三个容器把酒分成均等两份。如果有解，找出相应步骤。

作者本人将主持一个网上趣味数学栏目：在 <http://www.mysanco.com/wenda> 里面，大家可以在上面讨论我出的趣味数学题，也可以出你认为好的趣味数学题。我会经常整理，把一些好题目整理出来放到《数学文化》的“趣味数学”版块里。



作者简介：万精油，本科毕业于四川大学数学系。中国科学院数学研究所硕士，美国马里兰大学数学博士。业余时间爱好写作。以杂文、记事为主，科普为辅，偶尔也写小说。代表作为科幻小说《墨绿》。因为兴趣广泛，起笔名为万精油。